

MA0360
ALGEBRA LINEAL
(Enseñanza de la Matemática)

Profesor: Carlos MI. Ulate R.

INTRODUCCION:

El álgebra lineal posee dos características distintivas. Una, que está a la base de numerosos desarrollos matemáticos, constituyendo un conocimiento indispensable para incursionar en casi todos los tópicos de la matemática. La otra es que el álgebra lineal por si misma, devino de un mecanismo matemático potente en el contexto de la ciencia aplicada o aplicable. Debido a estos dos aspectos tan sustanciales del álgebra lineal tienen profundas raíces históricas y por otra parte, un gran sentido de utilidad en el contexto de la ciencia actual, se impone un enfoque para el desarrollo de los fundamentos del Algebra Lineal, que incorpore una referencia histórica de su desarrollo así como aplicaciones tomadas de otras ciencias. Es decir, se presentan los hechos histórico-sociales y científicos que motivaron la aparición y desarrollos de diversos temas como por ejemplo: los sistemas de ecuaciones lineales, las matrices, los determinantes, la axiomática de espacio vectorial, etc. Por otra parte, se plantea la solución de problemas a través de la formulación de modelos u otros métodos científicos, a fin de exigir el carácter utilitario de este conocimiento matemático. En este sentido el recurso de la computación juega un papel de primer orden facilitando la aplicación de los conocimientos aprendidos, a la resolución de problemas con datos reales.

OBEJETIVOS GENERALES

- a. El curso se orienta a la enseñanza de los fundamentos del Algebra Lineal, de acuerdo con los objetivos y contenidos que se señalan en este programa.
- b. Estimar el desarrollo de las habilidades matemáticas en los estudiantes. Con este fin se destacan los procedimientos de prueba matemática y la resolución de problemas.
- c. El curso incorpora elementos históricos que contribuyen a la mejor comprensión de la naturaleza del Algebra Lineal y de su vinculación con otras ramas de la matemática y de otras ciencias. Para ello se pueden elaborar reseñas sobre el origen y la evolución de algunos temas y conceptos como matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones lineales, etc.
- D. Mostrar y explotar como recurso didáctico, la vinculación de los contenidos algebraicos y geométricos.

e. Motivar por medio de ejemplos o por medio de cualquier recurso, la importancia de los recursos enseñados, en relación con otras ciencias.

f. El curso proveerá a los estudiantes de los conocimientos necesarios del Algebra Lineal que demanda el curso de estadística. Este por los contenidos involucrados y el enfoque adoptado, constituye una rica experiencia de aplicación de los conceptos estudiados en el Algebra Lineal.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

1. El estudiante deberá conocer el álgebra de las matrices y su aplicación en diferentes contextos.

2. El estudiante será capaz de ejecutar procesos del cálculo tales como: cálculo de la inversa de una matriz, búsqueda de la solución de un sistema de ecuaciones lineales, cálculo de determinantes, cálculo de distancias, cálculo de valores y vectores propios, etc.

3. El estudiante será capaz de aplicar las propiedades del determinante a procesos "cortos" de demostración y de cálculo.

4. El estudiante dominará el concepto de espacio y subespacio y los métodos de construcción de subespacios.

5. El estudiante deberá dominar los métodos para encontrar bases y el cálculo de dimensiones.

6. El estudiante dominará la relación entre matrices y transformaciones y el modo como las propiedades de las matrices se trasladan a las transformaciones o viceversa, por medio del isomorfismo.

7. El estudiante será capaz de aplicar en procesos teóricos y de cálculo, los conceptos tales como distancia euclídea, ángulo y ortogonalidad en el contexto del espacio \mathbb{R}^n en una suma de subespacios propios, dos a dos ortogonales.

8. El estudiante será capaz de descomponer el espacio \mathbb{R}^n en una suma de subespacios, dos a dos ortogonales.

* No se proponen explícitamente en el enunciado de los contenidos del programa, aquellos temas que serían objeto de una motivación de carácter histórico. Esto como es del caso de otros cursos del plan, será un trabajo a desarrollar por el o los profesores interesados, con el necesario apoyo institucional del Departamento.

** En el programa no se proponen aplicaciones puesto que este tipo de motivaciones pueden quedar a gusto del profesor.

CONTENIDO

Capítulo I: Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Concepto de matriz: Tipos especiales de matriz.

Operaciones entre matrices (suma y multiplicación)

Matriz transpuesta y propiedades.

Matriz invertible y propiedades.

Operatoria del cálculo de la inversa por medio de operaciones fila y operaciones columna.

Resolución de sistemas de ecuaciones de pequeña dimensión ($2 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 3$), con el fin de demostrar distintas alternativas de solución y su significado geométrico

Notaciones matriciales y método general de solución de un sistema (se enuncian - sin prueba-, los teoremas que justifican el método).

Capítulo II: Cálculo de determinantes.

Concepto de determinante y propiedades elementales.

Cálculo del determinante de una matriz (se formula -pero no se prueba-, la existencia y la nulidad del determinante)

Determinante de: una matriz triangular, una matriz invertible, un producto de matrices.

Uso de las propiedades del determinante en los procesos de cálculo.

Capítulo III: Espacios vectoriales y transformaciones lineales

Presentación del concepto de e.v. por medio de \mathbb{R}^n y las matrices.

Otros ejemplos.

Representación geométrica de las operaciones de espacio vectorial, en el caso de \mathbb{R}^n .

Subespacios.

Construcción de subespacios: Generación a partir de una familia de vectores, suma e intersección de subespacios, Subespacio afín. Rectas y planos en \mathbb{R}^n .

Independencia lineal, bases y dimensión. Teorema de completación de la base.

Dimensión de una suma de subespacios.

Concepto de transformación lineal y ejemplo. Rango y nulidad. Transformaciones inyectivas, sobreyectivas e isomorfismos. Matriz asociada a una transformación.

Traslado de definiciones y propiedades de matrices a transformaciones y viceversa.

Capítulo IV: \mathbb{R}^n como espacio vectorial euclídeo.

Matriz definida positiva y producto interno asociado. Norma y distancia euclídea.

Distancias euclídea diagonal. Desigualdad de Schwarz y Angulo entre vectores, ortogonalidad y paralelismo entre vectores. Teorema de Pitágoras.

Operadores (matrices) autoadjuntos.

Proyecciones ortogonales de vectores sobre subespacios (empezando con rectas y planos) Operador de proyección ortogonal
Distancia de un punto a un subespacio (empezando con rectas y planos)
Subespacios ortogonales. Descomposición de \mathbb{R}^n en suma de dos subespacios ortogonales.
Bases ortonormales y presentación geométrica del proceso de ortogonalización de Gram Schmidt.

Capítulo V: Valores y vectores propios.

Concepto de valor y vector propio. Subespacios propios.
Cálculo de valores propios y de subespacios correspondientes.
Diagonalización de operadores autoadjuntos y correspondientes.
Descomposición de \mathbb{R}^n como suma de espacios propios dos a dos ortogonales.
Formas cuadráticas y problemas de maximización.

EVALUACION

Cuatro parciales: viernes 22 marzo 20%; viernes 26 abril 30%; viernes 24 mayo 20% y viernes 21 junio 30%
Gana el curso si Nota Final $\geq 70\%$
Hace examen de Ampliación (martes 2 de julio) si Nota Final esta entre 60% y 70%

BIBLIOGRAFIA

ALGEBRA LINEAL, S. GROSSMAN, 2ª EDICIÓN

CALCULUS, TOM M.APOSTOL, VOLUMEN 1, 2ª Edición Capítulos: 12-13-14-15-16

INTRODUCCION AL ALGEBRA LINEAL, HOWARD ANTON, 3ª EDICIÓN

HISTORY OF MATHEMATICS, BOYER C. WILEY 1968

ALGEBRA LINEAL, HOWARD ANTON, 3ª Edición

ALGEBRA LINEAL APLICADA, B. NOBLE - JAMES W. DANIEL, 1989