

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente  
Curso: Geometría analítica  
Sigla: MA-0421

## CARTA AL ESTUDIANTE I CICLO DEL 2008

### Introducción:

La geometría analítica es un arte, una disciplina y un campo de la matemática que abarca la organización de procesos con los números, con su operatoria, ordenación, completitud, medidas, conjuntos, relaciones, funciones, estructuras algebraicas, en su relación estrecha con la ciencia de los dibujos, de las figuras, dicho de otra forma es la integración de la aritmética, el álgebra, la trigonometría, el análisis, la topología, el cálculo con la geometría.

La base de la geometría analítica empieza cuando se ve todo como números o al menos se representan todas las cosas mediante números, los objetos y sus propiedades, este ejercicio comienza con las asociaciones básicas de que cada punto de una recta se asocia un único número real y viceversa. Luego a cada punto de un plano se asocia un único par de números reales y viceversa. A cada punto del espacio se le asocia una única terna de números reales y viceversa. Este desarrollo se continua, para espacios con más de tres dimensiones y por eso las coordenadas tienen cuartetos, quintetos, sextetos, septetos, sucesivamente enétiplos de números reales o complejos o la clase de números que se ajuste al estudio que se debe hacer. Este proceso es abierto, tanto en el sentido de los productos cartesianos de dos conjuntos, tres, cuatro, cinco, sucesivamente hasta  $n$  o más allá hasta tantas veces como los números naturales o cualquier parte de los números reales, así este campo de la matemática es creadoramente bello.

El desarrollo de la geometría analítica se dio mediante el esfuerzo de muchas personas en el transcurso del tiempo y el espacio. Los griegos Euclides, Pitágoras, Thales, Arquímedes, sientan sus bases, unos conocimientos, unos métodos, los cuales son retomados con nuevos ojos, con nuevos pensamientos, con nuevos símbolos, con nuevos problemas, con nuevas necesidades. Las curvas o las figuras en el plano son vistas mediante pares ordenados, sus propiedades o relaciones mediante fórmulas dadas en ecuaciones o desigualdades. Descartes inicia la geometría analítica, la escribe y dibuja con sus limitaciones y desarrollando su idea original. Este proceso no se detiene, lo continua Newton y Leibniz, con el desarrollo del cálculo, aportando y resolviendo el problema de la tangente en cualquier punto de una curva y obteniendo el área de regiones encerradas por curvas menos sencillas.

Hoy en día hay voluminosos libros que contienen muchas aplicaciones, donde se pueden estudiar muchas propiedades geométricas traducidas al lenguaje algebraico y usando el análisis, permitiendo de esta manera explicaciones sencillas y correctas.

En el mundo de hoy, toda persona se maneja o vive en muchas dimensiones o en espacios de muchas dimensiones, esa es la forma compleja del mundo actual. Por este motivo es importante que la educación forme mentes con instrumentos teóricos de muchas coordenadas. De ahí la importancia de aprender vectores, matrices o funciones de varias variables, realizando en sueño que nuestro se vuelva original, más creador y libre.

### **Objetivos:**

1. Que el estudiante de enseñanza de la matemática adquiera los conocimientos y destrezas necesarias en la utilización de la coordenadas, así como la interpretación geométricas de las relaciones entre ellas.
2. Que el estudiante amplíe su acervo cognoscitivo, trascendiendo de la bidimensión a la explicación de fenómenos en el espacio tridimensional o en cualquier espacio. La realidad nos ofrece infinitas dimensiones, por eso hoy se conoce la potencia de cualquier conjunto o producto finito o infinito de cualquier conjunto o de muchos conjuntos.
3. Que el estudiante reconozca la relación unificadora de diversas ramas de las matemáticas que proporciona la geometría y en especial la relación entre la geometría analítica, la geometría euclídea, el álgebra, el análisis y la topología.
4. Que el estudiante asuma una actitud crítica y creativa hacia la enseñanza de la matemática, con dos condiciones: una disciplina de trabajo y una forma de observar la vida.

### **Objetivos Específicos:**

1. El estudiante utilizará sistemas de coordenadas para generalizar nociones de la geometría elemental, para crear nuevas teorías, nuevos conjuntos, nuevas relaciones, estructuras, sistemas u organizaciones y para resolver nuevos problemas.
2. El estudiante utilizará métodos algebraicos para resolver problemas reales y muy en especial geométricos.
3. El estudiante utilizará los métodos de la geometría analítica para obtener representaciones geométricas de las ecuaciones y de las relaciones funcionales.
4. El estudiante determinará la ecuación del lugar geométrico del conjunto de puntos que cumple una cierta condición dada.
5. El estudiante utilizará la ecuación de la recta, plano y las secciones cónicas, para resolver diversos problemas.
6. El estudiante utilizará vectores o matrices para el estudio de curvas y superficies en el espacio.

## Contenidos

### Capítulo 1: Sistema de coordenadas y la recta

Motivación histórica sobre los orígenes de la geometría analítica y su necesidad. Coordenadas cartesianas en el plano y coordenadas polares. Distancia entre dos puntos en el plano en coordenadas cartesianas y polares. La recta en el plano en coordenadas cartesianas y polares. Distancia de un punto a una recta. Intersección de dos rectas. Rectas paralelas y perpendiculares. Ángulos entre rectas. Área de un triángulo. Aplicaciones: construcción de curvas en coordenadas polares, analíticamente y vía computadora.

### Capítulo 2: Secciones Cónicas

- a. La circunferencia o círculo, ecuación general de la circunferencia, rectas tangentes a una circunferencia, teoremas y problemas de lugares geométricos relativos a la circunferencia. Traslación, reflexión y rotación de ejes coordenados. Simplificación de ecuaciones por transformación de coordenadas.
- b La parábola: ecuación de la parábola con vértice en  $(h, k)$  y eje paralelo a un eje coordenado. Ecuación de la tangente a una parábola, la función cuadrática y aplicaciones.
- c La elipse: ecuación de la elipse con centro  $(h, k)$  y ejes paralelos a los ejes coordenados. Propiedades de la elipse.
- d La hipérbola: asíntotas a la hipérbola, hipérbola equilátera, hipérbolas conjugadas, propiedades de la hipérbola.
- e Ecuación general de segundo grado en dos variables. Las cónicas en coordenadas polares. Diferencias entre la antigua y la actual forma de estudiar la cónicas. Aplicaciones: construcción de antenas parabólicas, hornos solares, órbitas planetarias, las leyes de Kepler.

### Capítulo 3: Ecuaciones paramétricas

La obtención de la ecuación rectangular de una curva a partir de su representación paramétrica. Gráfica de una curva a partir de su representación paramétrica. Representación paramétrica de las cónicas. Resolución de problemas de lugares geométricos por medio del método paramétrico. Aplicaciones: circunferencias deslizándose interiormente y exteriormente sobre circunferencias.

### Capítulo 4: Vectores en el plano y el espacio tridimensional

Noción física de vectores. Dirección y magnitud de un vector. Operaciones con vectores, producto escalar y vectorial. Problemas geométricos. La necesidad de pasar de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}^3$  y así sucesivamente. Rectas en  $\mathbb{R}^3$ .

## Capítulo 5:

Superficies y curvas en  $\mathbb{R}^3$ . Superficies cilíndricas. Superficies de revolución. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas. Superficies cuadráticas: ecuación general de segundo grado con tres variables. Aplicaciones: área, volumen, centro geométrico. Curvas en  $\mathbb{R}^3$ . Intersecciones de superficies. La necesidad de generalizar la integral simple para calcular el volumen de la región limitada por superficies.

### Evaluación

Se realizarán 3 exámenes parciales en las siguientes fechas:

Primer Parcial: Semana del 21 al 25 de Abril 35%

Segundo Parcial: Semana del 19 al 25 de Junio 30%

Tercer Parcial: Semana del 23 al 29 de Junio 35%

Esto promedia un 100% de la nota de aprovechamiento ( $NA$ ). En caso de que  $NA > 70$  el estudiante gana el curso. Si  $60 < NA < 70$  el estudiante tiene derecho a realizar un examen de ampliación. En otro caso pierde el curso.

### **Nota:**

Reposicion del Primer, segundo y tercer parcial, 30 de Junio 8:30 am.

Ampliación: 4 de Julio 8:30 am.

### Bibliografía

1. Apóstol, Tom Calculus Vol. 1 y 2, Editorial Reverté, S A España 1984.
2. Artin Álgebra Geométrica , Limusa, México, 1992.
3. Britton Jack R, Kriegh R Ben, Rutland Leon W. Matemáticas Universitarias, Vol 2, Compañía Editorial Continental, S A, Mexico, 1974.
4. Doubrovine, B y otros Geometrie Contemporaine Editions Mir, Moscou, 1982.
5. Larson Roland E, Hostetler Robert P Cálculo y Geometría Analítica Mc Graw Hill, 1992.
6. Lehmann Charles H. Geometría Analítica Editorial Limusa, México, 1992 texto del curso.
7. Varilly Joseph Elementos de Geometría Plana Editorial de la Universidad de Costa Rica, Costa Rica, 1988.

### **Profesores del curso:**

Jesus Rodríguez Rodríguez

Mario A.A. Guadamúz