

Universidad de Costa Rica.
Sede de Occidente.
Departamento de Ciencias Naturales.
Sección de Matemática.
MA0421: Geometría Analítica.
Iº Ciclo del 2005.

Profesores: Jorge Cruz Campos y Gerardo Mora Alpízar.

Programa de Curso.

1. Introducción:

La geometría analítica es un poderoso método para resolver e interpretar problemas geométricos, o de otras ramas de la matemática. Su esencia se fundamenta en la relación entre pares o ternas ordenadas de números reales y puntos en el plano o el espacio, aunque se pueden generalizar dichas relaciones a espacios más generales como \mathbb{R}^n . A partir de dichas correspondencias, podemos asociar curvas o superficies con ecuaciones o sistemas de ecuaciones, relacionando aspectos geométricos con resultados analíticos o algebraicos, y de esta forma poder abordar problemas y establecer resultados mediante relaciones algebraicas y geométricas.

Los antiguos griegos y egipcios utilizaron la fijación de puntos, escogiendo sistemas de coordenadas apropiados, con el objetivo de trazar mapas, pero René Descartes y Pierre de Fermat son considerados los fundadores de la geometría analítica moderna.

En este curso analizaremos muchos resultados ya conocidos superficialmente por el estudiante, y profundizaremos, hasta donde los recursos lo permitan sobre este tema que se espera sea muy interesante para ustedes.

2. Objetivos generales:

- (a) Adquirir conocimientos y destrezas para manipular diferentes sistemas de coordenadas, en la interpretación geométrica de relaciones funcionales dadas a través de ecuaciones o sistemas de ecuaciones algebraicas.
- (b) Generalizar resultados establecidos en sistemas bidimensionales, para explicar fenómenos que se dan en el espacio tridimensional.
- (c) Reconocer la relación unificadora que proporciona la geometría analítica, como herramienta para interpretar y resolver problemas de álgebra, de análisis, y de otras geometrías.
- (d) Asumir una actitud crítica y creativa hacia la enseñanza de las matemáticas.
- (e) Aplicar los conocimientos adquiridos a la solución de problemas diversos.

3. Objetivos específicos:

- (a) Utilizar sistemas de coordenadas para generalizar resultados geométricos aplicados a la solución de problemas.

- (b) Aplicar métodos algebraicos para resolver problemas geométricos.
- (c) Representar gráficamente lugares geométricos determinados por ecuaciones funcionales.
- (d) Determinar la ecuación asociada a un lugar geométrico determinado.
- (e) Aplicar las ecuaciones de la recta, el plano y las secciones cónicas, a la solución de diversos problemas.
- (f) Aplicar el concepto de vector al estudio de curvas y superficies en el espacio.

4. Contenido:

Capítulo I: Sistemas de coordenadas rectangulares y polares (2 semanas)

- (a) Motivación histórica. Orígenes de la geometría analítica y su importancia.
- (b) Sistemas de coordenadas rectangulares y polares.
- (c) Distancia entre dos puntos (en coordenadas rectangulares y polares).
- (d) Ecuación de la recta en \mathbb{R}^2 , en coordenadas rectangulares y polares.
- (e) Distancia de un punto a una recta. Rectas paralelas, distancia entre recta e intersección entre dos rectas.
- (f) Ángulo entre dos rectas. Ecuación normal de la recta.
- (g) Área de un triángulo.
- (h) Trazado de curvas en coordenadas polares. Simetrías, tangentes horizontales y verticales, radios máximos y mínimos.

Capítulo II. Secciones cónicas. (2 semanas)

- (a) El círculo. Ecuación general. Tangentes. Teoremas y problemas relativos a lugares geométricos de forma circular. Traslación y rotación de ejes coordenados. Simplificación de ecuaciones por traslación de ejes.
- (b) La parábola. Definición. Vértice. Eje de simetría. Ecuación de la parábola de vértice (h, k) , y eje de simetría paralelo a alguno de los ejes coordenados. Tangentes a una parábola. Ecuación cuadrática y sus aplicaciones.
- (c) La elipse: Definición. Ecuación de la elipse de centro (h, k) y ejes paralelos a los ejes coordenados.
- (d) La hipérbola: Definición. Ecuación de la hipérbola con eje paralelo a uno de los ejes coordenados. Hipérbolas equiláteras. Hipérbolas conjugadas. Propiedades.
- (e) Ecuación general de segundo grado en dos variables.
- (f) Las cónicas en coordenadas polares.
- (g) Diferencia entre la antigua y la actual forma de estudiar las cónicas.
- (h) Aplicaciones. (óptica, órbitas planetarias, Leyes de Kepler)

Capítulo III. Ecuaciones paramétricas. (2 semanas)

- (a) Relación entre ecuaciones rectangulares y ecuaciones paramétricas de un lugar geométrico.
- (b) Representación gráfica de curvas dadas en forma paramétrica.
- (c) Representación paramétrica de las cónicas.
- (d) Resolución de problemas asociados a lugares geométricos por métodos paramétricos.
- (e) Círculos deslizados interior o exteriormente sobre otros círculos.

Capítulo IV. Trazado de curvas y cálculo diferencial. (2 semanas)

- (a) Trazado de curvas y derivadas.
- (b) Trazado de curvas polinomiales, potenciales, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas e hiperbólicas.
- (c) Uso de papel logarítmico.

Capítulo V: Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 . (2 semanas)

- (a) Interpretación física de vector. Dirección y magnitud.
- (b) Operaciones con vectores.
- (c) Producto escalar y producto vectorial.
- (d) Problemas geométricos.
- (e) Necesidad de pasar de \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 .
- (f) Rectas en \mathbb{R}^3 .
- (g) Planos en \mathbb{R}^3 .

Capítulo VI: Curvas y superficies en \mathbb{R}^3 . (3 semanas)

- (a) Superficies cilíndricas.
- (b) Superficies de revolución.
- (c) Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas.
- (d) Superficies cuadráticas: ecuación general de segundo grado con tres incógnitas.
- (e) Aplicaciones: área, volumen, centro geométrico.
- (f) Curvas en \mathbb{R}^3 .
- (g) Intersección entre superficies. Generalización de la integral definida para calcular volúmenes de regiones limitadas por superficies.

5. **Evaluación:** Tres exámenes parciales: 80% (26.67% cada uno). Trabajos y tareas: 20%.

Si el promedio ponderado entre exámenes parciales, trabajos y tareas es mayor o igual a 70%, de acuerdo con el reglamento de evaluación vigente, el estudiante aprueba en curso. Si dicho promedio es mayor o igual a 57.5 y menor que 67.5, el estudiante tiene derecho a un examen de ampliación, el cual se aprueba con una nota mayor o igual a 70%, en cuyo caso se le reportar como nota final un 7.0. Si la nota del examen de ampliación es menor que 70%, o el promedio ponderado es menor que 57.5%, el estudiante pierde el curso.

6. Fechas importantes:

08-04-2005:	Primer Examen Parcial.	1:00 P.M.
13-05-2005:	Segundo Examen Parcial.	1:00 P.M.
24-06-2005:	Tercer Examen Parcial.	1:00 a.m.
06-07-2005:	Examen de Ampliación.	8:00 a.m.

7. Bibliografía básica:

Beskin, N. M.: *Representación de figuras espaciales* . Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1977.

Cletenik, D.: *Problemas de Geometría Analítica*. 4^{ta} edición. Editorial MIR. Moscú. 1979.

Coxeter, H. S. M.: *Fundamentos de Geometría*. Editorial Limusa.-Wiley. S. A. México. 1971.

Dankó, P.E. y otros: *Matemáticas superiores en ejercicios y problemas*. Editorial MIR. Moscú. 1983. Parte I y Parte II.

Gelfand. I. y otros: *El Método de Coordenadas*. Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1973.

Lemann, C. H.: *Geometría Analítica*. Editorial Limusa. S. A. México. 1995.

Lyúbich, Yu I.: *Método Cinemático en Problemas de Geometría*. Serie Lecciones Populares. 2^{da} edición. Editorial MIR. Moscú. 1984.

Middlemiss, R. R.: *Geometría Analítica*. 3^a edición. McGraw-Hill. México. 1968.

Shervátov, V. G.: *Funciones Hiperbólicas*. Serie Lecciones Populares. Editorial MIR. Moscú. 1975.