

**Universidad de Costa Rica**  
**Sede de Occidente**  
**Departamento de Ciencias Naturales**  
**Programa del curso**  
**MA0540 Principios de Análisis I**  
**Profesor: Héctor Barrantes González**  
**I Ciclo 2009**

## **Descripción del curso.**

Este curso está dirigido a estudiantes de tercer año de la carrera de Enseñanza de las Matemáticas y que cuentan con conocimientos básicos de análisis en una variable. El objetivo general es introducir al estudiante en conceptos básicos de topología en  $\mathbb{R}^n$  y de análisis en varias variables.

Con este curso se contribuirá a que el estudiante

1. Manipule en forma correcta los conceptos de topología en  $\mathbb{R}^n$ .
2. Calcule correctamente, límites de funciones en varias variables.
3. Calcule correctamente, derivadas de funciones en varias variables.
4. Aplique correctamente los teoremas relacionados con el diferencial de una función en varias variables (Regla de la Cadena, Teorema de la función inversa, Teorema de la función implícita.)
5. Calcule correctamente áreas y volúmenes de cuerpos sólidos, utilizando integrales múltiples.

## **Contenidos**

### **Topología en $\mathbb{R}^n$ . (3-semanas).**

1. **Repaso de teoría de conjuntos.** Definiciones y ejemplos de unión de conjuntos, intersección de conjuntos, familias de conjuntos, diferencia de conjuntos, complemento de un conjunto, producto cartesiano, función, imagen inversa de un conjunto, distancia.
2. **Conjuntos abiertos y cerrados:** Identificación e interpretación geométrica de conjuntos abiertos y cerrados, teoremas relacionados con uniones e intersecciones de abiertos y cerrados.

3. **Relación entre un punto y un conjunto:** punto interior, punto frontera, punto de acumulación, punto de adherencia de un conjunto dado y teoremas relacionados.
4. **Conjuntos compactos.** Definición de conjunto compacto en  $\mathbb{R}^n$  como conjunto cerrado y acotado.
5. **Continuidad:** Definición de función continua por medio de un conjunto abierto.
6. **Relación entre continuidad y compacidad:** Imagen de un conjunto compacto bajo una función continua.

### Límites y continuidad en varias variables. (2-semanas).

1. **Límites en  $\mathbb{R}^n$ .** Definición de límite, demostraciones utilizando  $\delta$  y  $\varepsilon$ . Propiedades de los límites (suma, diferencia, producto, división y composición.). Teoremas relacionados con la existencia del límite de una función dada.
2. **Continuidad.** Definición de función continua en un punto (por medio del límite).
3. **Propiedades de las funciones continuas.** Suma, diferencia, producto, división y composición.

### Diferenciación en $\mathbb{R}^n$ . (8-semanas)

1. **Funciones de varias variables.** función real de variable vectorial, función vectorial de variable vectorial, función vectorial de variable real.
2. **Geometría de las funciones reales de variable vectorial.** Superficies cuadráticas en  $\mathbb{R}^3$
3. **Derivada direccional y derivada parcial.** Definición y ejemplos de derivadas parciales y direccionales de una función dada. Derivadas parciales de orden superior, gradiente de una función.
4. **Campos vectoriales.** Definición de campo vectorial, ejemplos de campos vectoriales (interpretación geométrica), campos vectoriales conservativos, teorema de las derivadas parciales de segundo orden para determinar si un campo vectorial es conservativo.
5. **Diferencial en  $\mathbb{R}^n$ .** Definición y ejemplos de diferencial como transformación lineal.
6. **Propiedades del diferencial.** Unicidad. Suma, diferencia, producto y división de funciones diferenciables. Forma matricial del diferencial (Matriz jacobiana). Relación entre el diferencial y las derivadas direccionales de una función dada, otros teoremas relacionados. Planos tangentes.

7. **Regla de la cadena.** Ejemplos de diferencial de una composición de funciones. Forma matricial.
8. **Teorema de la función inversa. Teorema de la función implícita.**
9. **Extremos de funciones reales. Multiplicadores de Lagrange.**

## **Integración en $\mathbb{R}^n$ . (3-semanas).**

1. Definición de suma de Riemann.
2. Integrales múltiples. Cálculo de áreas y volúmenes en varias variables.

## **Textos recomendados.**

Se recomiendan para el primer capítulo, los libros

1. *Análisis Matemático* de Tom Apostol
2. *Introducción al Análisis Matemático* de Robert Bartle.

Se recomiendan, para el segundo, tercer y cuarto capítulo, los libros

1. *Cálculo vectorial* de Marsden y Tromba
2. *Cálculo vectorial* de Claudio Pita Ruiz.

## **Metodología**

El curso contemplará principalmente una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes de los y las estudiantes. Se trabajará con las listas de ejercicios dadas por el profesor, con el fin de reforzar la comprensión de los contenidos vistos en clases.

## **Evaluación.**

Se realizarán tres exámenes parciales con un valor de  $\frac{100}{3}\%$  cada uno. Solamente se podrá hacer reposición de un parcial.

1. Primer parcial: Lunes 13 de abril.
2. Segundo parcial: Lunes 18 de mayo.
3. Segundo parcial: Lunes 29 de junio.
4. Reposición: Miércoles 1 de julio.

5. Ampliación: Miércoles 8 de julio..

La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.

1. Si  $70 \leq NF$  el o la estudiante aprueba el curso.
2. Si  $60 \leq NF \leq 70$  el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
3. Si  $NF \leq 60$  el o la estudiante pierde el curso.

Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso.

No hay reposición de la reposición.

## Horas consulta

1. Miércoles de 1pm a 3pm.
2. Jueves de 9am a 10am.

## Bibliografía

1. Apostol, Tom. *Análisis Matemático*. Barcelona: Segunda Edición. Editorial Reverté. 1986.
2. Apostol, Tom. *Calculus*. Volumen I. Barcelona: Editorial Reverté. 1997.
3. Bartle, Robert G. *Introducción al Análisis Matemático*. México D. F: Editorial Limusa. 1992.
4. González, Carmen María. *Análisis Real*. Costa Rica: Editorial UNED. 1999
5. Marsden, Jerrold. Tromba J. Anthony. *Cálculo vectorial*. Cuarta edición. México. Editorial Prentice Hall. 1998
6. Mena, Baltasar. *Introducción al cálculo vectorial*. México. Editorial Thomsom. 2003.
7. Pita, Claudio Ruiz . *Cálculo vectorial*. Mexico: Editorial Prentice Hall. 1995