UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SEDE DE OCCIDENTE
SECCIÓN DE MATEMÁTICA
MA0270 GEOMETRÍA I
Profesor: Jesús Rodríguez Rodríguez

CARTA AL ESTUDIANTE

Introducción:

Con frecuencia se dividen en tres etapas las ideas geométricas del nombre: la geometría empírica, la geometría preeuclideana y la geometría euclidiana.

La primera se desarrolla especialmente en Egipto, hasta aproximadamente el año 600 a.C., y está estrechamente ligada a las necesidades prácticas inmediatas. En esta etapa la verdad geométrica resulta de la verificación experimental y desde el punto de vista filosófico se presenta como un secreto revelado por los dioses; guardado y trasmitido de generación en generación.

La geometría preeuclideana se desarrolla en la Grecia Antigua entre los años 600 hasta el 300 a.C. con *Thales, Pitágoras, Platón* y muchos otros. Esta se separa de la estrecha dependencia de los problemas prácticos y gira más en torno a la investigación desinteresada, en torno a la verdad pura. La verdad geométrica se establece por medio del razonamiento y por deducción lógica. Se produce de esta manera un cambio esencial y cualitativo en relación con el método empírico. En esta etapa existen diferentes interpretaciones filosóficas.

Thales representa el punto de unión entre la geometría de los egipcios y la de los griega; aunque usa el método deductivo tiene en vista el objetivo práctico; parte de los problemas prácticos o llega a ellos. En cambio *Pitágoras,* representa la aristocracia esclavista, da a la verdad geométrica interpretaciones místicas. Para *Platón*, representante del idealismo objetivo, la geometría pertenece al mundo de las ideas puras. En esta etapa el móvil principal de las actividades de la geometría es el descubrimiento; Dejar en evidencia mediante el pensamiento las implicaciones geométricas escondidas, sin una preocupación especial por el rigor de las demostraciones y lo interesante es lo que no es evidente; lo que aparece solamente después de una investigación muy atenta. No se trabaja sólo en base la intuición y no se puede establecer sólo mediante las mediciones por ejemplo que: si un triángulo tiene un ángulo recto entonces entre los lados existe la relación; cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

En la geometría euclidiana, esto es, desde el año 300 a. C. las verdades geométricas acumuladas en el período precedente se enmarcan en un sistema lógico deductivo. Por ello el interés gira no solamente en torno a las verdades no evidentes sino que es muy importante la distinción entre las verdades básicas (axiomas) y las verdades deducidas (teoremas). Se estudian y demuestran teoremas que por su contenido no hubiesen atraído la atención en el período precedente. Por ejemplo, la proposición; un lado del triángulo es menor que los otros dos, que parece evidente no es en sí interesante pero sin embargo debe ser investigado a fin de decidir si es un axioma o un teorema. Se persigue un absoluto rigor en las demostraciones, en las definiciones lógicas de las nociones y en la sistematización de los teoremas. La geometría se libera del misticismo y se desarrolla en torno a las actividades intelectuales del hombre.

Sin embargo, paralelamente se hacen investigaciones en torno a otras disciplinas en las cuales la geometría juega un rol importante. *Arquímedes*, tomando la concepción materialista de *Democrito y Eudoxio* liga las investigaciones geométricas a la mecánica, la física y la técnica ,y logra resolver problemas de calculo y volúmenes que por sus métodos se consideran los antecedentes del cálculo integral.

Después de *Euclides* hasta el Renacimiento, la geometría entra en una etapa de estancamiento. Desde el siglo XVI hasta el presente se produjo un extraordinario desarrollo de la geometría. Con el álgebra y el sistema de coordenadas nace la geometría analítica. Con el análisis aparecen nuevos problemas y nuevos métodos naciendo la teoría de las curvas, de las superficies y la geometría diferencial. Con el álgebra moderna, otros problemas y otras clasificaciones dan origen a la geometría proyectiva, geometría afín, geometría métrica, etc.

Aunque *Euclides* es el autor de una serie de trabajos entró a la historia de la matemática como *el creador de los elementos.* Estos constan de trece libros que empiezan con el estudio de las figuras geométricas planas y, puesto que son necesarios los números, comprenden también el estudio de los enteros positivos y las fracciones La particularidad más importante de los elementos es que el estudio de la geometría se hace bajo un esquema lógico unitario y que todos los teoremas contenidos en ellos están fundamentados rigurosamente según el modelo del sistema deductivo. Esto hizo que los *elementos* fueran considerados un modelo de perfección en su exposición y sirvieran de manuales por cerca de 2000 años. *Euclides* parte de algunos axiomas y postulados que actualmente llamamos solamente axiomas, que son las verdades evidentes que admitimos inicialmente, y que de ellas, eliminando la intuición, se deducen por vía de la lógica todos los teoremas. Es claro sin embargo que la intuición invade el terreno de la geometría en la formación de los axiomas.

En el presente curso estudiaremos fundamentalmente las ideas sobre la geometría desarrolladas por *Euclides.*

OBJETIVOS GENERALES

1. El estudiante deberá analizar, comprender y diferenciar, las diferentes etapas en el desarrollo histórico de la geometría.
2. El estudiante deberá comprender la importancia del método axiomático en la geometría y su trascendencia en todo el desarrollo de la matemática.
3. El estudiante aprenderá a manejar los métodos propios de la demostración de la geometría.
4. El estudiante comprenderá la importancia de la utilización de la geometría en otras disciplinas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. El estudiante deberá conocer, aunque sea superficialmente, los contenidos de los *elementos de Euclides.*
2. El estudiante deberá discutir la diferencia e importancia de los postulados, axiomas y teoremas.
3. El estudiante deberá conocer las propiedades principales de los triángulos cuadriláteros y polígonos. Deberá conocer las propiedades de los triángulos semejantes y triángulos congruentes.
4. El estudiante deberá conocer las propiedades más importantes relativas a la igualdad de círculos, cuerdas en el círculo,

secantes y tangentes al círculo.

5. El estudiante deberá aprender las propiedades más importantes relativas a los ángulos centrales e inscritos y de dos cuerdas que se cortan en el interior del círculo.
6. El estudiante deberá aprender a construir figuras geométricas con regla y compás.
7. El estudiante deberá aprender las propiedades más importantes relativas a los polígonos regulares y sus áreas.

CONTENIDO

1) Enfoque histórico para la geometría euclidiana.

- a) Lectura dirigida hacia el conocimiento del desarrollo de la geometría empírica, preeuclideana y euclidiana.
- b) Lectura dirigida hacia el conocimiento de los principales geómetras y filósofos griegos
- *c)* Lectura dirigida, aunque sea brevemente, hacia el conocimiento de los contenidos de los *elementos.*
- d) Discusión sobre conceptos tales como: postulado, axioma, definición y teoremas.

2) **Triángulos, Cuadriláteros y Polígonos**

- a) Definición y discusión sobre algunos conceptos tales como: superficies, línea recta, ángulos adyacentes, diferentes tipos de ángulos, etc.
- b) Clasificación de triángulos.
- c) Teorema sobre igualdad de triángulos.
- d) Rectas paralelas.
- e) Rectas paralelas cortadas por una transversal.
- f) Teoremas sobre triángulos utilizando paralelismo de rectas.
- g) Teoremas sobre relaciones entre los lados de un triángulo.
- h) Cuadriláteros. Teoremas relativos a los paralelogramos e igualdad de paralelogramos.
- i) Polígono y clasificación de polígonos.
- j) Teoremas relativos a los ángulos externos e internos de un polígono.
- k) Estudio de algunos lugares geométricos.

3) **El círculo**

- a) Definición del círculo, circunferencia, radio, diámetro, arco, ángulo central, etc.
- b) Teoremas relativos a la igualdad de círculos.
- c) Teoremas relativos a las cuerdas iguales y cuerdas desiguales.
- d) Teoremas relativos a rectas tangentes y secantes a un círculo.
- e) Teoremas relativos al segmento de recta que une los centros de dos círculos.

4) **Ángulos**

- a) Medidas de ángulos.
- b) Teoremas relativos a los ángulos centrales y ángulos inscritos a un círculo.
- c) Teorema sobre: El ángulo formado por dos cuerdas que se cortan en un círculo, el ángulo formado por dos secantes a un círculo, el ángulo formado por dos tangentes a un círculo.
- d) Problemas de construcción de figuras geométricas tales como: perpendiculares, división de una recta en dos partes iguales, división de un ángulo, de construcción de triángulos, inscrito en una circunferencia, de un círculo inscrito en un triángulo dado, etc.

5) **Proporciones y polígonos semejantes**

- a) Definición de proporción.
- b) Teoremas relativos a los términos de una proporción.
- c) Teorema sobre líneas proporcionales.
- d) Teoremas sobre bisectriz de un ángulo y de un ángulo externo de un triángulo.
- e) Teorema sobre semejanza de triángulos.
- f) Teoremas sobre polígonos semejantes.
- g) Relaciones numéricas de: dos cuerdas que se cortan dentro de un círculo, de una secante y tangente a un círculo.
- h) Congruencia de triángulos.
- i) Problemas de construcción: Dividir una recta dada en partes proporcionales, Hallar la cuarta proporcional, la media proporcional, dividir una recta dada en media y en extrema razón.
- j) Congruencia de triángulos.

6) **Área de polígonos**

- a) Área de un paralelogramo, de un triángulo, de un trapecio.
- b) Teoremas sobre áreas en triángulos semejantes y polígonos semejantes.
- *c)* Teorema de *Pitágoras.*
- d) Relaciones numéricas de un triángulo cualquiera.
- e) Problemas de construcción de polígonos.

7) **Polígonos regulares y círculo**

- a) Definición de polígono regular, radio, centro y ángulo central.
- b) Teoremas relativos a polígonos regulares inscritos y circunscritos.
- *c)* Cálculo del área de un círculo y del número ð utilizando la idea de *Arquímedes.*

EVALUACIÓN

Tres exámenes parciales 90 %

Exposiciones 10%

Se realizarán tres exámenes parciales. Cada uno con el valor de $\frac{100}{3}$ % cada uno.

Si $\frac{NP_1+NP_2+NP_3}{3} \geq 67.5$ el estudiante aprueba el curso.

Si $60 \leq \frac{NP_1+NP_2+NP_3}{3} < 67.5$ el estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.

Si $\frac{NP_1+NP_2+NP_3}{3} < 60$ el estudiante pierde el curso.

Observación: Solamente se realizará un examen de reposición, previa justificación médica. No habrá reposición de la reposición. Las fechas de los exámenes se definirán durante el curso.

BIBLIOGRAFÍA

Varilly J. ELEMENTOS DE GEOMETRÍA PLANA. 1. ed. San José, C. R.: Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1988.