

**PROGRAMA CURSO: MA0230**  
**MATEMÁTICA PARA CIENCIAS ECONÓMICAS I**  
II Semestre, 2013

**Datos Generales**

**Sigla:** MA0230

**Nombre del curso:** Matemática para Ciencias Económicas I

**Tipo de curso:** Teórico

**Número de créditos:** 4 créditos

**Número de horas semanales presenciales:** 5 horas

**Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante:** 7 horas

**Horario del curso:** K 7-8:50 am Aula: 116y V 7-9:50am Aula: 205

**Datos del Profesor**

**Nombre:** Jonathan González Montoya

**Correo Electrónico:** guigue24@gmail.com

**Horario de Consulta:** L 1pm a 2pm V 2pm a 4pm

**1. Descripción del curso**

Este curso es de cuatro créditos y tiene cinco horas clase a la semana. Se repasan y complementan algunas propiedades básicas de los números reales y de la teoría de funciones de una variable real con el propósito de introducir al estudiante en el tratamiento del cálculo diferencial en una variable, se incluye el estudio de algunas aplicaciones.

Como apoyo a esta tarea, todos los profesores de la cátedra contamos con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes del curso. Las horas de consulta de cada profesor serán publicadas oportunamente en la pizarra informativa del curso (exteriores del aula 217 ubicada en el segundo piso del edificio de Físico Matemática). En esta misma pizarra se publicarán todos los avisos importantes del curso y en la página web [www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr) en la plataforma Moodle, <http://moodle.emate.ucr.ac.cr/>, por lo que le recomendamos revisarlas de manera frecuente. El procedimiento y la clave para registrarse en la plataforma los dará su profesor el primer día de clase.

Otro apoyo adicional, en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los centros de repaso para examen. Se desarrollan el día hábil previo a cada examen parcial. La hora y el lugar serán publicados oportunamente en el sitio Moodle del curso, más detalles con el CASE de Agroalimentarias al 2511-5662.

**2. Objetivos Generales**

- Aplicar las funciones de variable real para modelar y resolver problemas propios de su área de estudio.
- Utilizar el cálculo diferencial en una variable como herramienta en la solución de problemas.

### 3. Objetivos específicos

- 
- Se espera que el estudiante
- Utilice apropiadamente las propiedades básicas de los números reales en la resolución de ecuaciones e inecuaciones.
- Use las funciones de variable real en la formulación y resolución de problemas propios de su área.
- Aplique las progresiones (aritméticas y geométricas) en la solución de problemas.
- Calcule límites de funciones de variable real, aplicando las principales propiedades de los mismos.
- Reconozca cuando una función es continua en un punto o en un conjunto.
- Calcule derivadas de funciones en una variable, tanto por medio de la definición como por reglas de derivación.
- Construya gráficas de funciones elementales utilizando el cálculo diferencial.
- Utilice la derivación como herramienta para resolver problemas propios de su área.

### 4. Contenidos

**Tema 1. Álgebra:** Conjunto de los números reales (subconjuntos de este), sus propiedades algebraicas y de orden. Leyes de: potencia y radicación. Operaciones básicas con expresiones algebraicas.

Factorización. Teorema del factor. Racionalización. Ecuaciones e inecuaciones: de primero y segundo grado, por sustitución, por división sintética, con un valor absoluto, con expresiones fraccionarias y con radicales.

**Tema 2. Funciones de variable real:** Concepto de función. Dominio máximo de una función. Operaciones con funciones. Propiedades y gráficas de algunas funciones de variable real: lineal, cuadrática, valor absoluto, raíz cuadrada, parte entera, funciones definidas por partes. Funciones: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva. Función inversa. Función exponencial y función logarítmica. Propiedades de los logaritmos. Ecuaciones e inecuaciones con expresiones exponenciales y logarítmicas. Rectas paralelas y perpendiculares, intersección de rectas.

**Tema 3. Aplicación de las funciones:** Costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, oferta, demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado). Resolución de problemas

**Tema 4. Progresiones: aritmética y geométrica:** Progresión aritmética e interés simple. Progresión geométrica e interés compuesto. Resolución de problemas.

**Tema 5. Límites y continuidad:** Concepto de límite y propiedades. Cálculo de límites de la forma  $\frac{0}{0}$  a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable, definición de valor absoluto. Cálculo de límites en funciones de criterio partido y a partir de gráficas. Límites infinitos, asíntotas verticales. Límites al

infinito, asíntotas horizontales. Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio y sus propiedades algebraicas.

**Tema 6. Derivación:** Cálculo de derivadas por definición. Reglas de derivación (incluyeregla de la cadena). Derivadas de orden superior.

**Tema 7. Máximos y mínimos:** Máximos y mínimos (absoluto y relativo). Puntocrítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat. Relaciónentre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada.

**Tema 8. Aplicaciones de la derivada:)** Asíntotas oblicuas. Trazado de curvas. Problemas directa tangente y normal a una curva. Problemas de Optimización.

**Tema 9. Aplicaciones de la derivada a las Ciencias Económicas:** Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.

## 5. Evaluación

<i>Examen</i>	<i>Fecha</i>	<i>Temas que cubre</i>	<i>Fecha deexamen dereposición</i>
I examenparcial	M 18 de setiembre, 1:00pm	Temas 1-2	S 28 de setiembre, 8:00am
II examenparcial	M 30 de octubre, 1:00pm	Temas 3-4-5-6	S 9 de noviembre, 8:00am
III examenparcial	L 2 de diciembre, 8:00am	Temas 6-7-8-9	M 4 de diciembre, 8:00am

El temario está sujeto a ratificación por parte de la cátedra dos semanas previas a cada aplicación.

**Examen de Ampliación:** miércoles 11 de diciembre, 8:00am.

**Examen de Suficiencia:** miércoles 13 de noviembre, 8:00am.

**Nota:** Los exámenes de ampliación y suficiencia contemplan todos los temas del curso.

**Otras fechas importantes:**

**Día de la Madre:**Jueves 15 de agosto.

**Día de las Culturas:** Sábado 12 de octubre

**Feria Vocacional:**

### Consideraciones sobre la evaluación:

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

1. Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual.
2. Debe presentar alguna identificación válida (cédula, licencia de conducir o carné universitario con fotografía, vigente) **de lo contrario no podrá efectuar la prueba.**
3. La resolución del examen es en un cuaderno de examen (no se permiten hojas sin grapar) y debe usar bolígrafo de tinta azul o negra.
4. No está permitido que el estudiante utilice su celular o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente.
5. Solamente se permitirán calculadoras científicas básicas o de menor potencia, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares ni tabletas.
6. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA 0230. **No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.**

### Exámenes de reposición:

Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán solicitar realizar el examen de reposición. Para esto el proceso que se sigue es el siguiente:

1. Completar el formulario de solicitud de reposición (se adquiere en la secretaría de la Escuela de Matemática o se descarga de la página [www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr)), adjuntar la respectiva constancia y depositarla en el casillero del coordinador de MA 0230 (casillero 58, segundo piso FM). Finalmente el estudiante debe enviar un correo electrónico a la coordinación del curso para confirmar el recibido de su solicitud.
2. La solicitud será aprobada siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). Por tal motivo se publicará tres días antes de la prueba de reposición el listado y condición de las solicitudes tramitadas tanto en la pizarra informativa como en el sitio Moodle del curso.

### Nota de Aprovechamiento

Considerando  $A$ ,  $B$  y  $C$  como las calificaciones de los tres exámenes bajo las condiciones  $A \leq B \leq C$  la nota de aprovechamiento ( $NA$ ) se calcula de la siguiente forma:

$$NA = 0,3 A + 0,35 B + 0,35 C$$

### Nota Final

Para efectos de la nota final se consideran los criterios según el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art 25 y 28), los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada en enteros y fracciones de media unidad:

Si es mayor o igual que 7.0 entonces aprueba el curso.

Si es 6.0 ó 6.5 entonces tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso (se le reporta 7.0 como nota final), de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.

Si es menor que 6.0 entonces no aprueba el curso.

### **Calificación de exámenes:**

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos aspectos relevantes de este son:

Cada prueba le debe ser entregada a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.

La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.

Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el profesor y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante el Director de la Escuela de Matemática en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. El Director, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.

### **Objetivos de evaluación**

A continuación se detallan los aspectos que el estudiante debe estar en capacidad de hacer en cada prueba parcial.

#### **A) Primera Prueba Parcial**

1. Racionalizar expresiones algebraicas fraccionarias (incluye simplificarlas).
2. Determinar el conjunto solución de ecuaciones e inecuaciones de los siguientes tipos: lineales, cuadráticas, por sustitución o cambio de variable, grado mayor que dos, fraccionarias, con radicales (sólo para ecuaciones), valor absoluto (no más de uno), exponenciales y logarítmicas.
3. Trazar la gráfica de una función de criterio partido que involucre fórmulas de los siguientes tipos: lineal, cuadrática, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica, valor absoluto, parte entera.
4. Identificar a partir de la gráfica de una función aspectos como: valor de imágenes, valor de preimágenes, dominio, rango, intersecciones con los ejes, conjunto de preimágenes, intervalos donde la función es positiva o negativa, creciente o decreciente.
5. Calcular dominio máximo de una función dado su criterio.

6. Resolver ejercicios sobre operaciones con funciones (suma, resta, producto, cociente y composición).
7. Determinar la función inversa de una función biyectiva dada.
8. Resolver ejercicios relacionados con: ecuación de la recta, intersección de rectas, rectas paralelas y rectas perpendiculares.

#### **B) Segunda Prueba Parcial**

1. Utilizar funciones de variable real en la formulación y resolución de problemas que involucren los conceptos de costos totales, costo medio, ingresos totales, utilidad, punto de equilibrio de una empresa, curvas de oferta y demanda, punto de equilibrio de mercado.
2. Resolver problemas en que se requiere el uso de progresiones aritméticas y geométricas.
3. Calcular límites (incluye laterales) a partir de la gráfica de una función, tanto en valores puntuales como al infinito.
4. Calcular límites de la forma  $0/0$ ,  $\infty-\infty$ ,  $0(\infty)$  por diferentes métodos: factorización, racionalización, sustitución, con definición de valor absoluto, en funciones de criterio partido, funciones exponenciales y logarítmicas. En caso que el límite no exista argumentar las razones que sustenten tal afirmación.
5. Determinar el valor de una incógnita para que el límite exista.
6. Analizar la continuidad de una función en un punto.
7. Determinar las discontinuidades (incluye clasificarlas) de una función dado su criterio o gráfica.
8. Determinar los valores de incógnitas para que una función sea continua en todo su dominio.
9. Calcular la primera derivada usando la definición de derivada (inclusive derivada puntual).

#### **C) Tercera Prueba Parcial**

1. Calcular derivadas (inclusive de orden superior) de funciones algebraicas, exponenciales y logarítmicas usando las reglas de derivación correspondientes. Incluye la Regla de la Cadena.
2. Verificar una igualdad diferencial dado el criterio de la función.
3. Determinar la ecuación de la recta tangente o la ecuación de la recta normal a una curva.
4. Identificar valores extremos (absolutos y relativos) a partir una gráfica.
5. Determinar los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado.
6. Relacionar el signo de la primera derivada con la monotonía de la función y el signo de la segunda derivada con la concavidad.
7. Conocer y aplicar correctamente los criterios de la primera y la segunda derivada para determinar extremos relativos.
8. Determinar números críticos y puntos de inflexión de una función.
9. Resolver problemas vinculados con números críticos y puntos de inflexión.

10. Determinar asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función a partir de su criterio.
11. Graficar funciones a partir del estudio completo (dominio, intersecciones con los ejes, análisis de monotonía, puntos críticos, análisis de concavidad, puntos de inflexión, análisis de asíntotas, cuadro resumen). El estudio completo puede ser dado o se solicita elaborarlo de forma parcial.
12. Resolver problemas de optimización de funciones de una variable con una restricción. Aquí se contemplan funciones de área y perímetro para cuadrados y rectángulos; además de costos, ingresos y utilidades.
13. Resolver problemas que involucren los conceptos: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.

#### 6. Cronograma

Semana(s)	Contenidos	Recomendaciones
Del 12-ago Al 30-ago	<p><b>Tema 1. Álgebra:</b> <u>Conjunto de los números reales (subconjuntos de este), sus propiedades algebraicas y de orden.</u></p> <p><u>Leyes de: potencia y radicación.</u></p> <p><u>Operaciones básicas con expresiones algebraicas.</u></p> <p><u>Factorización. Teorema del factor.</u></p> <p>Racionalización. Ecuaciones e inecuaciones: de primero y segundo grado, por sustitución, por división sintética, con un valor absoluto, con expresiones fraccionarias y con radicales.</p>	<p>Los contenidos subrayados se asignan como estudio independiente al estudiante y se recomienda revisar las secciones 1.1 a 1.4 del capítulo 1 de las notas del curso disponible en el sitio Moodle.</p> <p>Además para estos contenidos se sugiere consultar en la bibliografía del curso las referencias [3], [4], [5] y [11].</p>
Del 2-set Al 13-set	<p><b>Tema 2. Funciones de variable real:</b></p> <p>Concepto de función. Dominio máximo de una función. Operaciones con funciones.</p> <p>Propiedades y gráficas de algunas funciones de variable real: lineal, cuadrática, valor absoluto, raíz cuadrada, parte entera, funciones definidas por partes.</p> <p>Funciones: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva. Función inversa. Función exponencial y función logarítmica. Propiedades de los logaritmos.</p> <p>Ecuaciones e inecuaciones con expresiones exponenciales y logarítmicas.</p> <p>Rectas paralelas y perpendiculares, intersección de rectas.</p>	<p>Para estos contenidos se colocará material complementario en el sitio Moodle del curso por lo cual se recomienda revisarlo periódicamente.</p> <p>Las referencias sugeridas son [3], [5] y [11].</p> <p>Además se recomienda participar de los espacios de discusión que ofrecen los foros en Moodle y el proyecto Aprendamos Juntos.</p>

	<b>I Examen Parcial 18 de setiembre</b>	Semanas previas se habilita una práctica de examen en el sitio Moodle, se desarrolla en línea y cambia en cada ingreso del usuario. Además en [1] se encuentran ejercicios complementarios.
Del 16-set Al 25-set	<b>Tema 3. Aplicación de funciones:</b> Costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, oferta, demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado).	Es usual encontrar una integración de este tema con el tema anterior. Entre la bibliografía se encuentran ejemplos de esta estrategia [4], [5], [7] y [9].
Del 26-set Al 4-oct	<b>Tema 4. Progresiones aritmética y geométrica:</b> Progresión aritmética e interés simple. Progresión geométrica e interés compuesto. Resolución de problemas.	Este capítulo tendrá material adicional (en Moodle) pero entre las referencias se encuentran en [4] y [11].
Del 7-oct Al 18-oct	<b>Tema 5. Límites y Continuidad:</b> Concepto de límite y propiedades. Cálculo de límites a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable, definición de valor absoluto. Cálculo de límites en funciones de criterio partido y a partir de gráficas. Límites infinitos, asíntotas verticales. Límites al infinito, asíntotas horizontales. Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio y sus propiedades algebraicas	Este apartado puede ampliarse en [8] y [10]. Además en [4], [7] y [9] se exponen específicamente para las Ciencias Económicas. Al igual que el apartado anterior en Moodle se ofrecerá material complementario.
Del 21-oct Al 1-nov	<b>Tema 6. Derivación:</b> Cálculo de derivadas por definición. Reglas de derivación (incluye regla de la cadena). Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivadas de orden superior.	El capítulo de las Notas del curso correspondiente a este tema será modificado por lo que se sugiere estar pendiente de su publicación en el sitio Moodle. Sin embargo, las referencias que corresponden son [4], [7], [8], [9] y [10].
	<b>II Examen Parcial 30 de octubre</b>	El cuestionario en línea es una buena alternativa para medir el conocimiento asimilado antes del examen, recuerde que las



		dudas que surjan puede canalizarlas por medio de un mensaje directo en Moodle a su profesor, o publicarla en el foro de discusión habilitado para este fin.
<b>Del 4-nov Al 13-nov</b>	<b>Tema 7. Máximos y mínimos:</b> Máximos y mínimos (absoluto y relativo). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada.	Los contenidos de este apartado y del siguiente se encuentran con detalle en [4], [7], [8], [9], y [10]. Sin embargo, en Moodle se incluirá material adicional.
<b>Del 14-nov Al 20-nov</b>	<b>Tema 8. Aplicaciones de la derivada:</b> Asíntotas oblicuas. Trazado de curvas. Problemas de recta tangente y normal a una curva. Problemas de Optimización.	Ejercicios adicionales se encuentran en [1].
<b>Del 21-nov Al 27-nov</b>	<b>Tema 9. Aplicaciones de la derivada a las Ciencias Económicas:</b> Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.	Las aplicaciones de la derivada en funciones económicas se exponen en [4], [7] y [9]. Además en [1] se dispone de ejercicios adicionales. Este capítulo será modificado y su nueva versión estará disponible en Moodle.
	<b>III Examen Parcial 2 de diciembre</b>	En el sitio Moodle ofrece un espacio con exámenes de ciclos anteriores, y al igual que antes una práctica en línea espera fortalecer sus conocimientos.

### **Bibliografía:**

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

[1] Acuña, L. y Calderón, C. Ejercicios de Matemática para Administración, Cálculo. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago, Costa Rica, 2010.

[2] Acuña, L. y Artavia, M. Ejercicios de Matemática para Administración, Precálculo. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago, Costa Rica, 2010.

[3] Arias, T y Poveda, W. Matemática Elemental. Editorial UCR. San José, Costa Rica, 2011.

[4] Araya, J y Lardner, R. Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A. México. Cuarta Edición, México, 2002.

[5] Barrantes, H. Matemática básica para administración. EUNED, Costa Rica. Primera Edición, 2009.

[6] Figueroa, N. y Ramírez, V. Notas para Matemáticas para Ciencias Económicas I. Escuela de Matemáticas de Universidad de Costa Rica 2008. Por publicar.

[7] Haeussler, E. Jr.; Paul, R. S. Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A. Décima Edición, México, 2003.

[8] Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B. Cálculo. Volumen I. Editorial McGraw-Hill, Novena Edición, México, 2010.

[9] Tan, T. Matemática para Administración y Economía. International Thomson Editores. México, Segunda Edición, 2002.

[10] Steward, J. Cálculo en una variable. Australia: Cengage Learning. Sexta Edición, 2008.

[11] Swokowsky, E; Cole, J. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. International Thomson Editores. Décima Edición, 2002.

**Atentamente**  
Nuria V. Figueroa Flores