

**Universidad de Costa Rica**  
**Sede de Occidente**  
**Departamento de Ciencias Naturales**  
**Programa del curso**  
**MA-0552 Introducción a la Topología MA-0552**  
**Profesor: Héctor Barrantes González**  
**I Ciclo 2011**

## **Descripción del curso.**

Es un curso dirigido a estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática a nivel de licenciatura. Da a conocer los principales conceptos y resultados que son parte de la topología, a un nivel elemental-intermedio. Es de 5 créditos y 5 horas semanales. Su requisito es el curso MA-0551.

## **Objetivos generales**

1. Introducir los conceptos básicos de la topología.
2. Dar una visión amplia de los métodos topológicos.
3. Desarrollar la capacidad de abstracción.
4. Manejar el lenguaje topológico.

## **Objetivos Específicos**

Con respecto a los objetivos específicos, se pueden indicar los siguientes:

1. Que el estudiante manipule en forma correcta los conceptos básicos de topología en  $\mathbb{R}$ .
2. Conocer las propiedades básicas de espacios métricos.
3. Estudiar distintos conceptos dentro de la estructura de espacio métricos.
4. Conocer las propiedades básicas de espacios topológicos.
5. Estudiar el significado topológico de conceptos fundamentales como cerradura, interior, adherencia, continuidad, entre otros.
6. Generalizar los tópicos de continuidad y convergencia.
7. Detallar sobre conjuntos compactos, conjuntos conexos.
8. Dar una introducción básica de propiedades de separación.
9. Que el estudiante manipule en forma correcta los conceptos compacidad, conexidad y continuidad en espacios topológicos.
10. Que el estudiante manipule en forma correcta los conceptos de base, espacio primero y segundo numerable y topología producto.

## Contenidos del Curso:

**Capítulo 0. (3 semanas)** Breve introducción a la teoría de conjuntos, números reales, conjuntos infinitos y numerabilidad.

- (a) Conjuntos y subconjuntos, operaciones con conjuntos, Leyes de De Morgan.
- (b) Colecciones de conjuntos, operaciones con colecciones de conjuntos, leyes de De Morgan con colecciones de conjuntos.
- (c) Relaciones, producto cartesiano, relaciones de orden, relaciones de equivalencia, particiones y conjunto cociente.
- (d) Funciones, función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, función inversa.
- (e) Axiomas de campo de los números reales.
- (f) Axiomas de orden de los números reales.
- (g) Números naturales, principio de inducción. Números enteros, Números racionales, existencia de  $\sqrt{2}$ .
- (h) Extremo superior e inferior.
- (i) Propiedad arquimediana de los números reales.
- (j) Conjunto numerables

**Capítulo 1. (3 semanas)** Topología de los números reales.

- (a) Conjuntos abiertos y cerrados. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados. Interior, frontera adherencia y clausura.
- (b) Sucesiones de números reales., subsucesiones, sucesiones de Cauchy.
- (c) Puntos de acumulación, Teorema de Bolzano Weierstrass, Puntos interiores, Puntos frontera, Puntos adherentes.
- (d) Conjuntos compactos. Teorema de intersección de Cantor, Teorema de Heine-Borel
- (e) Conjuntos conexos.

**Capítulo 2 (5 semanas ).** Espacios métricos.

- (a) Definición y ejemplos de espacio métricos.
- (b) Conjuntos abiertos y cerrados. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados. Interior, frontera adherencia y clausura.
- (c) Puntos de acumulación, de adherencia, de frontera y exteriores.
- (d) Sucesiones, subsucesiones y sucesiones de Cauchy.
- (e) Espacios métricos completos.
- (f) Conjuntos compactos.
- (g) Conjuntos conexos.
- (h) Funciones continuas, funciones continuas y convergencia de sucesiones, continuidad y compacidad, continuidad y conexidad.

### Capítulo 3. (5 semanas) Espacios topológicos.

- (a) Definición y ejemplos de espacios topológicos. Topología indiscreta, discreta, de complementos finitos, de complementos numerables.
- (b) Interior, frontera adherencia y clausura.
- (c) Axiomas de separación. Espacio  $T_1$ , de Hausdorff ( $T_2$ ), Regular ( $T_3$ ) y normal ( $T_4$ ).
- (d) Funciones continuas
- (e) Conjuntos compactos. Continuidad y compacidad.
- (f) Conjuntos conexos. Continuidad y conexidad. Conjuntos arcoconexos.
- (g) Subespacios topológicos (topología relativa).
- (h) Subconjuntos densos.
- (i) Base de un espacio topológico. Espacio primero y segundo numerable.
- (j) Topología producto.
- (k) Homeomorfismos.

### Metodología:

El curso contemplará principalmente:

1. Una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes que tengan los estudiantes en un momento específico.
2. Resolución de ejercicios, de manera extraclase por parte de los estudiantes con el fin de reforzar la comprensión de los conceptos vistos en clases. Para ello se le entregará al estudiante, en forma constante, listas de ejercicios.
3. Los estudiantes, con la asesoría del profesor llevarán a cabo exposiciones de algunos contenidos del curso.

### Evaluación:

Se realizaran tres exámenes parciales y una exposición:

1. I Examen Parcial (25%) Miércoles 27 de abril de 2011. Hora 5:00 pm.
2. II Examen Parcial (30%) Miércoles 25 de mayo de 2011. Hora 5:00 pm.
3. III Examen Parcial (30%) Miércoles 29 de junio de 2011. Hora 5:00 pm.
4. Exposición: Presentación oral 10%, presentación escrita 5% .
5. Reposición de I, II, y III parcial es el miércoles 6 de julio de 2011. 5:00 pm.
6. Examen de Ampliación: Miércoles 13 de julio de 2011. Hora: 5:00 pm.

La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.

1. Si  $70 \leq NF$  el o la estudiante aprueba el curso.
2. Si  $60 \leq NF \leq 70$  el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
3. Si  $NF \leq 60$  el o la estudiante pierde el curso.

**Observaciones:**

1. Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso.
2. No hay reposición de la reposición.
3. La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al Reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

**Bibliografía:**

1. Apostol, Tom. **Análisis Matemático**. Barcelona: Editorial Reverté, 1993.
2. Bartle Robert. **Introducción al Análisis Matemático**. México: Editorial Limusa, 1989.
3. Dieudonné, J. **Fundamentos de Análisis Moderno**. Barcelona: Editorial Reverté, 1975.
4. Dugundji, James. **Topology**. Boston: Allyn and Bacon, Inc, 1978.
5. Kelley, John. **General Topology**. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, Inc, 1955.
6. Lang, Serge. **Undergraduate Análisis**. Berlín: Springer Verlag, 1983.
7. Munkres, James. **Topología**. Madrid: Prentice Hall, 2002.
8. Muñoz, José M. **Topología básica**. Colombia: Editora Guadalupe, 2003.
9. Rudín, Walter. **Principios de Análisis Matemático**. México: Mc Graw Hill, 1980.
10. Simmons, George. **Introduction to Topology and Modern Análisis**. New York: McGraw-Hill, 1963.