

## MA-1003 Cálculo III.

I Ciclo del 2007

Profesor: Carlos Bonilla Flores

[cbonillaf@gmail.com](mailto:cbonillaf@gmail.com)

Carta al estudiante

Créditos: 4

Requisito: MA-1002

Correquisito: MA-1004

Horas por semana: 5

### 1. Objetivos generales del curso

1. Complementar la formación en Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral Clásicos para varias variables haciendo mucho énfasis en las interpretaciones geométricas en  $\mathbf{R}^2$  y en  $\mathbf{R}^3$ .
2. Complementar la formación del Análisis Vectorial estudiando las integrales de línea, las integrales de superficie y los teoremas de Green, Stokes y Gauss.

### 2. Objetivos específicos del curso

1. Interpretar y manipular geoméricamente ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones algebraicas, ecuaciones vectoriales, intersecciones, proyecciones, etc.
2. Aplicar la regla de la cadena generalizada y su aplicación a las derivadas de funciones
3. implícitas y a otros problemas.
4. Calcular con soltura los valores extremos de funciones de varias variables; así como los puntos de ensilladura. Saber clasificar los puntos críticos y su aplicación a problemas. Cálculo de extremos condicionados mediante el método de Multiplicadores de Lagrange.
5. Tener un buen conocimiento del significado de integral múltiple, de su cálculo ya sea
6. directamente o mediante cambios de coordenadas y sus aplicaciones.
7. Saber calcular una integral de línea y sus aplicaciones. Saber el teorema de Green.
8. Saber calcular una integral de superficie y sus aplicaciones a los teoremas de Stokes y de Gauss.

[www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr)

### 3. Contenidos

#### Capítulo I: Superficies y funciones vectoriales de una variable real. (3 semanas)

1. Repaso muy breve de: rectas y planos en el espacio, secciones cónicas, superficies
2. cuadráticas, ecuación de segundo grado sin términos mixtos, traslación de ejes.
3. Cilindros y conos oblicuos, superficies de revolución obtenidas al girar una curva plana o alabeada alrededor de cualquier eje.
4. Conceptos de: función vectorial de una variable real y de ecuaciones paramétricas. Curvas en el espacio. Límites, continuidad, derivadas e integrales. Los vectores unitarios:  $T$ ,  $N$ ,  $B$ ,  $\tau$

5. Triedro intrínseco. Curvatura de una curva, radio de curvatura, círculo osculador, torsión.
6. Componentes tangencial y normal de la aceleración.

## **Capítulo II: Derivación parcial y sus aplicaciones. (5 semanas)**

1. Funciones de varias variables. (campos escalares en 2 y 3 variables).
2. Límites y continuidad. Derivadas parciales. Incrementos y diferenciales. Regla de la
3. cadena.
4. Derivadas de funciones implícitamente definidas por una ecuación o por un sistema de
5. ecuaciones.
6. Derivadas direccionales y el vector gradiente de un campo escalar.
7. Máximos y mínimos de funciones de varias variables.
8. El criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
9. Multiplicadores de Lagrange y problemas de máximos y mínimos con restricciones.
10. Diferenciales de segundo orden.
11. Determinación de la clase de puntos críticos por el método de la fórmula de Taylor o por el método de matrices.

## **Capítulo III: Integrales múltiples. (3 semanas)**

1. Integrales dobles, sobre rectángulos y sobre regiones más generales.
2. Area y volumen mediante integración doble.
3. Cambio de variables en una integral doble. Coordenadas polares, elípticas y otras.
4. Aplicaciones de las integrales dobles (masa, momentos, centro de masa de una lámina plana)
5. Integrales triples, cambio de variables en una integral triple. Coordenadas cilíndricas,
6. esféricas, elipsoidales y otras.
7. Aplicaciones de las integrales triples (masa, momentos, centro de masa de una región sólida)

## **Capítulo IV: Análisis vectorial. (4 semanas)**

1. Campos vectoriales. Integrales de línea. Independencia de la trayectoria.
2. El teorema de Green.
3. Area de una superficie.
4. Integrales de superficie.
5. El teorema de la divergencia (Gauss).

6. El teorema de Stokes.

#### 4. Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales. Siendo NP1, NP2, NP3 las notas respectivas del primero, segundo y tercer examen parcial, la nota de aprovechamiento  $NA$  es obtenida como sigue:

$$NA = \frac{2.5303}{1.0000}$$

El estudiante que deba hacer algún examen de reposición, debe justificar ante su profesor el motivo de su ausencia al examen ordinario de acuerdo a lo establecido en los reglamentos vigentes.

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios; cuando los decimales sean exactamente coma veinticinco ( $,25$ ) o coma setenta y cinco ( $,75$ ), deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete ( $7,0$ ) es la mínima para aprobar el curso.

#### Cronograma de Exámenes

##### Examen Fecha Hora Materia a evaluar

Primer parcial 05/mayo/2007 8:00 a.m.

Reposición primer parcial 09/mayo/2007 8:00 a.m.

Cap. I y Cap. II hasta derivadas  
direccionales y el vector gradiente inclusive

Segundo parcial 02/junio/2007 8:00 a.m.

Reposición segundo parcial 06/junio/2007 8:00 a.m.

Cap. II desde máximos y mínimos y Cap. III

Tercer parcial 30/junio/2007 8:00 a.m.

Reposición tercer parcial 04/julio/2007 8:00 a.m.

Cap. IV

Ampliación 12/julio/2007 8:00 a.m. Toda la materia

Suficiencia 12/julio/2007 8:00 a.m. Toda la materia

#### 5. Bibliografía

Edwards y Penney, Cálculo y Geometría Analítica. Editorial Prentice Hall. Cuarta edición, 1996. Libro de Texto.

Tom M. Apostol, Calculus volumen 2. Editorial Reverté. Segunda edición, 1978.

Ing. Manuel Calvo, Cálculo III MA-1003. Ejercicios propuestos y ejercicios resueltos. Primera parte: Cálculo diferencial de varias variables. Segunda parte: Cálculo integral y vectorial de varias variables.

Prof. Osvaldo Acuña y Prof. Jorge Poltronieri, Ejercicios de Cálculo III, Cálculo Diferencial e Integral III.

Revisión Prof. B. Demidovich, Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir-Moscú. U.R.S.S. 1977.

B.P. Demidovich, 5000 problemas de análisis matemático. Editorial Paraninfo S.A. Madrid 1985 Tercera edición.

Claudio Pita Ruiz. Cálculo vectorial. Prentice Hall. Hispanoamericana. S.A. 1995.