

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente  
Departamento de Ciencias Naturales  
Sección de Matemática  
Programa de Cálculo III MA1003  
Lunes 3 de marzo del año 2008

I. Presentación:

El curso de cálculo III, es una continuación de los cursos de cálculo I MA1001 y II MA 1002 y álgebra lineal, MA 1004, porque se profundiza en los temas de límites, derivación, integración sobre funciones de varias variables y sus propiedades. Créditos: 4, Horas: 5 horas semanales, Requisitos: 1002, correquisitos: MA 1004.

II. Objetivos generales:

- 2.1 Completar la formación básica en Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral Clásicos para varias variables haciendo énfasis en las interpretaciones geométricas en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
- 2.2 Completar la formación del Análisis Vectorial estudiando las integrales de línea y de superficie y los teoremas de [Green](#), [Stokes](#) y [Gauss](#).

III. Objetivos específicos:

Se espera que el estudiante sea capaz de:

- 3.1 Interpretar y manipular geoméricamente ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones algebraicas, ecuaciones vectoriales, intersecciones, proyecciones, etc.
- 3.2 Aplicar bien la regla de la cadena generalizada y su aplicación a las derivadas de funciones implícitas y a otros problemas.

- 3.3 Calcular con soltura los valores extremos de funciones de varias variables: Así como los puntos de ensilladura. Saber clasificar los puntos críticos y aplicar a problemas el Método de los Multiplicadores de [Lagrange](#).
- 3.4 Tener un buen conocimiento del significado de integral múltiple, de su cálculo ya sea directamente o mediante cambios de coordenadas y sus aplicaciones.
- 3.5 Saber calcular una integral de línea y sus aplicaciones. Saber el teorema de Green.
- 3.6 Saber calcular una integral de superficie y sus aplicaciones a los teoremas de Stokes y de Gauss.

#### 4. Contenidos:

### **Capítulo I: Superficies y funciones vectoriales de una variable real (3 semanas)**

1. Repaso muy breve de rectas y planos en el espacio, secciones cónicas, superficies cuadráticas de segundo grado sin términos mixtos, traslación de ejes.
2. Cilindros y conos oblicuos, superficies de revolución obtenidas al girar una curva plana u alabeada alrededor de cualquier eje.
3. Conceptos de función vectorial de una variable real y de ecuaciones paramétricas. Curvas en el espacio. Derivadas e integrales. Los vectores unitarios: T, N y B. Triedro intrínseco. Curvatura de una curva, radio de curvatura, círculo osculador. Componentes tangencial y normal de aceleración.

## **CAPÍTULO II: DERIVACIÓN PARCIAL Y SUS APLICACIONES (5 semanas)**

1. Funciones de varias variables, (campos escalares en dos y tres variables).
2. Límites y continuidad (Problemas muy sencillos) Derivadas parciales. Incrementos y diferenciales. Regla de la cadena.
3. Derivadas de funciones implícitas definidas por una ecuación o por un sistema de ecuaciones.
4. Derivadas direccionales, el vector gradiente de un campo escalar.
5. Máximos y mínimos de funciones de varias variables.
6. El criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
7. Multiplicadores de Lagrange y problemas de máximos y mínimos con restricciones.
8. Determinación de la clase de puntos críticos por el método de la fórmula de Taylor o por el método de matrices.

## **CAPÍTULO III. INTEGRALES MÚLTIPLES (3 semanas)**

1. Integrales dobles sobre regiones rectangulares y regiones más generales.
2. Área y volumen mediante integración doble.
3. Cambio de variables en una integral doble. Coordenadas polares, elípticas y otras.
4. Aplicaciones de las integrales dobles.
5. Integrales triples, cambio de variables en una integral triple. Coordenadas cilíndricas, esféricas, elipsoidales y otras.
6. Aplicaciones de las integrales triples.

## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS VECTORIAL (4 semanas)

1. Campos vectoriales. Integrales de línea. Independencia de la trayectoria.
2. El teorema de Green
3. Área de una superficie.
4. Integrales de superficie.
5. El teorema de la divergencia (Gauss)
6. El teorema de Stokes.

### 5 Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales con un valor de: I parcial 25%, II parcial 30%, III parcial 35%. Siendo NP1, NP2, NP3 las notas correspondientes del primer parcial, segundo parcial y tercer parcial, la nota de aprovechamiento NA es obtenida como sigue:

$$NA = \left[ NP1 \cdot \frac{25}{100} + NP2 \cdot \frac{30}{100} + NP3 \cdot \frac{35}{100} \right] \cdot \frac{10}{9}$$

El estudiante que deba hacer algún examen de reposición, debe justificar el motivo de su ausencia al examen ordinario de acuerdo a lo establecido en los reglamentos vigentes.

Los exámenes cortos no se reponen por ningún motivo justificado o no.

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios; cuando los decimales sean exactamente como veinticinco (, 25) o coma setenta y cinco (, 75), deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar el curso.

Se obtendrá una nota llamada de aprovechamiento NA.  
 El que tenga NA mayor o igual a 7 gana el curso. Si NA está entre 6 y 7 hace examen de ampliación y si NA es menor de 6 pierde el curso.

### **Cronograma de exámenes (provisional)**

<b>Examen</b>	<b>Fecha</b>	<b>Hora</b>	<b>Materia a Evaluar</b>
Primer parcial	Sábado 3 de mayo	13:00 a.m.	Cap.I y Cap. II hasta derivadas direccionales y el Vector gradiente inclusive *
Reposición Primer par.	Miércoles 7 De mayo	8:00 a.m.	Lo mismo que *
Segundo parcial	Sábado 31 de mayo	13:00 a.m.	Cap. II desde máximos y Mínimos y Cap. III ☒
Reposición Seg. parcial	Miércoles 4 De junio	8:00 a.m.	Lo mismo que ☒
Tercer parcial	Sábado 1 de julio	8:00 a.m.	Capítulo IV ☉
Reposición Tercer parc.	Miércoles 4 De julio	13:00 a.m.	Lo mismo que ☉
Ampliación Y Suficiencia	Miércoles 12 de julio	8:00 a.m.	Toda la materia

**Bibliografía:**

1. Apóstol T. Cálculo. Tomo II. Editorial Reverté. Segunda Edición. 1978.
2. Cálculo III MA-1003. Ejercicios propuestos y ejercicios resueltos. Primera parte. Cálculo diferencial de varias variables. Segunda parte. Cálculo integral y vectorial de varias variables. Ingeniero Manuel Calvo Hernández. Coordinador.
3. Claudio Pita Ruiz. Cálculo vectorial. Prentice Hall Hispanoamericana S. A. 1995.
4. Eduardo y Penney. Cálculo y geometría analítica. Editorial Prentice-Hall. Cuarta Edición. México. 1996.
5. José María Iñiguez y Almech. Problemas de Matemáticas para Estudiantes de Física, Química e Ingeniería. Tercera Edición. Librería General Zaragoza. España. 1959.
6. Revisión profesor B. Demidovich. Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir-Moscú. U.R.S.S. 1977.

**Cuerpo docente en San Ramón:**

Grupo 01	L: 2 a 4:50 aula J: 2 a 4:00 aula	Luis Gerardo Araya Aguilar
Grupo 02	K: 2 a 4:50 aula V: 2 a 4:00 aula	Gerardo Mora Alpizar.

**Observaciones:****Horas consulta:**