

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SEDE REGIONAL DE OCCIDENTE

CURSO: Cálculo Diferencial e Integral (MA-0225).Créditos : 3

CRONOGRAMA : I ciclo de 1988

Semana	Mes	L	K	M	J	V	S	Actividades
1	Febrero	22	23	24	25	26	27	
2	Marzo	29	1	2	3	4	5	
3	"	7	8	9	10	11	12	I examen corto
4	"	14	15	16	17	18	19	
5	"	21	22	23	24	25	26	II examen corto
6	Abril	28	29	30	1	2	3	Semana Santa
7	"	4	5	6	7	8	9	p: primer ex. Parcial: III ex. corto
8	"	11	12	13	14	15	16	
9	"	18	19	20	21	22	23	IV examen corto
10	"	25	26	27	28	29	30	Semana Universitaria
11	Mayo	2	3	4	5	6	7	V examen corto
12	"	9	10	11	12	13	14	II examen parcial
13	"	16	17	18	19	20	21	VI examen corto
14	"	23	24	25	26	27	28	
15	Junio	30	31	1	2	3	4	VII examen corto
16	"	6	7	8	9	10	11	
17	"	13	14	15	16	17	18	III examen parcial y VIII ex. corto

EVALUACION

I examen parcial...25% II ex.parcial...30% III ex. Parcial...30%
Exámenes cortos,..15% el promedio se hará con los 7 mejores exámenes cortos realizados.

NO se repondrán los exámenes cortos.

Los exámenes parciales serán repuestos EN CASOS CALIFICADOS, semana y media después de realizada la prueba, PREVIA JUSTIFICACION DEL MISMO.

Examen final: Para realizar el examen final se requiere que el alumno tenga nota de aprovechamiento mayor o igual a 6 y menor a 8.50.

Si la nota de aprovechamiento es mayor o igual a 8.50 el alumno aprueba el curso (eximido). Si tiene aprovechamiento menor que 6.00 el alumno pierde el curso.

Para el caso de estudiantes que realizan examen final el aprovechamiento valdrá 60% y el examen final 40%.

El alumno que tenga nota (entre el examen final y aprovechamiento) mayor o igual a 7.00 aprueba el curso. El que tenga nota mayor o igual a seis pero menor que 7.00 tiene derecho a examen de ampliación;

El que tenga nota (entre examen final y aprovechamiento) menor que 6.00 pierde el curso.

(La evaluación fue discutida y acordada por el comité de evaluación del curso, Sede Rodrigo Facio).

Gua del curso MA-0225

CAPITULO 1: preliminares. Tiempo asignado 1 semana.

Resumen: Se trata de un repaso de temas que el estudiante ya conoce y de los cuales debe tener un conocimiento fresco, para una mejor asimilación de los capítulos siguientes. La mayoría de tales temas están ligados a las funciones reales, sobre todo a las elementales como rectas, círculos, parábolas, elipses, hipérbolas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

1.1 Sistemas de coordenadas y gráficas.

Objetivos; Definir: el sistema de coordenadas cartesianas rectangulares, la distancia entre dos puntos, rectas, círculos, parábolas, elipses e hipérbolas (caso más simple).

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Dibujar y reconocer las gráficas de rectas, círculos, parábolas, elipses e Hipérbolas.
- Determinar la distancia entre dos puntos.
- Determinar simetrías respecto a los ejes y al origen.
- Hallar las intersecciones con los ejes.

Referencia: De la página 12 a la página 24.

1.2 Rectas y sus pendientes:

Objetivos: Puesto que se supone que los estudiantes habrán visto los elementos de la geometría analítica, esto debe constituir una materia de repaso.

Se definen la pendiente de una recta así como los criterios para las rectas paralelas y perpendiculares. Además cómo determinar la ecuación de una recta, según las condiciones dadas.

Lo que el estudiante debe saber:

- Determinar la pendiente de una recta.
- Saber el significado de pendiente positiva, negativa y cero.
- Saber los criterios de paralelismo y perpendicularidad entre las rectas.
- La ecuación pendiente-intersección, punto-pendiente: por dos puntos y saber dibujarlas.
- La ecuación lineal en x e y.

Referencia: de la página 25 a la 33.

1.3 Funciones:

Objetivos: Consiste en definir los términos de función, dominio y recorrido e introducir la notación de función así como la representación de funciones mediante gráficas cartesianas.

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Dibujar gráficas en casos sencillos.
- Calcular valores de una función.
- Decidir si alguna curva es el gráfico de alguna función.
- Determinar la imagen de un subconjunto del dominio de una función.

Referencia: De la página 33 a la 43.

1.4 Funciones compuestas:

Objetivos. Esta sección prepara al estudiante para la regla de la cadena. El problema principal que hay que afrontar es el de el orden de los operadores. Para comprenderlo del todo se debe fijar la atención en la relación entre dominios y recorridos de las funciones.

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Construir, en el orden correcto y con distintas representaciones, la función compuesta de dos funciones dadas.

- Reconocer el dominio y el recorrido de la función compuesta.

- Funciones pares e impares.
- Simetría de una función par y una impar

Referencia de la página 43 a la 48

1.5 Funciones trigonométricas exponenciales y logarítmicas

Objetivos.

Definir estos tres grupos de funciones, hacer las gráficas (caso de trigonométricas sólo seno coseno y tangente), dar las principales identidades, propiedades y valores en puntos muy usados.

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Saber graficar cualquiera de ellas.
- Conocer de memoria los valores en argumentos muy comunes.
- Saber de memoria las principales identidades.
- Usar el círculo trigonométrico.
- Simplificar y calcular algunos logaritmos usando sus propiedades.
- Conocer los dominios.

Referencia. Trigonométricas : Apéndice D; exponenciales : Apéndice C; logarítmicas: pág. 296 a 304.

EN LO SUCESIVO ESTA GUIA APARECERA COMPACTADA. SI ALGUN ESTUDIANTE DESEA CONSULTAR ASPECTOS COMO OBJETIVOS, COMENTARIOS PUEDE RECURRIR A UNA GUIA COMPLETA QUE ESTARA A SU DISPOSICION EN LA COORDINACION DE MA-225 (oficina de Lic. Analive Rodríguez Alfaro-coordinadora de MA-225 en S.R.O)

Capítulo 2: límites y funciones continuas

Tiempo asignado: 3 semanas

2.1 El límite de una función

Referencia: de pág 52 a la 59

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Calcular el límite de una función numérica.
- La definición de límite y su interpretación.
- Calcular e interpretar límites laterales.
- Saber criterios para la existencia de los límites.

2.2 Cálculo de límites.

Referencia: De pág 60 a 71

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Enunciar y aplicar las propiedades de los límites.
- Calcular límites para $x \rightarrow a$ y límites cuando $x \rightarrow \pm \infty$
- Calcular límites infinitos.
- Hallar límites de funciones polinomiales, exponenciales, racionales, etc; usando métodos algebraicos (factorizar, racionalizar o cancelar)
- Saber la formas indeterminadas:

$\infty + (-\infty)$	$(\infty) \cdot 0$	1^∞
$\infty - \alpha$	$(-\infty) \cdot 0$	$1^{-\infty}$
$(-\infty) - (-\infty)$	$\frac{+\infty}{+\infty}$	$\frac{0}{0}$
	$\frac{+\infty}{-\infty}$	

2.3 Asíntotas y su uso en las representaciones gráficas

Referencia: pág 71 a la 76

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Saber e interpretar la definición de asíntota horizontal, vertical y oblicua.
- Calcular las asíntotas (si existen) de una función.
- Utilizar asíntotas para esbozar el gráfico de una función.

2.5 El límite de $\frac{(\text{sen } \theta)}{\theta}$ cuando θ tiende a cero.

Referencia: de pág 88 93

Lo que el estudiante debe saber:

- Demostrar $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$ y $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos } x}{x} = 0$
- Calcular límites indeterminados donde intervienen funciones trigonométricas. Esto incluye saber utilizar un cambio de variable.
- Usar las equivalencias $\text{sen } x \approx x$ y $\text{tang } x \approx x$ para calcular límites

6.1 función logaritmo, el número e.

Referencia: de pág 295 a 304

Lo que el alumno debe saber:

- Calcular límites con ayuda de $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = e$ y con cambios de variable.

9.6 Funciones continuas

Referencia: de pág.94 a 101

Lo que el estudiante debe saber:

- Definir la continuidad de una función.
- Determinar si una función dada es continua o no lo es. Tanto de manera informal como aplicando definición de límite. ¿qué se incluyen las funciones dadas por una gráfica.
- El álgebra de las funciones continuas.
- Analizar las discontinuidades (donde no se cumple la definición).
- La utilidad de la continuidad de f en la composición f(g(x)) para introducir el límite.
- Definir o redefinir una función en un punto para hacerla continua (cuando sea posible) en ese punto.
- Encontrar el conjunto máximo de continuidad de una función.

Capítulo 3 : La derivada. (tiempo asignado 3 semanas)

3.1 Cuatro problemas con tema único

Referencia: de la página 114 a la 122.

Lo que el estudiante debe saber:

- Hallar la pendiente en un punto e igualmente la función pendiente, la velocidad instantánea, el factor de amplificación de un intervalo, la densidad media y la densidad en un punto.

3.2 La derivada (pág 122 a 130)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Aplicar la definición para calcular derivadas.
- El uso de teoremas sobre derivadas.
- El significado que la derivada puede tomar.

3.3 Derivadas y continuidad , primitivas (pág 130 a 136)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Usar las diferentes notaciones de derivada para calcular ésta.
- Conocer la relación entre derivabilidad y continuidad y su aplicación a casos concretos.
- Calcular primitivas de funciones algebraicas elementales.

3.4 Derivada de sumas, productos, diferencias y cocientes. (pág 136 a la 146)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Aplicar correctamente las reglas para hallar derivadas.
- Recordar la interpretación de la derivada.

3.5 Las derivadas de las funciones trigonométricas. (pág 147 a 153)

Lo que el estudiante debe saber:

- Calcular la derivada del seno y del coseno, usando definición.
- Calcular las derivadas de las funciones trigonométricas.
- Aplicar las reglas de derivación cuando se incluyan funciones trigonométricas.

3.6 Funciones compuestas y la regla de la cadena. (pág. 153 a 161)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Aplicar la regla de la cadena para hallar las derivadas de funciones compuestas.
- Saber aplicar todas las reglas de derivación, según sea el caso.

6.2 Derivadas de las funciones logarítmicas. (pág 305 a 312)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Pasar a forma logarítmica las relaciones expresadas en forma exponencial y viceversa.
- Convertir logaritmos de una base a otra.
- Hallar derivadas de funciones logaritmo generales.
- Derivación logarítmica para funciones complicadas.

6.4 Funciones inversas y la derivación de b^x . (pág. 317 a 326)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Determinar si una función es uno-uno.
- Definir, hallar y graficar la inversa de una función.
- Graficar f^{-1} conociendo el gráfico de f .
- Definir b^x en términos de la función exponencial e^x .
- Dibujar gráficas de funciones exponenciales generales.
- Hallar las derivadas de tales funciones.
- Derivar $(f(x)(g(x)))$ en casos concretos.

6.5 Las derivadas de las funciones trigonométricas inversas (pág 327 a 336)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Definir las funciones trigonométricas inversas.
 - Describir sus dominios y recorridos.
- Conocer los valores en los puntos más usados.
- Derivar esas funciones.

Capítulo 4: Aplicaciones de la derivada. (Tiempo asignado 2 semanas).

4.1. Teorema de Rolle y teorema del valor medio (170-180)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Enunciar los teoremas de esta sección y sus corolarios.
- Localizar los valores medios c para funciones dadas.
- Hallar primitivas de funciones propuestas.
- Probar si una función es creciente ó decreciente en un intervalo.

4.2 Uso de derivadas y límites para dibujar una función. (pág 180 a 189)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Hallar los extremos de una función y utilizar la primera derivada para diagnosticar la existencia de un máximo y un mínimo.
- Hallar los intervalos en que la función es creciente o decreciente.
- Representar gráficamente funciones dadas usando los criterios de la primera derivada.
- Encontrar el máximo y el mínimo de una función sobre un intervalo cerrado y los números en los cuales se alcanza.

4.3 Concavidad y segunda derivada. (pág 199 a 200)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Hallar extremos y utilizar la primera y segunda derivada para diagnosticar la existencia de un máximo o un mínimo.
- Hallar los intervalos en que la gráfica es cóncava hacia arriba o hacia abajo.
- Trazar curvas determinando: dominio, sentido de variación, concavidad, asíntotas, valor en los extremos del dominio, etc.

4.4 Movimiento y segunda derivada (pág 200 a 208)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Traducir al lenguaje del cálculo algunos enunciados dados.
- Dada la aceleración de un objeto, determinar su velocidad y su posición en cualquier tiempo (conociendo las condiciones iniciales).
- Conociendo la posición de un objeto, determinar la velocidad y la aceleración.

4.5 Problemas aplicados de máximos y mínimos. (pág 209 a 218)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Traducir cada problema planteado a lenguaje de funciones.
- Resolver problemas de máximos y mínimos.

4.6 Derivación implícita (pág 220 a 225)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Calcular derivadas implícitamente.
- Resolver problemas de extremos usando derivación implícita.

4.7 La diferencial (pág 225 a 232)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Reconocer la rotación diferencial.
- Calcular diferenciales.
- Utilizar la diferencial para aproximar valores de una función.

Capítulo 5: La integral definida. (tiempo asignado 2 semanas).

5.1 Estimaciones en 4 problemas. (pág 242 a 246)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- En esta sección no se pretende desarrollar ninguna habilidad en particular.
- Debe saber las cuatro interpretaciones de la integral definida.

5.2. Notación sigma y sumas aproximantes. (pág 248 a 253)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Utilizar la notación sigma.
- Calcular sumas de Riemann.

5.3. La integral definida. (pág 254 a 266)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Describir el método para la definición de integral definida.
- Utilizar el concepto de partición para calcular sumas de Riemann.

5.4 Los teoremas fundamentales del cálculo (pág 267 a 276)

Lo que el estudiante debe saber:

- Enunciar los teoremas fundamentales del cálculo.
- Hacer aplicaciones sencillas de estos teoremas junto con la regla de la cadena.
- Calcular integrales de funciones elementales.
- Hallar áreas de regiones limitadas por funciones elementales y el eje OX.

5.5 Propiedades de las primitivas y de las integrales definidas: (pág 277 a 284)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

El uso de las propiedades de las integrales y la interpretación geométrica del teorema del valor medio para integrales.

-Tener clara la notación $F \Big|_a^b = \int_a^b f \, dx \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

-Derivar integrales usando el teorema fundamental del cálculo, regla de la cadena y las propiedades de las integrales.

Capítulo 6. Cálculo de primitivas. (es el 7 del texto). (Tiempo asignado 3 y media sem.)

7.1. Sustitución de una primitiva v en una integral definida. (pág 389 a 399)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Escribir de memoria las integrales del cuadro de la pág. 389.
- Integrar por el método de sustitución de dos maneras: cambiando los límites de integración o regresando a la variable original.

7.2 Integración por partes (pág. 400 a 407)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Utilizar el método de integración por partes.

7.4 ¿Cómo integrar ciertas funciones racionales?. (Pág 412 a 417)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Completar cuadrados.
- Aplicar el método de sustitución algebraico a una función racional simple.
- Reconocer de memoria algunas integrales inmediatas.

7.5 Integración de funciones racionales por fracciones simples. (pág 418 a 426)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Dividir polinomios de modo que el resto tenga grado menor que el del divisor.
- Descomponer funciones racionales por el método de fracciones parciales.
- Integrar cada uno de los términos de la descomposición.

7.6 ¿Cómo integrar potencias de funciones trigonométricas?. (pág 426 a 434)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Aplicar el método de sustitución a las integrales trigonométricas.
- Transformar el integrando haciendo uso de identidades trigonométricas.
- Integrar $\cos^n x$, $\sin^n x$, $\tan^n x$, $\sec^n x$, $\csc^n x$, $\cot^n x$.

7.7 ¿Cómo integrar cualquier función racional de $\sin \theta$ y $\cos \theta$?. (pág 435 a 439)

Lo que el estudiante debe saber hacer:

- Transformar integrandos de funciones racionales de senos y cosenos en funciones racionales de u.
- Calcular integrales de funciones racionales de senos y cosenos.

7.8 ¿Cómo integrar funciones racionales de: $\sqrt{a-x^2}$, $\sqrt{a+x^2}$, $\sqrt{x^2-a^2}$

$\sqrt{ax+b}$

(pág 439 a 446)

Lo que el estudiante debe saber hacer.

- Hacer sustituciones trigonométricas convenientes en integrandos racionales en que aparezcan $\sqrt{a^2-x^2}$, $\sqrt{a^2+x^2}$, $\sqrt{x^2-a^2}$ para transformarlas

- en funciones racionales de senos y cosenos.
- Hacer sustituciones algebraicas en funciones racionales de x y $\sqrt{ax+b}$ para transformarlas en funciones racionales de una sola variable.

NOTA: se omiten las secciones: 2.4, 2.7; 5.6; 7.3; 7.9. Los ejercicios de 5.1 no interesan; vea los resúmenes finales en cada capítulo y ejérc. de autoevaluación. Interesan los dos primeros bloques de ejercicios de cada sección. (Los ejercicios deben hacerlos los alumnos fuera de clase.