UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SEDE DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES
SECCIÓN DE MATEMÁTICA
MA0552 Introducción a la Topología
Licenciado Luis Gerardo Araya Aguilar
Jueves 22 de julio de 2004

La palabra topología se refiere al estudio de los lugares o estudio de los sitios e inicialmente se llamó análisis de sitios, hoy en día se siguen diferentes métodos intuitivos, lógicos, formales, problemas, combinados para desarrollar los conceptos o las ideas de la topología o bien se puede retomar la idea de Félix Klein de considerar un objeto cualquiera o conjunto y establecer las relaciones o las estructuras y en especial tomar un grupo de transformaciones del objeto o conjunto y considerar un subgrupo de estas transformaciones que dejen fijas o invariantes una lista de propiedades, que se llaman propiedades o características topológicas y este sería un marco teórico formal pretendiendo llegar al método hipotético deductivo formal. Además de lo anterior hay el interés de cómo aplicar la topología al mundo concreto, que observamos, como también que contribuya al aprendizaje y a la enseñanza. Esta visión es la que se pretende alcanzar.

Objetivo general

Estudiar mediante métodos matemáticos las propiedades de los espacios, generando pensamientos, ideas, definiciones, postulados, axiomas, proposiciones, que se refieran a las características u aspectos que tienen los espacios, su incidencia, su orden, su congruencia, su semejanza, su descritud, su densidad, su continuidad, para alcanzar grados de generalización de conjuntos espaciales como los finitos e infinitos y así todo lo conocido de los números naturales, enteros, racionales, reales y complejos y productos cartesianos o sumas directas de estos conjuntos, mediante transformaciones y listas de condiciones como métricas, límites, continuidad, derivabilidad, integridad, aspectos fundamentales de descripción de espacios como compacticidad, conexitud, separabilidad, convexidad, Hausdorff, primero numerable, segundo numerable, estudio de puntos frontera, puntos interiores, puntos exteriores y puntos adherentes.

Objetivos específicos:

1) Desarrollar la topología mediante el método axiomático, construyendo conceptos, definiéndolos, proposiciones ejemplares y demostrables por diferentes métodos.
2) Conocer las propiedades de base de los espacios métricos, su métrica y los conjuntos y sus partes definibles por su métrica.
3) En listar las propiedades de los números reales que se asocian a espacios correspondientes.
4) Estudiar el significado topológico de conceptos fundamentales tales como límite, continuidad, derivabilidad e integrabilidad, etc.
5) Estudiar conceptos fundamentales que sirven para describir conjuntos como espacios, tales como espacios compactos, conexos, separables, convexos, Hausdorff, primero numerable, segundo numerable, regularidad, normalidad, etc.
6) Estudiar diferentes clases de puntos asociados con un subconjunto de un espacio, tales como puntos frontera, interiores, de adherencia, etc.
7) Estudiar topología algebraica y otros posibles espacios sueltos.

Contenido.

<u>Capítulo 0.</u> Clases de conjuntos, colecciones, familias.

<u>Capítulo 1.</u> Topologías de los números reales.

1.1 Los números reales como campo ordenado y continuo y sus homeomorfismos o sus isomorfismos o copias infinitas distintas.
1.2 Topologías de los números reales.
1.3 Puntos de acumulación, interiores, frontera, exteriores.
1.4 Conjuntos compactos.
1.5 Conjuntos conexos.

<u>Capítulo 2.</u> Espacios métricos.

2.1) Espacios métricos.
2.2) Puntos de acumulación, de adherencia, de frontera y exteriores.
2.3) Sucesiones.
2.4) Continuidad.
2.5) Conjuntos compactos.
2.6) Fractales.

<u>Capítulo 3.</u> Espacios topológicos.

3.1 Espacios topológicos.
3.2 Cerradura, interior y adherencia.
3.3 Separación.

3.4 Conjuntos compactos.
3.5 Conjuntos conexos.
3.6 Topología producto.
Capítulo 4. Topología algebraica.
4.1) Homotopías de curvas.
4.2) El grupo fundamental.

Evaluación:
1) Primer parcial (20%) setiembre
2) Segundo parcial (20%) octubre
3) Tercer parcial (25%) noviembre
4) Cuarto final (35%) noviembre

Si x es la suma correspondiente de los exámenes anteriores, entonces el estudiante aprueba el curso si x 7, pierde el curso si x 6 y tiene derecho a un examen de ampliación si 6 x 7. Este examen se realizará el diciembre, a las 9 a.m.

Bibliografía

1) Dugundji J. Topology. Allyn and Bacon. 1966.
2) Flux Watson. Cálculo Avanzado. Limusa Wiley. México. 1973.
3) Gemignani M. Elementary Topology. Addison-Wesley Pub. Co. 1972.
4) Kasriel R. Undergraduate Topology. W. B. Saunders Co. 1971.
5) Kelly J. General Topology. Van Nostrand Reinhold Co. 1955.
6) Lang Serge. Undergraduate Analysis. Springer Verlag. Berlin. 1983.
7) Lang Serge. Calculus of Several Variables. Springer Verlag. Berlin. 1987.
8) Massey W. Algebraic Topology. Harcourt Brace Javanovich. 1967.
9) Royden H. Real Analysis. Mcmillan Publishing Co. 1988.
10) Walter Rudin. Principios de Análisis Matemático. Mc Graw Hill. 1980.
11) Simmons George. Introduction to Topology and Modern Analysis. Mc. Graw-Hill. 1963.
12) Osborne M. Scout. Basic Homological Álgebra. Springer.2 000.
13) Sze-Tsen Hu. Álgebra nomológica. Editorial Vicens-Vives. 1974.
14) Keesee John W. Introducción a la topología algebraica. Editorial Alambra, S.A. 1971.
15) Sharpe R.W. Differential Geometry. Cartan`s Generalization of Klein`s Erlangen Program.
16) Taylor Michael E. Partial Differential Equations I. Basic Theory. Applied Mathematical Sciences. Springer. 1996.
17) Roig J. Margalef y otros autores. Topología, varios volúmenes. Alambra. 1980.
18) Dubrovin B. y otros autores. Geometría moderna. Mir. 1987.
19) Hocking John G., Young Gail S. Topología. Editorial Reverté. 1975.
20) García Máynez Adalberto. Introducción a la topología de conjuntos. Trillas. 1971.
21) Hilbert D. y Ackermann W. Elementos de lógica teórica. Estructura y Función. Editorial Tecnos-Madrid. 1975.
22) Fraenkel Abraham A. y Levy Azriel. Abstract set theory. North-Holland Publisihing company. 1976.
23) Dieudonné. Fundamentos de análisis moderno. Editorial Reverté. 1975.
24) Osvaldo Acuña Ortega. Montero Bolaños Bernardo. Superficies comapactas y conexas.
25) Freéchet M. Fan Ky. Introducción a la topología combinatoria. Editorial Universitaria de Buenos Aires. 1959.
26) Kuratowski Kazimierz. Introducción ala teoría de conjuntos y a la topología. Editorial Vicens-Vives. 1973.
27) Monroy Olivares César. Curvas Fractales. Alfaomega. 2002.
28) Munkres James R. Topología. Prentice Hall. 2000.
29) Guillemin Victor W. Sternberg Shlomo. Supersimetría y equivalencia de teoría de Rham . Springer. 1999.
30) Gitler Samuel. Introducción a la topología. Fondo de Cultura Ecómica. México. 1978.
31) Warner Frank W. Foundations of Differentiable manifolds and Lie Groups. Springer-Verlag. New York. 1983.
32) Apóstol Tom. Calculus vol1, vol2. Editorial Reverté, Barcelona, 1977.
33) Barnsley Michael. Fractals Everywhere. Academia Press Inc. 1988.
34) Bartle Robert. Introducción al Análisis Matemático. Editorial Limusa, México, 1989.