

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SEDE DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES
SECCIÓN DE MATEMÁTICA
GEOMETRÍA ANALÍTICA MA0421

Miércoles 10 de Marzo de 1999

Profesor Luis Gerardo Araya Aguilar

Programa

La geometría analítica es un arte, una disciplina y un campo de la matemática que abarca una organización de procesos con los números, su operatoria, ordenación, completitud, medidas, conjuntos, relaciones, funciones, estructuras algebraicas, problemas, la naturaleza, en su relación estrecha con la ciencia de los dibujos, de las figuras y con la computación, o bien es la integración de la aritmética, el álgebra, la trigonometría, el análisis, la topología, el cálculo, la computación con la geometría, la cosmometría, la dendrometría o la teoría de la medida aplicada a cualquier cosa.

La base de la geometría analítica empieza cuando se ve todo como números o al menos se representan todas las cosas mediante números, los objetos y sus propiedades, este ejercicio comienza con las asociaciones básicas de que a cada punto de una recta se asocia con un número real único y viceversa. Luego a cada punto de un plano se asocia una terna de números reales única y viceversa. Este desarrollo es continuo, para espacios con más de tres dimensiones y por eso las coordenadas son cuartetos, quintetos, sextetos, septetos, sucesivamente enétiplos de números reales, complejos o la clases de números que se ajuste al estudio que se debe hacer. Este proceso abierto, tanto en el sentido de los productos cartesianos de dos conjuntos, tres, cuatro, cinco, sucesivamente hasta éne, o más allá hasta tantas veces como los números naturales o cualquier parte de los números reales, así este campo de la matemática es creador y bello.

El desarrollo de la geometría analítica se dio mediante el esfuerzo de muchas personas, en el transcurso del tiempo y el espacio, así los griegos Euclides, Pitágoras, Thales, Arquímedes, Apolonio y otros, sientan unas bases, unos conocimientos, unos métodos, los cuales son retomados con nuevos ojos, con nuevos pensamientos, con nuevos símbolos, con nuevos problemas, con nuevas necesidades, con nuevas tecnologías, con nuevos aparatos y así las curvas o las figuras en el plano son vistas mediante pares ordenados, sus propiedades o relaciones mediante fórmulas dadas en ecuaciones o desigualdades y así Descartes escribe y dibuja el inicio de su geometría analítica, con sus limitaciones y su idea original o con su plan que hasta ese momento podía realizar y logra más verdad, más libertad, más formas de ver las cosas mediante símbolos y sus propiedades o relaciones. Este proceso no se detiene y continúa con Newton y Leibniz, con el cálculo, donde aportan y resuelven el problema de la tangente en cualquier punto de una curva y el área de regiones de curvas menos sencillas.

Hoy en día hay voluminosos libros que contienen muchas aplicaciones y donde se pueden estudiar muchas propiedades geométricas traducidas al lenguaje algebraico o del análisis, permitiendo de esta manera explicaciones sencillas correctas.

En el mundo de hoy, toda persona se maneja o vive en muchas dimensiones o espacios de muchas dimensiones, esa es la forma compleja del mundo de hoy, de esto la importancia que la educación forme mentes con instrumentos teóricos de muchas coordenadas y por eso

la importancia de aprender vectores, matrices, tensores, funciones de varias variables y que nuestro pensamiento se vuelva original, más creador, sencillo y libre.

A estudiar espacios de cualquier dimensión y a continuar las infinitas dimensiones del universo, la tierra, la sociedad y la mente humana.

Objetivos:

- 1) Que el estudiante de enseñanza de la matemática adquiera los conocimientos y destrezas necesarias en la utilización de coordenadas, así como la interpretación geométrica de las relaciones entre ellas.
- 2) Que el estudiante amplíe su acervo cognoscitivo, trascendiendo de la bidimensión a la explicación de fenómenos en el espacio tridimensional o en cualquier espacio, la realidad nos ofrece infinitas dimensiones, por eso hoy se conoce la potencia de cualquier conjunto o su producto finito o infinito de cualquier conjunto o de muchos conjuntos.
- 3) Que el estudiante reconozca la relación unificadora de diversas ramas de las matemáticas que proporcionan la geometría y en especial la relación entre la geometría analítica, la geometría euclídea, el álgebra, el análisis y la topología.
- 4) Que el estudiante asuma una actitud crítica y creativa hacia la enseñanza de las matemáticas, con condiciones, una disciplina de trabajo, observando el universo, experimentando, creando y conociendo todo lo que se deje conocer.

Objetivos específicos:

- 1) El estudiante utilizará sistemas de coordenadas para generalizar nociones de la geometría básica, para crear teorías nuevas, nuevos conjuntos, nuevas relaciones, estructuras, sistemas u organizaciones, para resolver problemas reales, imaginados o diseñados.
- 2) El estudiante utilizará métodos algebraicos para resolver problemas reales y muy en especial geométricos, cosmométricos y dendrométricos.
- 3) El estudiante utilizará los métodos de la geometría analítica para obtener representaciones geométricas de las ecuaciones y de las relaciones funcionales o no funcionales.
- 4) El estudiante determinará las ecuaciones o desigualdades de lugar geométrico del conjunto de puntos que cumple ciertas condiciones dadas.
- 5) El estudiante utilizará la ecuación de la recta, plano, espacio, hiperplano, variedad afín y las secciones cónicas, para resolver problemas.
- 6) El estudiante utilizará vectores, matrices y tensores para el estudio de curvas, superficies en el espacio, o bien partes de cualquier conjunto.

Contenidos:

Capítulo I

Sistemas de coordenadas polares y la recta

1. Motivación histórica sobre el origen de la geometría analítica y su necesidad.
2. Coordenadas cartesianas en el plano y coordenadas polares.
3. Distancias entre dos puntos en el plano en coordenadas cartesianas y polares.

4. La recta en el plano en coordenadas cartesianas y polares.
5. Distancia de un punto a una recta. Intersección de dos rectas.
6. Rectas paralelas y perpendiculares. Ángulos entre rectas.
7. Área de un triángulo.
8. Aplicaciones: Construcción de curvas en coordenadas polares, analíticamente y vía computadora.

Capítulo II:

Secciones cónicas

1. La circunferencia o círculo, ecuación general de la circunferencia, rectas tangentes a una circunferencia, teoremas y problemas de lugares geométricos relativos a la circunferencia. Traslación, reflexión y rotación de ejes coordenados. Simplificación de ecuaciones por transformación de coordenadas.
2. La parábola. Ecuación de la parábola con vértice en (h,k) y eje paralelo a un eje coordenado. Ecuación de la tangente a una parábola, la función cuadrática y sus aplicaciones.
3. La elipse. Ecuación de la elipse de un centro (h,k) y ejes paralelos a los ejes coordenados. Propiedades de la elipse. Su aplicación a las órbitas de los movimientos de unos objetos ideales y aproximaciones a fenómenos de movimiento de astros reales.
4. La hipérbola. Asíntotas a la hipérbola; hipérbola equilátera; hipérbolas conjugadas, propiedades de la hipérbola. Ecuación de la hipérbola.
5. Ecuación general de segundo grado en dos variables.
6. Las cónicas en coordenadas polares.
7. Diferencia entre la antigua y la actual forma de estudiar las cónicas.
8. Aplicaciones. Construcción de antenas parabólicas, hornos solares, órbitas planetarias, las leyes de Kepler.

Capítulo III

Ecuaciones paramétricas.

1. Obtención de la ecuación rectangular de una curva a partir de su representación paramétrica.
2. Gráfica de una curva a partir de su representación paramétrica.
3. Representación paramétrica de las cónicas.
4. Resolución de problemas de lugares geométricos por el método paramétrico.
5. Aplicaciones. Circunferencias deslizando interiormente y exteriormente sobre circunferencias.

Capítulo IV

Trazado de curvas y el cálculo diferencial

1. La utilización de las derivadas de una función para dibujar su gráfica.
2. El trazado de curvas polinómicas, potencias, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas e hiperbólicas y sus inversas.
3. El uso de papel log-log.

Capítulo V

1. Notación física de vectores. Dirección, orientación y magnitud de un vector.

2. Operaciones con vectores.
3. Producto escalar y producto vectorial.
4. Problemas geométricos.
5. La necesidad de pasar de \mathbb{R} a \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 a \mathbb{R}^n y así sucesivamente.
6. Rectas en \mathbb{R}^3 .
7. Planos en \mathbb{R}^3 .

Capítulo VI

Superficies y curvas en \mathbb{R}^3 .

1. Superficies cilíndricas.
2. Superficie de revolución.
3. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas.
4. Superficies cuadráticas. Ecuación general de segundo grado con tres variables.
5. Aplicaciones: áreas, volumen, centro geométrico.
6. Curvas en \mathbb{R}^3 .
7. Intersecciones de superficies. La necesidad de generalizar la integral simple para calcular el volumen de la región limitada por superficies.

1. Lehmann, Geometría analítica.
2. Varilly Varilly Joseph, Elementos de geometría plana, editorial de la Universidad de Costa Rica. 1988.
3. Apostol Tom. M., Calculus, Volúmenes I y II, editorial Reverté, 1984.
4. Kletenik D., Problemas de geometría analítica, editorial Mir Moscú, 1979.
5. Coxeter, Geometría Analítica, editorial Limusa-Wiley, México, 1971.
6. Vasíliev N.B., Gutenmájer V.L., Rectas y curvas, editorial Mir, 1980.
7. Maxwell E. A., Geometría analítica, editorial Alhambra, Madrid, 1968.
8. Apuntes de álgebra lineal de Carlos Arce.

Evaluación:

1. Tres parciales, 20% c/u.
2. Trabajos y tareas, 40 %

Fechas de parciales:

Primer parcial, viernes 9 de abril.

Segundo parcial, viernes 14 de mayo.

Tercer parcial, 25 de junio.

Observación:

Conforme se desarrolla el curso, se definirán aspectos de tareas y trabajos.

Se incluirá más bibliografía.