



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática
Departamento de Matemática Aplicada



MA-1001 Cálculo I

Carta al estudiante

I Ciclo 2012

Reciba una cordial bienvenida de parte de la cátedra de MA 1001. En este documento se presenta información que usted debe conocer con respecto al desarrollo del curso, por tanto, se recomienda una lectura cuidadosa del mismo.

De usted esperamos una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Su docente lo guiará en el proceso de enseñanza y aprendizaje, aportando conocimiento y disposición a colaborarle. Le deseamos éxito durante este ciclo lectivo.

Aspectos Generales

Este curso es de tres créditos y cinco horas clase a la semana, es de naturaleza teórico-práctica y de modalidad semestral, no tiene curso alguno que sea requisito o correquisito.

En el aprendizaje del cálculo se sugiere gran cantidad de práctica, así como del dominio de conceptos propios de la materia y de conocimientos previos. Por esta razón, usted debe invertir al menos diez horas semanales de estudio extraclase, dándole énfasis a la adquisición de los conceptos y a la resolución de ejercicios.

Para apoyarle en esta tarea, todos los profesores de la cátedra cuentan con horas de atención a estudiantes, las cuales serán publicadas oportunamente en la pizarra de anuncios del curso. Esta se encuentra ubicada en el pasillo del segundo piso del edificio de Física y Matemática, cerca del aula 217, ahí se publican todos los avisos importantes del curso, se le recomienda revisarla frecuentemente.

Objetivos Generales

1. Introducir al estudiante en el conocimiento del Cálculo Diferencial e Integral en una variable.
2. Orientar al estudiante, de ingeniería y ciencias básicas, en el planteo y resolución de diversos problemas, relacionados con su carrera, que involucren métodos diferenciales e integrales.

Objetivos Específicos

1. Conocer y aplicar intuitiva y formalmente los conceptos de límite y continuidad de funciones.
2. Conocer la definición de derivada y su significado geométrico.
3. Dominar el cálculo de derivadas y su sustentación teórica.
4. Plantear y resolver problemas que involucren métodos diferenciales.
5. Conocer la definición de integral indefinida y su sustentación teórica.
6. Conocer la definición de integral definida y su significado geométrico.
7. Dominar el cálculo de integrales definidas e indefinidas por distintos métodos.
8. Aplicar la integración en el planteo y solución de diversos problemas.

Contenidos

A continuación se presentan los tres capítulos de los que consta el programa del curso:

Capítulo I. Límites y continuidad.

Concepto de límite, límites laterales, límites infinitos y límites al infinito. Propiedades y cálculo de límites de funciones algebraicas, funciones trigonométricas, función parte entera, función valor absoluto y combinaciones de ellas. Funciones que oscilan alrededor de un punto. Concepto de función continua, propiedades de las funciones continuas y análisis de la continuidad de distintas funciones. Teorema del Valor Intermedio y aplicaciones.

Capítulo II. Derivación.

Definición de derivada y su interpretación geométrica. La derivada como razón instantánea de cambio, velocidad y aceleración. Reglas de derivación de funciones: algebraicas, trigonométricas y sus inversas, logarítmicas y exponenciales. Derivación implícita, planteo y resolución de problemas de razones de cambio relacionadas. Derivadas de orden superior y aplicaciones de la derivada al trazado de curvas. Planteo y resolución de problemas de optimización. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio.

Capítulo III. Integración.

Concepto de antiderivada. Definición de integral indefinida, sus propiedades y método de integración por sustitución. Definición de integral definida y su significado geométrico utilizando Sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo. Aplicación de la integral definida al cálculo de áreas. Técnicas de integración: regla directa, por sustitución, por partes, completando cuadrados, por fracciones simples o parciales, sustitución

trigonométrica, integración de expresiones trigonométricas y sustitución mediante tangente del ángulo medio.

Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución por semana de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir cada examen parcial.

5 al 10 de marzo	Concepto intuitivo de límite. Propiedades de límites. Límites laterales y límites que tienden a infinito. Análisis gráfico de límites. Cálculo de límites de la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ utilizando factorización (productos notables, suma y diferencia de cubos, teorema del factor, valor absoluto, sustitución) y racionalización.
12 al 17 de marzo	Límites trigonométricos especiales, límites que requieren cambio de variable. Principio de intercalación. Límites al infinito, formas indeterminadas $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$
19 al 24 de marzo	Concepto de función continua, propiedades de las funciones continuas. Clasificación de las discontinuidades de una función.
26 al 30 de marzo	Definición de derivada. Relación entre continuidad y derivabilidad. Recta tangente y normal a una curva. Derivación de funciones algebraicas y trigonométricas (incluye regla de la cadena)
2 al 7 de abril	SEMANA SANTA
9 al 14 de abril (Feriado: 11 de abril)	Derivadas de orden superior. La derivada como razón instantánea de cambio, velocidad y aceleración. Derivación implícita.
16 al 21 de abril	Problemas de razones de cambio relacionadas. Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial.
	Extremos de una función (absolutos y relativos). Teorema de Fermat. Punto crítico, monotonía de la función y signo de la primera derivada, criterio de la primera derivada
23 al 28 de abril (Semana Universitaria)	Punto de inflexión, concavidad de la función y signo de la segunda derivada, criterio de la segunda derivada. Teoremas: Valor Intermedio, Rolle y Valor Medio.
30 abril al 5 de mayo (Feriado: 1° de mayo)	Trazado de curvas.
7 al 12 de mayo	Problemas de optimización.
14 al 19 de mayo	Concepto de antiderivada. Integral indefinida y sus propiedades. Integrales inmediatas e integración por sustitución. Integración de expresiones trigonométricas utilizando identidades trigonométricas.
21 al 26 de mayo	Integral definida y su significado geométrico utilizando Sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida. Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.
	Teorema Fundamental del Cálculo (parte 1 y 2)
28 de mayo al 2 de junio	Funciones logarítmicas y exponenciales, gráficas, propiedades, derivación e integración. Derivación logarítmica.
4 al 9 de junio	Funciones trigonométricas inversas, gráficas, propiedades, derivación e integración. Aplicación de la integral definida al cálculo de áreas.
11 al 16 de junio	Integración por partes. Integración por sustitución trigonométrica.
18 al 23 de junio	Integración completando cuadrados. Integración por fracciones simples o parciales.
25 al 30 de junio	Integración de expresiones trigonométricas utilizando identidades trigonométricas y mediante la sustitución tangente del ángulo medio. Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen Parcial.

Evaluación

Se aplicarán tres exámenes, la nota de aprovechamiento se obtiene asignándole un 30% a la calificación de cada uno de los dos primeros exámenes y un 40% a la nota del tercer parcial.

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente, a saber:

- Si la nota de aprovechamiento redondeada es mayor o igual que 7.0 el estudiante aprueba el curso.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es 6.0 ó 6.5 el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. Debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso, si aprueba se le reportará 7.0 como nota final, de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es menor que 6.0 el estudiante pierde el curso.

Calendario de Exámenes

Los tres exámenes ordinarios así como sus respectivas reposiciones están programados tentativamente como se detalla a continuación:

Examen	Fecha y Hora de Examen Ordinario	Fecha y hora de Examen de Reposición
Primer Parcial	S, 5 de mayo, 8 a.m.	M, 16 de mayo, 8 a.m.
Segundo Parcial	S, 2 de junio, 1 p.m.	S, 16 de junio, 1 p.m.
Tercer Parcial	K, 3 de julio, 1 p.m.	V, 6 de julio, 8 a.m.

Examen de Ampliación: V, 13 de julio, 8 a.m.

Examen de Suficiencia: M, 6 de junio, 8 a.m. La inscripción de este último debe contar con el aval del Departamento de Matemática Aplicada .

Para solicitar la reposición de cualquier examen debe presentar en el casillero (93 FM) u oficina del coordinador (256 IF) el formulario correspondiente (disponible en la secretaría de la Escuela de Matemática) con la documentación que respalde el motivo de ausencia. Se le aprobará su solicitud siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen

Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). También debe entregar copia de su solicitud al profesor o profesora a cargo de su grupo.

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

- Presentar alguna identificación válida (carné universitario, cédula de identidad, tarjeta de identificación de menores, pasaporte, licencia de conducir, entre otros)
- Portar cuadernillo de examen (no se permiten hojas sin grapar), bolígrafo de tinta azul o negra.
- No utilizar calculadoras programables ni graficadoras. Se prohíbe el uso de calculadoras que realicen cálculos simbólicos, en particular, cualquiera con la que se puedan obtener derivadas o integrales de cualquier tipo.
- Realizar la prueba en el grupo en el que se encuentra matriculado.

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos puntos importantes de este son:

- Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado.
- Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta.
- La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.

Apoyo del CASE (Centro de Asesoría Estudiantil)

El CASE pone a su disposición los llamados *Estudiaderos*, estos funcionan los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes, quienes le ayudarán a salir adelante cuando tenga dudas sobre los ejercicios. Este espacio se desarrollará en el aula 102 FM y se extenderá durante todo el semestre.

También se brindará apoyo dos veces por semana (bajo la guía de un docente) para que los estudiantes revisen y refuercen lo visto en clase durante la semana. El respectivo horario puede

consultarse acudiendo a la oficina del CASE en el segundo piso del edificio de Física y Matemática.

Objetivos de Evaluación

A continuación se detallan los objetivos de evaluación que se consideran para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

Objetivos a evaluar en el primer examen

- 1) Calcular límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) de las formas indeterminadas: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$ y $0 \cdot \infty$, utilizando: técnicas de factorización, racionalización, valor absoluto, cambio de variable, principio de intercalación, límites trigonométricos especiales, funciones de criterio partido..
- 2) Calcular límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) a partir de la gráfica de la función.
- 3) Calcular el valor de incógnitas para que cierto límite exista.
- 4) Analizar la continuidad de una función dado su criterio o gráfica.
- 5) Clasificar las discontinuidades de una función.
- 6) Calcular derivadas de funciones algebraicas y trigonométricas utilizando la definición o las reglas correspondientes (incluye regla de la cadena).
- 7) Analizar la existencia de la derivada de una función en un punto específico dado su criterio o gráfica.
- 8) Calcular derivadas de primer y segundo orden de una curva definida implícitamente.
- 9) Verificar una identidad diferencial (máximo de segundo orden).
- 10) Determinar la ecuación de una recta tangente o una recta normal a una curva (incluyendo curvas definidas explícita o implícitamente).
- 11) Interpretar la velocidad y la aceleración como razones de cambio instantáneas.
- 12) Resolver problemas de razones de cambio relacionadas.

Objetivos a evaluar en el segundo examen

- 1) Conocer, intuitiva y formalmente, los conceptos de extremos absolutos y extremos relativos (locales) de una función.
- 2) Aplicar el teorema de Fermat para calcular los puntos críticos de una función.

- 3) Calcular los extremos absolutos de una función (tanto de una función continua en un intervalo cerrado, como de una función, continua o no, en su dominio).
- 4) Resolver ejercicios relacionados con los teoremas: Valor intermedio, Rolle y Valor Medio.
- 5) Analizar los signos de la primera y la segunda derivada para determinar, respectivamente, la monotonía y la concavidad de una función.
- 6) Clasificar los extremos relativos de una función (mediante el criterio de la segunda derivada o la monotonía de la función).
- 7) Calcular los puntos de inflexión de una función.
- 8) Calcular las asíntotas verticales, horizontales e inclinadas (oblicuas) de una función.
- 9) Identificar asíntotas dada la gráfica de la función.
- 10) Hacer el estudio completo que conduce al trazo de la gráfica de una función (incluye: dominio, intersecciones con los ejes, primera derivada, puntos críticos, signo de la primera derivada, segunda derivada, signo de la segunda derivada, puntos de inflexión, clasificación de extremos relativos, asíntotas, cuadro de variación y trazo de la gráfica)
- 11) Resolver problemas de optimización.
- 12) Reconocer el concepto de antiderivada de una función en una ecuación diferencial de primer grado del tipo $y' = f(x)$.
- 13) Conocer la definición de integral indefinida y sus propiedades.
- 14) Calcular integrales indefinidas inmediatas y por sustitución.
- 15) Conocer la definición de integral definida y su significado geométrico.
- 16) Aplicar las propiedades de la integral definida.
- 17) Calcular integrales de funciones polinomiales (hasta grado 2 inclusive) utilizando Sumas de Riemann.
- 18) Aproximar el área bajo una curva, en un intervalo cerrado.

Objetivos a evaluar en el tercer examen

- 1) Enunciar el teorema fundamental del cálculo (sus dos partes).
- 2) Calcular derivadas de funciones definidas por una integral.
- 3) Conocer las propiedades y gráficas de las funciones logarítmicas y exponenciales.
- 4) Conocer las propiedades y gráficas de las funciones trigonométricas inversas.
- 5) Calcular derivadas de funciones logarítmicas, exponenciales y trigonométricas inversas.

- 6) Calcular derivadas mediante derivación logarítmica.
- 7) Calcular el área limitada por la gráfica de una función y el eje X.
- 8) Calcular el área limitada por las gráficas de dos o más funciones.
- 9) Calcular integrales (tanto indefinidas como definidas) mediante cualquiera de las técnicas siguientes: regla directa, sustitución, sustitución trigonométrica, completando cuadrados, por partes, por descomposición en fracciones simples o parciales, utilizando identidades trigonométricas y mediante la sustitución tangente del ángulo medio.

Bibliografía

En este curso se puede consultar cualquier texto que se titule *Cálculo con Geometría Analítica o Cálculo en una Variable*, la mayoría de estos libros cubren los mismos contenidos con pequeñas variaciones en el enfoque, el orden y el nivel de los ejercicios.

Una de las herramientas medulares del estudiante es el uso apropiado de la bibliografía, la cual le permitirá reforzar los conceptos y desarrollar sus habilidades en la solución de ejercicios, más allá de lo que el tiempo lectivo permite alcanzar durante las lecciones. A continuación detallamos una lista de libros de texto, le recomendamos especialmente los cuatro primeros ya que de ellos se pueden encontrar más de un centenar de copias en la Biblioteca Luis Demetrio Tinoco.

- Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B. Cálculo y Geometría Analítica. Sexta Edición. Mc Graw-Hill. España, 1999.
- Edwards, C. y Penney, D. Cálculo con Geometría Analítica. Cuarta Edición. Prentice Hall. México, 1996.
- Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B. Cálculo. Séptima Edición. Ediciones Pirámide. España, 2003.
- Stewart J. Cálculo de una Variable. Transcendentes tempranas. Cuarta edición. Thomson Editores S.A. Columbia, 2001.
- Leithold, L. El Cálculo con Geometría Analítica. Séptima Edición. Oxford University Press. México, 2001.
- Ruiz y Barrantes. Elementos de Cálculo Diferencial. Editorial de la Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica, 1997.
- Simmons G. Cálculo y Geometría Analítica. Segunda Edición. McGraw-Hill Companies, Inc. Madrid, España, 2002.

- Swokowski, E. Cálculo con Geometría Analítica. Segunda Edición. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1989.
- Thomas y Finney. Cálculo en una variable. Novena Edición. Addison Wesley Longman. México, 1998.
- Zill, D. Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1987.

Material de apoyo

Se dispone también de cuatro folletos:

Apuntes para el curso de cálculo I. Prof. Leiner Víquez García. 2009.

Apuntes de cálculo diferencial e integral. Prof. Marco Alfaro Carranza. 2009.

Cálculo I. Proyecto Matem. Serie Cabécar. Recopilado por: Prof. Lizeth Sancho. 2008.

Ejercicios de Cálculo I. Cálculo Diferencial e Integral I. Prof: Pedro Rodríguez y Jorge Poltronieri. Serie Cabécar. 2006.

Se le recomienda que intente resolver los ejercicios propuestos en los folletos y utilice las soluciones que los acompañan para verificar su trabajo o para salir de alguna duda. Si definitivamente no sabe cómo hacer un ejercicio, use la solución para encontrar una sugerencia de cómo empezar y trate de resolverlo a partir de ahí. La información sobre la adquisición de los folletos será suministrada por su profesor.

Recuerde que en el aprendizaje significativo de la matemática es indispensable resolver los ejercicios y problemas con una apropiación previa de los conceptos claves, demanda la generación de estrategias de solución que trasciende la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

Atentamente,

Prof. Virgilio E. Benavides Vargas.

Coordinador.

virgilio.benavides@ucr.ac.cr

vbenvar@gmail.com

Casillero # 93 Segundo Piso FM

Oficina # 256 IF (25118014)