



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
Escuela de Matemática  
2060 San José, Costa Rica  
Tel.: (506) 207 4400 Fax.: (506) 207  
4397  
www.emate.ucr.ac.cr



**Carta al Estudiante**  
**MA-1003 Cálculo Diferencial e Integral III.**  
**II Ciclo del 2007**

Créditos: 4  
Requisito: MA-1002  
Correquisito: MA-1004  
Horas por semana: 5

## **1. Objetivos generales del curso**

**1.1** Complementar la formación en Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral Clásicos para varias variables haciendo mucho énfasis en las interpretaciones geométricas en  $\mathbf{R}^2$  y en  $\mathbf{R}^3$ .

**1.2** Complementar la formación del Análisis Vectorial estudiando las integrales de línea, las integrales de superficie y los teoremas de Green, Stokes y Gauss.

## **2. Objetivos específicos del curso**

**2.1** Interpretar y manipular geoméricamente ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones algebraicas, ecuaciones vectoriales, intersecciones, proyecciones, etc.

**2.2** Aplicar la regla de la cadena generalizada y su aplicación a las derivadas de funciones implícitas y a otros problemas.

**2.3** Calcular con soltura los valores extremos de funciones de varias variables; así como los puntos de ensilladura. Saber clasificar los puntos críticos y su aplicación a problemas. Cálculo de extremos condicionados mediante el método de Multiplicadores de Lagrange.

**2.4** Tener un buen conocimiento del significado de integral múltiple, de su cálculo ya sea directamente o mediante cambios de coordenadas y sus aplicaciones.

**2.5** Saber calcular una integral de línea y sus aplicaciones. Saber el teorema de Green.

**2.6** Saber calcular una integral de superficie y sus aplicaciones a los teoremas de Stokes y de Gauss.

### 3. Contenidos

#### Capítulo I: Superficies y funciones vectoriales de una variable real. (3 semanas)

1. Repaso muy breve de: rectas y planos en el espacio, secciones cónicas, superficies cuadráticas, ecuación de segundo grado sin términos mixtos, traslación de ejes.
2. Cilindros y conos oblicuos, superficies de revolución obtenidas al girar una curva plana o alabeada alrededor de cualquier eje.
3. Conceptos de: función vectorial de una variable real y de ecuaciones paramétricas. Curvas en el espacio. Límites, continuidad, derivadas e integrales. Los vectores unitarios:  $\vec{T}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{B}$ . Triedro intrínseco. Curvatura de una curva, radio de curvatura, círculo osculador, torsión. Componentes tangencial y normal de la aceleración.

#### Capítulo II: Derivación parcial y sus aplicaciones. (5 semanas)

1. Funciones de varias variables. (campos escalares en 2 y 3 variables).
2. Límites y continuidad. Derivadas parciales. Incrementos y diferenciales. Regla de la cadena.
3. Derivadas de funciones implícitamente definidas por una ecuación o por un sistema de ecuaciones.
4. Derivadas direccionales y el vector gradiente de un campo escalar.
5. Máximos y mínimos de funciones de varias variables.
6. El criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
7. Multiplicadores de Lagrange y problemas de máximos y mínimos con restricciones.
8. Diferenciales de segundo orden.
9. Determinación de la clase de puntos críticos por el método de la fórmula de Taylor o por el método de matrices.

#### Capítulo III: Integrales múltiples. (3 semanas)

1. Integrales dobles, sobre rectángulos y sobre regiones más generales.
2. Área y volumen mediante integración doble.
3. Cambio de variables en una integral doble. Coordenadas polares, elípticas y otras.
4. Aplicaciones de las integrales dobles (masa, momentos, centro de masa de una lámina plana)
5. Integrales triples, cambio de variables en una integral triple. Coordenadas cilíndricas, esféricas, elipsoidales y otras.
6. Aplicaciones de las integrales triples (masa, momentos, centro de masa de una región sólida)

#### Capítulo IV: Análisis vectorial. (4 semanas)

1. Campos vectoriales. Integrales de línea. Independencia de la trayectoria.
2. El teorema de Green.
3. Área de una superficie.
4. Integrales de superficie.

5. El teorema de la divergencia (Gauss).
6. El teorema de Stokes.

#### 4. Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales. Siendo  $NP1, NP2, NP3$  las notas respectivas del primero, segundo y tercer examen parcial, la nota de aprovechamiento  $NA$  es obtenida como sigue:

$$NA = \left[ NP1 \cdot \frac{25}{100} + NP2 \cdot \frac{30}{100} + NP3 \cdot \frac{35}{100} \right] \cdot \frac{10}{9}.$$

El estudiante que deba hacer algún examen de reposición, debe justificar ante su profesor el motivo de su ausencia al examen ordinario de acuerdo a lo establecido en los reglamentos vigentes.

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios; cuando los decimales sean exactamente coma veinticinco (,25) o coma setenta y cinco (,75), deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar el curso.

<b>Cronograma de Exámenes</b>			
<b>Examen</b>	<b>Fecha</b>	<b>Hora</b>	<b>Materia a evaluar</b>
Primer parcial	29 setiembre	13:00	Cap.I y Cap. II hasta derivadas direccionales y el vector gradiente inclusive
Reposición primer parcial	03 octubre	08:00	
Segundo parcial	03 noviembre	13:00	Cap.II desde máximos y mínimos y Cap. III
Reposición segundo parcial	07 noviembre	8:00	
Tercer parcial	05 diciembre	8:00	Cap. IV
Reposición tercer parcial	08 diciembre	8:00	
Ampliación	15 diciembre	8:00	Toda la materia
Suficiencia	15 diciembre	8:00	Toda la materia

## **5. Bibliografía**

Edwards y Penney, Cálculo y Geometría Analítica. Editorial Prentice Hall. Cuarta edición, 1996. Libro de Texto.

Tom M. Apostol, Calculus volumen 2. Editorial Reverté. Segunda edición, 1978.

Ing. Manuel Calvo, Cálculo III MA-1003. Ejercicios propuestos y ejercicios resueltos. Primera parte: Cálculo diferencial de varias variables. Segunda parte: Cálculo integral y vectorial de varias variables.

Prof. Osvaldo Acuña y Prof. Jorge Poltronieri, Ejercicios de Cálculo III, Cálculo Diferencial e Integral III.

Revisión Prof. B. Demidovich, Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir-Moscú. U.R.S.S.1977.

B.P. Demidovich, 5000 problemas de análisis matemático. Editorial Paraninfo S.A. Madrid  
1985 Tercera edición.

## **6. Profesores**

<b>Grupo</b>	<b>Horario</b>	<b>Profesor</b>	<b>Oficina</b>	<b>Aula</b>
01	L: 7 a 8:50, J: 7 a 9:50	Luis Acuña V.		241 CE 241 CE
02	L: 7 a 9:50, J: 7 a 8:50	Mark Villarino B.	427 FM	250 LE 250 LE
03	L:10 a 12:50, J: 9 a 10:50	Luis Pacheco G.	424 FM	203 AG 126 CE
04	L:10 a 12:50, J: 9 a 10:50	Eduardo Díaz O.	255 CCI	442 CE 343 CE
05	K:7 a 9:50,V:7 a 8:50	Juan Ávila H.	255 CCI	212 IN 118 CE
06	K:7 a 8:50,V:7 a 9:50	Wagner Rojas.	004 OM	111 LE 111 LE
07	K: 10 a 12:50, V: 9 a 10:50	Eduardo Díaz O.	255 CCI	231 IN 225 IN
08	K:10 a 12:50, V: 9 a 10:50	Hugo Marengo C.		201 AG 202 AG
09	L:13 a 15:50, J: 13 a 14:50	Luis Acuña V.		212 ED 212 ED
10	L:13 a 15:50, J:13 a 14:50	Luis Pacheco G.	424 FM	112 LE 112 LE
11	K:13 a 15:50, V:13 a 14 :50	Eduardo Arita D.	250 EC	443 CE 443 CE
12	K:7 a 8:50, V:7 a 9:50	Edwin Castro F.	411-I FM	215 FM 220 CS
13	K:17 a 19:50,V:17 a 18:50	José Rosales O.	207 FM	24 AQ 304 CS