

Introducción o principios orientadores del curso

Después de reflexionar con seriedad, hemos comprendido, que es necesario dar una matemática útil y aplicable a los conocimientos que cumplen este requisito, por lo tanto recibimos a bien cualquier sugerencia que ustedes nos puedan dar para cumplir este propósito. Queremos por lo tanto que estos conocimientos, se conviertan en habilidades que les sirvan de instrumento para la adquisición de nuevos conocimientos y la resolución de problemas de sus respectivas disciplinas.

Objetivos

El propósito de este curso es lograr que los alumnos aprendan algunos conceptos matemáticos y adquieran habilidad para aplicarlos, para tal efecto el alumno debe ser capaz de:

1) conocer los once axiomas que establecen que el conjunto de los números reales es un campo y que el conjunto de números racionales también.

2) aplicar las propiedades de los números racionales, siguientes:

$$a) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$b) \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

$$c) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$d) \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

3) Conocer y aplicar las siguientes propiedades de los números reales: $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$: i) $0 \cdot x = 0$; ii) $x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$; iii) $-x = (-1)x$; iv) $(-1)(-1) = 1$; v) $(-x)(-y) = xy$

$$vi) -x \cdot y = (-x) \cdot y = x(-y); vii) x = y \Leftrightarrow x + z = y + z$$

viii) $z \neq 0, x = y \Leftrightarrow x \cdot z = y \cdot z$ para resolver ecuaciones equivalentes a: $(ax + b)(cx + d) = 0 \vee$

$$ax + b = cx + d.$$

4) Aplicar los axiomas de campo de \mathbb{R} y las propiedades enunciadas en 3) a las fórmulas notables: a) $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
 b) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$; c) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$; d) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$;
 e) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$; $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$.

5) Conocer y aplicar la definición de sumatoria

6) Manipular las siguientes propiedades de la sumatoria:

a) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$ b) $\sum_{k=1}^n c a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$

c) $\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k-1}) = a_n - a_0$ d) $\sum_{k=1}^n c = n c$

e) $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n x_i + n a^2$

f) $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \sum_{i,j=1}^n a_i a_j$ g) $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 y_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i - 2a \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n a^2 y_i$

7) Factorizar totalmente expresiones algebraicas como:

- i) polinomios que tienen un factor común
- ii) binomios que son la diferencia de dos cuadrados
- iii) trinomios que son cuadrados perfectos,
- iv) binomios que son la suma o diferencia de potencias de igual exponente
- v) trinomios factorizables que no son cuadrados perfectos
- vi) polinomios que se pueden factorizar por agrupación.
- vii) trinomios que son reducibles a la diferencia de dos cuadrados.

8) Simplificar expresiones que contienen fracciones, usando los reglas de suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

9) Conocer las siguientes propiedades de la exponenciación: a) $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ (n veces) ; b) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

c) $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$; d) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$; e) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$; $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

f) $a^0 = 1$; g) $a \in \mathbb{R}, a \neq 0, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}, a^n = a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ con $n = -m$

h) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

10) conocer la siguiente definición: $y = x^m$, m par, $x > 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[m]{y} = y^{\frac{1}{m}}$

$$y = x^m, m \text{ impar} \Leftrightarrow x = \sqrt[m]{y} = y^{\frac{1}{m}}$$

11) aplicar los reglas de la exponenciación ($\sqrt[n]{x^p} = x^{\frac{p}{n}}$, cuando tiene sentido)

12) Resolver, escribiendo todos los pasos:

i) inecuaciones del tipo $ax + b \geq 0$

ii) sistemas de dos inecuaciones del tipo $ax + b \geq 0$

iii) inecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c \geq 0$, teniendo

en cuenta las siguientes propiedades de orden de

\mathbb{R} : a) $a \geq 0, b \geq 0$ entonces $a + b \geq 0, a \cdot b \geq 0$;

b) $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$ ó $-a \geq 0$; c) $a \geq b \Leftrightarrow a - b \geq 0$;

d) $a \geq b \Leftrightarrow b \leq a$; e) $a + c \geq b + c \Leftrightarrow a \geq b$;

f) $a \cdot c \geq b \cdot c, c > 0 \Leftrightarrow a \geq b, g) a \cdot c \geq b \cdot c, c < 0 \Leftrightarrow a \leq b$

h) $a^2 \geq 0$; i) $a \geq b$ y $b \geq c$ entonces $a \geq c$; j) $a \geq a$

k) $a \geq b$ y $b \geq a \Leftrightarrow a = b$

13) conocer y aplicar la definición de valor absoluto:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

14) conocer o demostrar las siguientes propiedades del valor absoluto: i) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$; ii) $|-a| = |a|$;

iii) $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$; iv) $-|a| \leq a \leq |a|$; v) $|a| \leq \varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon \leq a \leq \varepsilon$

vi) $|a + b| \leq |a| + |b|$

15) Resolver inecuaciones con valor absoluto.

16) Representar los números reales y los intervalos en la recta numérica.

17) aplicar la definición de función para determinar las relaciones que son funciones.

18) Distinguir los diferentes tipos de funciones: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, inversa, constante, idéntica, numérica, valor absoluto, lineal, cuadrática y cúbica.

- 19) Dibujar en el plano cartesiano el gráfico de funciones.
- 20) Interpretar dibujando en el plano cartesiano el gráfico de una función, el hecho de que el valor de la función valga cero, o sea positivo o negativo, que sea creciente o decreciente.
- 21) Dada una recta por la forma $f(x) = mx + b$ escribir las ecuaciones de las rectas perpendiculares y paralela a ella.
- 22) Dados dos puntos del gráfico de una función escribir la ecuación de la recta que pase por estos dos puntos.
- 23) Manipular las siguientes operaciones de funciones:
 - a) suma
 - b) resta
 - c) multiplicación
 - d) división
 - e) composición
- 24) Definir lo que es una sucesión.
- 25) Identificar las progresiones (aritméticas o geométricas) determinarlas por fórmulas.
- 26) Manipular los elementos de las progresiones aritméticas y geométricas.
- 27) Definir lo que es una serie.
- 28) Calcular la suma de una serie del tipo progresión geométrica.
- 29) Escribir el concepto de límite de una función.
- 30) Representar gráficamente el límite de una función.
- 31) Calcular intuitivamente el límite de una función.
- 32) Escribir simbólicamente el límite de una función y en lenguaje verbal.
- 33) Conocer y aplicar las propiedades de límites siguientes:
 - a) límite de una suma de funciones: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
 - b) límite de una constante por una función: $\lim_{x \rightarrow a} c f(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
 - c) límite del producto de dos funciones: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
 - d) límite de un cociente: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ si $g(x) \neq 0$
 - e) límite de una constante: $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
 - f) límite de una función identidad: $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
 - g) si f es una función continua el límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es igual a $f(a)$.
- 34) Conocer la definición de derivada de una función f en un punto x , contenido en un intervalo donde está definida f , en las dos maneras:
 - i) $f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
 - ii) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

- 35) aplicando cualquiera de las dos formas de la definición de derivada, calcular la derivada de una función.
- 36) Utiliza la derivada de una función para analizar el crecimiento o decrecimiento de una función.
- 37) Dada una función derivable, usar la primera derivada para determinar sus máximos y mínimos.
- 38) Conocer y aplicar las reglas: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$; $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$; $(\frac{1}{g(x)})' = -\frac{g'(x)}{g^2(x)}$; $(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{g(x)f'(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}$.
- 39) Conocer el teorema fundamental del cálculo.
- 40) Aplicar el teorema fundamental del cálculo para calcular integrales.
- 41) Dada una función f saber calcular su primitiva.
- 42) Calcular el área de una región cerrada aplicando el concepto de integral.
- 43) Conocer el modo de variación y gráfico de la función exponencial, que sus valores son siempre positivos, continua, tiene función inversa.
- 44) Analizar fenómenos biológicos mediante la función exponencial.
- 45) Conocer y manipular las siguientes propiedades de la función logarítmica: a) dominio, b) donde es positiva o negativa o cero, c) $b^x = a$, $b > 0$, $b \neq 1$, $\Leftrightarrow \log_b a = x$.
- d) $\log_b a \cdot c = \log_b a + \log_b c$ e) $\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c$
- f) $\log_b a^m = m \log_b a$ g) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
- 46) Calcular el logaritmo de un número, determinando característica y mantisa mediante una tabla de logaritmos, calcular el antilogaritmo de un número, usando la tabla de logaritmos.

Lista de contenidos

- 1) Los números reales: a) axiomas de campo; b) operaciones en el conjunto de los números reales; c) exponenciación; d) radicales; e) orden en el conjunto de los números reales; f) propiedades del valor absoluto; g) ecuaciones lineales; h) ecuaciones simultáneas; i) ternas de segundos grado.
- 2) Expresiones algebraicas: a) operaciones con polinomios; b) factorización; c) fracciones (razones y proporciones); d) radicales; e) ceros de un polinomio; f) teorema del factor.
- 3) Funciones numéricas: a) clasificación de funciones; b) gráficos de funciones; c) funciones lineales; d) rectas paralelas; rectas perpendiculares; e) operaciones con funciones: suma, resta, multiplicación, división, composición e inversa; g) sucesiones (progresiones aritméticas y geométricas); h) series geométricas; i) función exponencial y logarítmica y sus propiedades.
- 4) Nociones intuitivas del cálculo: a) límite de funciones; b) derivada de una función; c) funciones creciente y decrecientes; d) máximos y mínimos; e) integrales definidas.

Requisitos: El alumno debe conocer los subconjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} de \mathbb{R} , el concepto de fracción, el concepto de función, representar números reales en la recta numérica, representar pares ordenados, dominar las operaciones fundamentales, con polinomios lo mismo que con fracciones, conocer nociones sobre conjuntos, resolver ecuaciones con una incógnita.

Bibliografía

- 1) Matemática general Volumen I Lic. Jenny Oriols de Valeris
Universidad de Costa Rica Departamento de Matemática C.A.E.M. 1973.
- 2) Matemática general problemas y exámenes resueltos. Lic. Jenny
O de Valeris, Gilberth Garbango O. C.A.E.M. 1973.
- 3) Biomathematics Volumen 2 Introduction to Mathematics
for Life Scientists. Edward Batschelet. Springer-Verlag
Berlin Heidelberg - New York 1971.
- 4) College Algebra Palmer and Miser Second edition.
International student edition Novas Editores - Impres-
sors, S.A. 1965.
- 5) Algebra Rees y Sparks Editorial Reverte, S.A.
México, 1967.
- 6) Matemáticas universitarias Jack R. Britton Tomo 1.
1ª Reimpresión C.E.C.S.A. 1968.
- 7) Algebra básica E. W. Martin, Jr. S.E.P.A. 1972
- 8) Matemáticas de Ingreso Norma Oconitillo de Rodríguez.
C.A.E.M 1974.
- 9) Matemáticas de Ingreso Francisco J. Ramírez.
- 10) Mijail Yakutis Matemática elemental C.A.E.M. 1973.
- 11) Introducción moderna al álgebra John L. Kelley
Editorial Norma Cali - Colombia 1968.
- 12) Matemáticas básicas con vectores y matrices. Howard
E. Taylor - Thomas L. Wade.
- 13) Introducción al Álgebra Contemporánea Marvin
I. Zorn. UTEHA 1970.
- 14) Análisis matemático I Curso de introducción Bassar
Ja Jelle, Sullivan Editorial F. Búllas México 1970.
- 15) Matemáticas básicas Lunt. Libros Mc. Graw-
Hill de México, S.A. de C.V. 1973.
- 16) Cálculo y geometría analítica Purcell. Editorial
Norma - Cali Colombia 1969.