

# UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

## FACULTAD DE CIENCIAS

### ESCUELA DE MATEMÁTICA

#### Carta al Estudiante

#### MA-1005 Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería.

#### III Ciclo de 2010

Créditos: 4

Horas por semana: 10

Correquisito: MA-1003

Requisitos: MA-1002 y MA-1004

#### 1. Introducción

Estimado(a) estudiante, los profesores de la cátedra les damos una cordial bienvenida al curso, deseándole los mayores éxitos en el mismo. En el transcurso del desarrollo de los contenidos del curso, usted conocerá los principales algoritmos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias y algunos para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Tendrá oportunidad de integrar los conocimientos sobre derivación, integración, series y principios básicos de álgebra lineal en la resolución de los ejercicios planteados. Requiere un buen dominio conceptual y operacional de esos temas para lograr el aprovechamiento óptimo de los nuevos conceptos que conocerá en el curso que nos ocupa. Lograremos conocernos con herramientas de resolución de ejercicios prácticos que le serán de mucha utilidad en su formación profesional. Su grado de dificultad es medio y requiere de la revisión y resolución de los ejercicios propuestos para lograr el dominio de los conceptos y el éxito en el curso.

#### 2. Objetivos generales del curso

**2.1** Exponer al estudiante la teoría básica de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y los principales métodos de solución de estas ecuaciones.

**2.2** Formular los conceptos básicos relacionados con la Transformada de Laplace y su uso para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y sistemas de este tipo de ecuaciones.

**2.3** Exponer la teoría básica de las Series de Fourier y su aplicación a la resolución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

**2.4** Presentar problemas, relacionados con diversas áreas de la ingeniería, que puedan ser modelados mediante una ecuación diferencial o mediante un sistema de ecuaciones diferenciales y resolverlos, interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

**2.5** Establecer la relación entre las ecuaciones diferenciales y los modelos matemáticos que el educando encontrará en el transcurso del estudio de su especialidad.

#### 3. Objetivos Específicos

**3.1** Formular los algoritmos clásicos que permitirán resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales o no lineales.

**3.2** Resolver mediante los algoritmos apropiados ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, de cualquier orden, con coeficientes constantes. Incluyendo el estudio de la ecuación de Euler.

**3.3** Utilizar la Transformada de Laplace para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

**3.4** Aplicar el método de separación de variables para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

**3.5** Utilizar series de potencias para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## 4. Contenido

### 4.1 Conceptos básicos y ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (1,5 semanas)

- Definición de ecuación diferencial ordinaria y en derivadas parciales.
- Solución, orden de una ecuación diferencial.
- Ecuaciones diferenciales en variables separables.
- Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
- Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.
- Ecuaciones de Ricatti, de Lagrange y de Clairaut.
- Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
- Ecuaciones lineales y reducibles a ellas. (Ecuación de Bernoulli.)
- Existencia y unicidad de solución para el problema de valor inicial.
- Ecuación diferencial de una familia paramétrica de curvas planas.
- Trayectorias ortogonales en coordenadas rectangulares.
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.
- Mezclas y reacciones químicas.
- Leyes del movimiento de Newton.
- Ley de enfriamiento de Newton.

### 4.2 Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario (1 semana)

- Problemas de valor inicial. Existencia y unicidad de solución.
- Dependencia lineal e independencia lineal de soluciones. El Wronskiano. Fórmula de Abel.
- Ecuación diferencial lineal de orden  $n$ .
- Ecuación diferencial lineal homogénea de orden  $n$ .
- Espacio solución y su dimensión. Solución general.
- Obtención de una segunda solución a partir de una solución conocida.
- Ecuaciones homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes.
- Ecuaciones de orden superior. Operadores diferenciales.
- Ecuaciones no homogéneas.
- Método de variación de parámetros.
- Método de coeficientes indeterminados.
- Ecuación de Euler.

### 4.3 Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de segundo orden (0,5 semanas)

- Movimiento armónico simple.
- Movimiento vibratorio amortiguado.
- Movimiento vibratorio forzado.
- Resortes.

### 4.4 Sistemas de ecuaciones diferenciales (1 semana)

- Uso de operadores para eliminar incógnitas.
- Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales. Matriz fundamental.
- Uso de valores y vectores propios para resolver sistemas lineales homogéneos de primer orden.
- Variación de parámetros.

### 4.5 La transformada de Laplace (1,5 semanas)

- Definición y propiedades.
- Propiedades operacionales: teoremas de traslación, derivada de una transformada, transformada de una integral, transformada de una función periódica.
- Funciones impulso de Heaviside, función delta de Dirac y función Gamma.
- Inversa de la transformada de Laplace.
- Transformada de Laplace de una convolución de funciones.
- Aplicaciones de la transformada de Laplace a la solución de ecuaciones diferenciales e integro-diferenciales.
- Redes eléctricas, resortes acoplados, mezclas

#### 4.6 Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (1 semana)

- Definición y ejemplos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Solución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, sencillas.
- Funciones ortogonales. Series de Fourier.
- Método de separación de variables.
- Ecuación de onda (vibraciones u oscilaciones).
- Ecuación del calor (conducción o difusión del calor).
- Ecuación de Laplace (potencial eléctrico o gravitacional).

#### 4.7 Solución de ecuaciones diferenciales por medio de series (0,5 semanas)

- Puntos ordinarios. Solución en una vecindad de un punto ordinario.
- Puntos singulares. Solución en una vecindad de un punto singular regular. Método de Fröbenius.

### 5. Evaluación

La evaluación del curso consistirá de tres exámenes parciales. La materia a evaluar en cada uno de ellos se indica a continuación:

Examen	Temas a evaluar
I	4.1, 4.2, 4.3
II	4.4, 4.5
III	4.6, 4.7

El examen parcial de menor nota valdrá un 30% de la nota de aprovechamiento, los otros dos exámenes parciales tendrán un valor de 35% cada uno.

CRONOGRAMA DE EXÁMENES		
Examen	Fecha	Hora
Primer parcial	Sábado 22 de enero	08:00 a. m.
Segundo parcial	Sábado 12 de febrero	08:00 a. m.
Tercer parcial	Miércoles 23 de febrero	08:00 a. m.
Ampliación	Miércoles 2 de marzo	08:00 a. m.

El estudiante que pretenda reponer, uno o más de los exámenes parciales, debe justificar el motivo de su ausencia a la convocatoria ordinaria, de acuerdo con lo establecido en los reglamentos vigentes. La justificación debe informarse al profesor del curso y presentarse a lo sumo dos días hábiles después de efectuado el examen ordinario ante el coordinador del curso.

### 6. Bibliografía

- Zill, Dennis G. y Michael R. Cullen, *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera*, 6ª edición. Thomson Learning, México, 2006.
- Edwards, C. Henry y Penney, David E.; *Ecuaciones Diferenciales*, 2ª edición, Pearson Educación, México, 2001.
- Trench, W., *Ecuaciones Diferenciales con problemas de valores de frontera*, 1ª edición, Thomson Learning, México, 2002.
- Spiegel, Murray R., *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1987.
- Simmons, George F., *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas*, McGraw-Hill, Madrid, 1997.
- Kiseliiov, A., M. Krasnov y G. Makarenko, *Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*, Editorial MIR, Moscú, 1988.

Reiterando nuestros deseos por los mayores éxitos en el curso que desarrollaremos conjuntamente, nos despedimos cordialmente.