

**Universidad de Costa Rica. Sede de Occidente.**  
**Departamento de Ciencias Naturales. Sección de Matemáticas.**  
**MA0421: Geometría Analítica.**  
**Programa del curso. I-2001.**  
Prof. Gerardo Mora Alpízar.

**Introducción:**

La geometría analítica es un poderoso método para resolver e interpretar problemas geométricos, o de otras ramas de la matemática. Su esencia se fundamenta en la relación entre pares o ternas ordenadas de números reales y puntos en el plano o el espacio, aunque se pueden generalizar dichas relaciones a espacios más generales como  $\mathbb{R}^n$ . A partir de dichas correspondencias, podemos asociar curvas o superficies con ecuaciones o sistemas de ecuaciones, relacionando aspectos geométricos con resultados analíticos o algebraicos, y de esta forma poder abordar problemas y establecer resultados mediante relaciones algebraicas y geométricas.

Los antiguos griegos y egipcios utilizaron la fijación de puntos, escogiendo sistemas de coordenadas apropiados, con el objetivo de trazar mapas, pero René Descartes y Pierre de Fermat son considerados los fundadores de la geometría analítica moderna.

En este curso analizaremos muchos resultados ya conocidos superficialmente por el estudiante, y profundizaremos, hasta donde los recursos lo permitan sobre este tema que se espera sea muy interesante para usted.

**Objetivos generales:**

1. Adquirir conocimientos y destrezas para manipular diferentes sistemas de coordenadas, en la interpretación geométrica de relaciones funcionales dadas a través de ecuaciones o sistemas de ecuaciones algebraicas.
2. Generalizar resultados establecidos en sistemas bidimensionales, para explicar fenómenos que se dan en el espacio tridimensional.
3. Reconocer la relación unificadora que proporciona la geometría analítica, como herramienta para interpretar y resolver problemas de álgebra, de análisis, y de otras geometrías.
4. Asumir una actitud crítica y creativa hacia la enseñanza de las matemáticas.
5. Aplicar los conocimientos adquiridos a la solución de problemas diversos.

**Objetivos específicos:**

1. Utilizar sistemas de coordenadas para generalizar resultados geométricos aplicados a la solución de problemas.
2. Aplicar métodos algebraicos para resolver problemas geométricos.
3. Representar gráficamente lugares geométricos determinados por ecuaciones funcionales.
4. Determinar la ecuación asociada a un lugar geométrico determinado.
5. Aplicar las ecuaciones de la recta, el plano y las secciones cónicas, a la solución de

diversos problemas.

6. Aplicar el concepto de vector al estudio de curvas y superficies en el espacio.

### Contenido:

#### Capítulo I: Sistemas de coordenadas rectangulares y polares (2 semanas)

- i. Motivación histórica. Orígenes de la geometría analítica y su importancia.
- ii. Sistemas de coordenadas rectangulares y polares.
- iii. Distancia entre dos puntos (en coordenadas rectangulares y polares).
- iv. Ecuación de la recta  $\mathbb{R}^2$  en coordenadas rectangulares y polares.
- v. Distancia de un punto a una recta. Rectas paralelas, distancia entre recta e intersección entre dos rectas.
- vi. Ángulo entre dos rectas. Ecuación normal de la recta.
- vii. Área de un triángulo.
- viii. Trazado de curvas en coordenadas polares. Simetrías, tangentes horizontales y verticales, radios máximos y mínimos.

#### Capítulo II. Secciones cónicas. (2 semanas)

- i. El círculo. Ecuación general. Tangentes. Teoremas y problemas relativos a lugares geométricos de forma circular. Traslación y rotación de ejes coordenados. Simplificación de ecuaciones por traslación de ejes.
- ii. La parábola. Definición. Vértice. Eje de simetría. Ecuación de la parábola de vértice  $(h, k)$ , y eje de simetría paralelo a alguno de los ejes coordenados. Tangentes a una parábola. Ecuación cuadrática y sus aplicaciones.
- iii. La elipse: Definición. Ecuación de la elipse de centro  $(h, k)$  y ejes paralelos a los ejes coordenados.
- iv. La hipérbola: Definición. Ecuación de la hipérbola con eje paralelo a uno de los ejes coordenados. Hipérbolas equiláteras. Hipérbolas conjugadas. Propiedades.
- v. Ecuación general de segundo grado en dos variables.
- vi. Las cónicas en coordenadas polares.
- vii. Diferencia entre la antigua y la actual forma de estudiar las cónicas.
- viii. Aplicaciones. (Óptica, órbitas planetarias, Leyes de Kepler)

**Capítulo III.** Ecuaciones paramétricas. (2 semanas)

- i. Relación entre ecuaciones rectangulares y ecuaciones paramétricas de un lugar geométrico.
- ii. Representación gráfica de curvas dadas en forma paramétrica.
- iii. Representación paramétrica de las cónicas.
- iv. Resolución de problemas asociados a lugares geométricos por métodos paramétricos.
- v. Círculos deslizados interior o exteriormente sobre otros círculos.

**Capítulo IV.** Trazado de curvas y cálculo diferencial. (2 semanas)

- i. Trazado de curvas y derivadas.
- ii. Trazado de curvas polinomiales, potenciales, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas e hiperbólicas.
- iii. Uso de papel logarítmico.

**Capítulo V.** Vectores en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ . (2 semanas)

- i. Interpretación física de vector. Dirección y magnitud.
- ii. Operaciones con vectores.
- iii. Producto escalar y producto vectorial.
- iv. Problemas geométricos.
- v. Necesidad de pasar de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}^3$ .
- vi. Rectas en  $\mathbb{R}^3$ .
- vii. Planos en  $\mathbb{R}^3$ .

**Capítulo VI:** Curvas y superficies en  $\mathbb{R}^3$ . (3 semanas)

- i. Superficies cilíndricas.
- ii. Superficies de revolución.
- iii. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas.
- iv. Superficies cuadráticas: ecuación general de segundo grado con tres incógnitas.
- v. Aplicaciones: área, volumen, centro geométrico.
- vi. Curvas en  $\mathbb{R}^3$ .

- vii. Intersección entre superficies. Generalización de la integral definida para calcular volúmenes de regiones limitadas por superficies.

### Evaluación:

Tres exámenes parciales: 75% ( 25% cada uno ). Trabajos y tareas: 25%

Si el promedio ponderado entre exámenes parciales, trabajos y tareas es mayor o igual a 70%, de acuerdo con el reglamento de evaluación vigente, el estudiante aprueba en curso. Si dicho promedio es de 6,0 o 6,5, el estudiante tiene derecho a un examen de ampliación, el cual se aprueba con una nota mayor o igual a 70%, en cuyo caso se le reportará como nota final un 7.0. Si la nota del examen de ampliación es menor que 70%, o el promedio ponderado entre exámenes parciales y exámenes cortos es menor que 60%, el estudiante pierde el curso.

### Fechas importantes:

Primer Parcial:	05-04-2001. 2:00 PM.
Segundo Parcial:	24-05-2001. 2:00 PM.
Tercer Parcial:	25-06-2001. 2:00 PM.
Examen de ampliación:	03-07-2001. 8:00 am.

### Bibliografía básica:

- Beskin, N. M.: *Representación de figuras espaciales*. Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1977.
- Cletenik, D.: *Problemas de Geometría Analítica*. 4ª edición. Editorial MIR. Moscú. 1979.
- Coxeter, H. S. M.: *Fundamentos de Geometría*. Editorial Limusa.-Wiley. S. A. México. 1971.
- Dankó, P.E. y otros: *Matemáticas superiores en ejercicios y problemas*. Editorial MIR. Moscú. 1983. Parte I y Parte II.
- Gelfand, I. y otros: *El Método de Coordenadas*. Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1973.
- Lemann, C. H.: *Geometría Analítica*. Editorial Limusa. S. A.: México. 1995.
- Lyúbich, Yu I.: *Método Cinemático en Problemas de Geometría*. Serie Lecciones Populares. 2ª edición. Editorial MIR. Moscú. 1984.
- Middlemiss, R. R.: *Geometría Analítica*. 3ª edición. McGraw-Hill. México. 1968.
- Shervátov, V. G.: *Funciones Hiperbólicas*. Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1975.