

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente  
Departamento de Ciencias Naturales  
Sección de Matemática

Carta al estudiante  
Introducción a la Variable Compleja  
MA 610

Este curso introduce al estudiante al fascinante mundo del número complejo junto con algunas de sus aplicaciones. Además es el primer curso de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática, primera promoción propia de la Sede de Occidente.

**Objetivos Generales**

1. Desarrollar una discusión amplia sobre la resolución de ecuaciones algebraicas.
2. Capacitar al estudiante en el manejo del cálculo en una variable compleja.

**Objetivos Específicos**

1. El estudiante debe ser capaz de resolver en forma general ecuaciones de primer grado hasta cuarto grado.
2. El estudiante debe usar los conceptos de convergencia de sucesiones, límite de sucesiones y funciones, continuidad en  $\mathbb{C}$  ( $\mathbb{C}$  representa el conjunto de los números complejos)
3. El estudiante debe usar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en  $\mathbb{C}$ .
4. El estudiante debe ser capaz de distinguir la diferenciabilidad de una función como función de dos variables reales y como función de variable compleja.
5. El estudiante debe saber como desarrollar una función analítica en una región como un desarrollo de Taylor.
6. El estudiante debe ser capaz de calcular integrales sobre curvas con el uso de residuos. Ellos deben ser capaces de utilizarlas luego en el cálculo de ciertas integrales reales.

**Contenido**

1. La estructura algebraica de  $\mathbb{C}$ : definición y axiomas de campo de  $\mathbb{C}$ . Conjugado de un número complejo, valor absoluto y sus propiedades. Identidad de Lagrange. Representación de Lagrange. Representación geométrica, lugares geométricos. Forma trigonométrica, fórmula de Moivre, raíces de números complejos. Polinomios, ceros de polinomios y ecuaciones.

2. La estructura topológica de  $\mathbb{C}$ : conjuntos cerrados y abiertos. Funciones con valores complejos. Definición de límite, convergencia simple y uniforme. Continuidad de funciones. Sucesiones y series, series absolutamente convergentes. Límite superior e inferior. Criterios de convergencia de una serie. Definición de distancia de un conjunto. Teorema de intersección de Cantor. El plano complejo extendido, proyección estereográfica.

3. Derivación: definición de la derivada de una función en un punto. Propiedades de la derivada. Funciones analíticas. Series de potencias y sus propiedades. Función exponencial y logarítmica. Ecuaciones de Riemann y Cauchy. Funciones armónicas.

4. Integración a lo largo de una curva: Funciones analíticas: sus propiedades, expansión por medio de una serie de Taylor. Teorema de los residuos de Cauchy. Su aplicación a ciertas integrales reales en una y varias variables.

### **Evaluación**

Se realizarán tres exámenes parciales:

1 Parcial (30 %) Sábado 17 de Septiembre

2 Parcial (35 %) Sábado 22 de Octubre

3 Parcial (35 %) Sábado 26 de Noviembre

Esto promedia un 100 % de la nota de aprovechamiento (A). En caso de que  $A \geq 70$  el estudiante gana el curso. Si  $70 > A \geq 60$ , el estudiante tiene la opción de hacer un examen de ampliación el 7 de Diciembre a las 9 a m. En otro caso, pierde el curso.

### **Bibliografía**

Ahlfors Lars V Complex Analysis 3° edición, McGraw Hill Book Company, Inc, USA 1979

Apostol, T M Análisis Matemático 2° Edición, Editorial Reverté, S A España, 1977

Churchill, Ruel V Complex variables and applications 4° Edición, McGraw Hill Book Company, USA 1984

Derrick, William R Variable compleja con aplicaciones Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1984

Spiegel, Murray R Complex Variables Series Schaum, McGraw Hill Book Company, USA 1964

No hay virtud más eminente  
que el hacer sencillamente  
lo que tenemos que hacer

José María Permán

Msc Sergio Araya Rodríguez  
sergara@racsa.co.cr