

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SEDE DE OCCIDENTE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES  
SECCIÓN DE MATEMÁTICAS  
MA0205: Álgebra y Análisis I.  
Programa de curso. II Ciclo de 2004  
Profesor Gerardo Mora Alpízar

## 1. **Presentación:**

Este es el segundo curso de matemática a nivel universitario, para estudiantes de Enseñanza de la Matemática. En el curso anterior se hizo un repaso de la mayor parte de los tópicos que son cubiertos en secundaria. En este curso y el siguiente se hará una revisión rigurosa de dichos temas, profundizando en cuestiones relacionadas con la existencia de los conjuntos numéricos y sus propiedades principales.

## 2. **Objetivos:**

### (a) **Generales:**

Estudiar las propiedades básicas de los conjuntos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Q}$ , enfatizando en sus propiedades, su formulación rigurosa y las posibles formas de enseñarlas a nivel de secundaria.

### (b) **Específicos:**

- i. Estudiar los conceptos elementales de la teoría de conjuntos, y ser capaz de realizar algunas demostraciones.
- ii. Trabajar con funciones y relaciones binarias, identificando los diferentes tipos existentes.
- iii. Entender la relación entre inducción y buen orden en el conjunto de los números naturales, y realizar demostraciones con estos principios.
- iv. Comprender la necesidad de definiciones rigurosas, a la hora de hablar de conjuntos numéricos.
- v. Deducir las propiedades algebraicas de los números enteros, a partir de los números naturales.
- vi. Deducir y estudiar las propiedades de los números racionales, a partir de los números enteros.
- vii. Entender la diferencia entre conjuntos infinitos y conjuntos numerables, por medio del estudio de estos conceptos. Estudiar desde un punto de vista crítico la bibliografía existente sobre estos conceptos, a nivel de secundaria.

## 3. **Contenido**

### (a) **Conjuntos, relaciones y funciones**

- i. Concepto elemental de conjuntos. Relaciones de pertenencia y de inclusión. Operaciones booleanas. Conjuntos de pares ordenados. Producto Cartesiano. Familias de conjuntos.

- ii. Relaciones binarias. Composición de relaciones. Relación inversa. Clases de equivalencia. Relaciones de orden y de equivalencia. Conjunto cociente. Aplicaciones y ejemplos.
- iii. Funciones. Dominio, codominio y gráfico de una relación. Buena definición. Imágenes directas e inversas. Funciones inyectivas, sobreyectivas o biyectivas. Funciones invertibles.

## (b) Los Números Naturales

- i. Diferentes puntos de vista a la hora de estudiar los números naturales. Escogencia de una axiomática para  $\mathbb{N}$ . Axiomas de Peano.
- ii. Operaciones en  $\mathbb{N}$ . Principio de inducción matemática y el axioma del buen orden en  $\mathbb{N}$ .
- iii. Sistemas de numeración en  $\mathbb{N}$ . Cambios de base.
- iv. Conjuntos finitos e infinitos.

## (c) El anillo de los números enteros

- i. La estructura  $(\mathbb{Z}, +, \cdot, \leq)$  como dominio de integridad ordenado. Operaciones en  $\mathbb{Z}$  y sus propiedades. Relación de orden en  $\mathbb{Z}$ . Discusión sobre una construcción de  $\mathbb{Z}$ .
- ii. Leyes de signos. Números positivos y negativos.  $(\mathbb{Z}^*, \mathbb{Z}_+^*, \mathbb{Z}_-^*)$ . Valor absoluto y distancia en  $\mathbb{Z}$ .  $\mathbb{N}$  como subconjunto de  $\mathbb{Z}$ .
- iii. Algoritmo de la división en  $\mathbb{Z}$ . Máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Factores de un número entero. Números primos y compuestos. Parejas de primos relativos. Descomposición primaria. Congruencias modulares en el anillo  $\mathbb{Z}_n$ .

## (d) Los números racionales

- i. Fracciones enteras y sus propiedades. Suma, resta, producto y cociente de fracciones. Comparación de fracciones. Fracciones equivalentes. Números racionales como clases de equivalencia.  $(\mathbb{Q}, +, \cdot, \leq)$  como campo totalmente ordenado.
- ii.  $\mathbb{N}$  y  $\mathbb{Z}$  como subconjuntos de  $\mathbb{Q}$ .
- iii. Densidad en  $\mathbb{Q}$ .
- iv. Representación decimal de números racionales.
- v. Potencias en  $\mathbb{Q}$ . Leyes de potencias.

## 4. Evaluación

- (a) Se realizarán tres exámenes parciales. Su promedio simple tendrá un valor de 80%.
- (b) Exámenes cortos y tareas: 20%.
- (c) Por lo tanto la nota de aprovechamiento ( $NA$ ), se calculará de la siguiente forma:

$$NA = (NP_1 + NP_2 + NP_3) \cdot \frac{4}{15} + PECT \cdot \frac{1}{5}$$

donde:  $NP_i$  representa la nota del examen parcial  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .  $PECT$  representa el promedio de exámenes cortos y tareas.

- (d) Si  $NA \geq 6.75$ , se aprueba el curso. Si  $5.75 \leq NA < 6.75$ , el estudiante tiene derecho a un examen de ampliación. Pero si  $NA < 5.75$ , el estudiante pierde el curso. La nota final, que se reporta a la Oficina de Registro, se asigna de acuerdo con el Reglamento correspondiente.

## 5. Bibliografía inicial:

Barrantes, Hugo: *Introducción a la Matemática*. Editorial Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica. 2001.

Bick, T.A.: *Introduction to Abstract Mathematics*. Academic Press. New York. 1971.

Bush and Obreanu: *Introducción a la Matemática Superior*. Editorial Trillas. México. 1972.

Haag, Vincent h.: *Structure of Algebra*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts. 1964.

Halmos; Paul: *Teoría Intuitiva de los Conjuntos*. Compañía Editorial Continental. S.A. México. 1965.

Lipschutz, Seymour: *Teoría de Conjuntos*. Editorial McGraw-Hill. Serie Compendios Schaum. Colombia. 1976.

María, May Hickey: *The Structure of Arithmetic and Algebra*. Jhon Wiley & Sons, Inc. 1958.

Olmsted, John M.H.: *The Real Numbers System*. Appleton-Century-Crofts. New York. 1962.

Winder, Raymond L.: *Introduction to the Foundations of Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. New York. 1952.

## 6. Fechas importantes:

Jueves 16 de setiembre. Primer examen parcial. 8:00 a.m.

Jueves 21 de octubre. Segundo examen parcial. 8:00 a.m.

Lunes 29 de noviembre. Tercer examen parcial. 8:00 a.m.

Martes 7 de diciembre. Examen de ampliación. 8:00 a.m.