Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente
Departamento de Ciencias Naturales
Sección de Matemática
II Ciclo 2010

Carta al estudiante
Introducción a la Variable Compleja
MA 610

Este curso introduce al estudiante al fascinante mundo del número complejo junto con algunas de sus aplicaciones. Además es el primer curso de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática, primera promoción propia de la Sede de Occidente.

Objetivos Generales

1. Desarrollar una discusión amplia sobre la resolución de ecuaciones algebraicas.
2. Capacitar al estudiante en el manejo del cálculo en una variable compleja.

Objetivos Específicos

1. El estudiante debe ser capaz de resolver en forma general ecuaciones de primer grado hasta cuarto grado.
2. El estudiante debe usar los conceptos de convergencia de sucesiones, límite de sucesiones y funciones, continuidad en C (C representa el conjunto de los números complejos)
3. El estudiante debe usar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en C.
4. El estudiante debe ser capaz de distinguir la diferenciabilidad de una función como función de dos variables reales y como función de variable compleja.
5. El estudiante debe saber cómo desarrollar una función analítica en una región como un desarrollo de Taylor.
6. El estudiante debe ser capaz de calcular integrales sobre curvas con el uso de residuos. Ellos deben ser capaces de utilizarlas luego en el cálculo de ciertas integrales reales.

Contenido

1. La estructura algebraica de C: definición y axiomas de campo de C. Conjugado de un número complejo, valor absoluto y sus propiedades. Identidad de Lagrange. Representación de Lagrange. Representación geométrica, lugares geométricos. Forma trigonométrica, fórmula de Moivre, raíces de números complejos. Polinomios, ceros de polinomios y ecuaciones.

2. La estructura topológica de C: conjuntos cerrados y abiertos. Funciones con valores complejos. Definición de límite, convergencia simple y uniforme. Continuidad de funciones. Sucesiones y series, series absolutamente convergentes. Límite superior e inferior. Criterios de convergencia de una serie. Definición de distancia de un conjunto. Teorema de intersección de Cantor. El plano complejo extendido, proyección estereográfica.

3. Derivación: definición de la derivada de una función en un punto. Propiedades de la derivada. Funciones analíticas. Series de potencias y sus propiedades. Función exponencial y logarítmica. Ecuaciones de Riemann y Cauchy. Funciones armónicas.

4. Integración a lo largo de una curva: Funciones analíticas: sus propiedades, expansión por medio de una serie de Taylor. Teorema de los residuos de Cauchy. Su aplicación a ciertas integrales reales en una y varias variables.

Metodología

La metodología a seguir consiste en clases magistrales, donde se va exponiendo la materia y los diferentes ejercicios convenientes que ilustran esta teoría. Además, se trabajarán con listas de ejercicios que complementen los conceptos desarrollados en clase.

Cronograma

El tiempo esperado para terminar cada uno de los contendidos es el siguiente:

a. Capítulo I: del 13 de Agosto al 4 de Septiembre, 4 semanas.
b. Capítulo II: del 10 de Septiembre al 2 de Octubre, 4 semanas
c. Capítulo III: del 8 de Octubre al 30 de Octubre, 4 semanas
d. Capítulo IV: del 5 de Noviembre al 27 de Noviembre, 4 semanas.

Evaluación

a. Se realizarán tres exámenes parciales para un total de 75%:
   1 Parcial (25 %) Sábado 2 de octubre 8:00 a.m.
   2 Parcial (25 %) Sábado 30 de Octubre 8:00 a.m.
   3 Parcial (25 %) Viernes 3 de Diciembre 5:30 p.m.

b. Trabajo de investigación 15%
c. Participación en clase y exposición de ejercicios asignados: 10%

Esto promedia un 100 % de la nota de aprovechamiento (A). En caso de que $A \geq 70 / 100$ el estudiante gana el curso. Si $N A < 60 / 100$, el estudiante pierde el curso. Si $60 / 100 \leq N A < 70 / 100$, el estudiante tiene derecho a un examen de ampliación el 13 de Diciembre a las 9 a m. Es examen de ampliación se gana con una nota mayor o igual a 70 / 100. Si el estudiante aprueba el examen de ampliación, recibe una nota de 7.0 para el curso, si lo pierde su nota en el curso es igual a N A

Bibliografía Inicial

1. Ahlfors Lars V Complex Analysis 3° edición, McGraw Hill Book Company, Inc, USA 1979

2. Apostol, T M Análisis Matemático 2° Edición, Editorial Reverté, S A España, 1977.

3. Churchill, Ruel V Complex variables and applications 4° Edición, McGraw Hill Book Company, USA 1984.

4. Colwell Peter. (1976). Introducción a las Variables Complejas. Mexico . Editorial Trillas.

5. Bak Joseph. (1996). Complex Analysis. Segunda Edición. Springer-Verlag. New York.

6. Derrick, William R Variable compleja con aplicaciones Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1984.

7. Lang Serge. (1985). Complex Analysis. Segunda Edición. Springer-Verlag. New York.

8. Spiegel, Murray R Complex Variables Series Schaum, McGraw Hill Book Company, USA 1964.

9. Stalkern John. (1998). Complex Analysis: Fundamentals of the Classical Theory of Functions. Modern Birkhauser Classics.