



## Carta al estudiante



### Información general

<b>Nombre del curso:</b>	<b>Matemática para Ciencias Económicas II</b>
<b>Sigla:</b>	<b>MA 0231</b>
<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico- práctico</b>
<b>No de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>4</b>
<b>Requisito:</b>	<b>MA0230</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>

#### Estimado(a) estudiante:

Reciba una cordial bienvenida al curso MA 0231. En este documento se presenta información que usted debe conocer con respecto al desarrollo del curso, se recomienda por tanto la lectura cuidadosa del mismo.

De usted se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Su docente lo guiará en el proceso de enseñanza y aprendizaje, aportando conocimiento y disposición a colaborarle. Se le desea éxito durante este ciclo lectivo.

#### **I. Introducción**

Durante el curso se trata de incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en algunas temáticas de tres grandes contenidos: cálculo integral en una variable, álgebra lineal y cálculo diferencial en varias variables.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica durante el desarrollo de las lecciones, utilizar adecuadamente sus conocimientos previos y aprovechar al máximo el trabajo extraclase asignado. Debe resolver los ejercicios planteados luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

#### **II. Objetivos General**

Usar el cálculo integral en una variable, el álgebra lineal y el cálculo diferencial en varias variables como herramientas en la solución de ejercicios y problemas.

#### **III. Objetivos Específicos**

1. Calcular integrales definidas e indefinidas mediante el uso de diferentes métodos.
2. Aplicar la integral definida al cálculo de áreas.
3. Aplicar las integrales impropias al cálculo de funciones de densidad, de distribución y esperanza de variables aleatorias reales.

4. Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
5. Conocer y aplicar propiedades de las matrices en la solución de sistemas lineales.
6. Aplicar las propiedades básicas de determinantes.
7. Conocer y aplicar diferentes conceptos claves de la geometría vectorial.
8. Conocer los conceptos y propiedades básicas del cálculo diferencial de campos escalares y de campos vectoriales.
9. Clasificar los valores extremos de funciones de varias variables.

#### **IV. Contenidos**

A continuación se presentan los tres capítulos de los que consta el programa del curso:

##### **Capítulo I: Integración en una Variable**

Antiderivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Problemas con condiciones iniciales. Sumas de Riemman y su interpretación geométrica. Integral definida y sus propiedades. Teorema fundamental del cálculo.

Técnicas de integración: sustitución, integración por partes, fracciones simples. Valor promedio de una función Área entre curvas. Excedente del consumidor y del productor

Regla de L' Hôpital. Integrales impropias de primera y segunda especie. Aplicaciones de las integrales impropias a: función de distribución, función de densidad y esperanza matemática de variables aleatorias continuas.

##### **Capítulo II: Álgebra Lineal**

Sistema de ecuaciones lineales  $m \cdot n$ , solución de un sistema, conjunto solución de un sistema. Matriz de coeficientes del sistema y matriz aumentada, operaciones elementales, sistemas equivalentes, forma escalonada y forma escalonada reducida. Reducción de Gauss. Caracterización de la solución de un sistema. Matrices equivalentes y rango. Sistemas no homogéneos y homogéneos.

Concepto de matriz. Algunos tipos de matrices: nula, diagonal, identidad, triangular, simétrica, transpuesta, adjunta. Álgebra de matrices. Matrices invertibles y elementales

Definición del determinante de una matriz cuadrada y propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular, de la transpuesta y de la inversa de una matriz. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

##### **Capítulo III: Cálculo diferencial en varias variables**

Sistema de coordenadas cartesianas en  $\mathbb{R}^3$ . Distancia entre puntos. Subconjuntos de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ . Interpretación geométrica de un vector. Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario, álgebra de vectores, ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales. Producto punto, producto cruz. Rectas y planos en el espacio tridimensional, superficies cuadráticas sin términos mixtos.

Derivadas parciales, aplicaciones a funciones marginales. Regla de la cadena en varias variables. Derivación implícita. Derivadas direccionales y vector gradiente. Plano tangente y recta normal a una superficie.

Máximos y mínimos (locales y globales) para funciones de dos variables, punto crítico y punto silla. Extremos absolutos en regiones cerradas y acotadas. Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Criterios para extremos locales de funciones de dos variables.

## **V. Evaluación**

Cada martes

1. El profesor distribuirá una lista con cinco ejercicios que el estudiante debe de resolver en su tiempo extraclase.
2. Dispone de siete días calendario para resolverlos.
3. Debe tenerlos debidamente resueltos al martes siguiente inmediato.
4. Cada ejercicio debe venir resuelto en página independiente.
5. El día de entrega, el profesor elegirá **alguno** de los siguientes procedimientos para calificar el resultado de la asignación, a saber:
  - a. El profesor le indicará al estudiante cuál de los cinco ejercicios debe entregar. La elección la hará el profesor de manera aleatoria entre los cinco ejercicios dados para la casa. A cada estudiante se le pedirá un ejercicio diferente elegido entre los cinco asignados.
  - b. El profesor hará una corta prueba escrita de duración 15 minutos en clase, conteniendo algún ejercicio de los cinco asignados o alguno similar a ellos.
6. La entrega del ejercicio es PERSONAL y durante las horas de lección. No se reponen pruebas cortas y no se reciben ejercicios fuera del horario de clase a estudiantes que no estén presentes en el momento de la recepción de los ejercicios resueltos.
7. La nota obtenida de alguno de los dos procedimientos arriba indicados, será la nota de esa asignación.

La evaluación, entonces, se conformará de la siguiente manera:

Todos los trabajos asignados semanalmente antes del examen parcial correspondiente, conformarán el 40 % de la nota de ese parcial. El examen parcial mismo completará el otro 60 % respectivo. Se realizarán tres exámenes parciales y su porcentaje con respecto a la nota de aprovechamiento es 33%, 33 % y 34 % respectivamente.

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente, a saber:

- Si la nota de aprovechamiento redondeada es mayor o igual que 7.0 el estudiante aprueba el curso.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es 6.0 ó 6.5 el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. En este examen se debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso, si aprueba se le reportará 7.0 como nota final, de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es menor que 6.0 el estudiante pierde el curso.

## VI. Cronograma

A continuación se presenta una guía de la distribución semanal de los contenidos del curso

11 al 16 de agosto	Definición de antiderivada. Problemas con condiciones iniciales, aplicación en problemas de funciones marginales (costo, ingreso y utilidad). Definición de integral indefinida. Lista de integrales elementales.
18 al 23 de agosto	Sumas de Riemann y su interpretación geométrica. La integral definida y sus propiedades. Teorema fundamental del cálculo. Teorema del cambio total.
25 al 30 de agosto	Integrales por sustitución e integración por partes.
1 al 6 de setiembre	Integración por fracciones simples. Área entre curvas, aplicación al excedente del productor y consumidor.
8 al 13 de setiembre	Regla de L' Hôpital . Integrales impropias de primera y segunda especie.
15 al 20 de setiembre	Integrales impropias de tercera especie. Ejemplos de funciones de distribución de probabilidad continuas, función de distribución acumulada y esperanza matemática <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen.</b>
22 al 27 de setiembre	Ecuación lineal de $n$ incógnitas. Solución y conjunto solución de una ecuación lineal. Sistemas de $m$ ecuaciones lineales en $n$ incógnitas. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Definición de matriz. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan.
39 de setiembre al 4 de octubre	Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Caracterización de la solución de un sistema. Sistemas no homogéneos y homogéneos. Algunos tipos de matrices: identidad, diagonal, triangular, simétrica, antisimétrica.
6 al 11 de octubre	Igualdad de matrices. Producto de un escalar y una matriz. Suma de matrices. Producto de matrices. Inversa de una matriz y matrices invertibles. Matriz transpuesta y sus propiedades.
13 al 18 de octubre	Matriz de cofactores. Matriz adjunta. Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz.
20 al 25 de octubre	Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen.</b>
27 octubre al 1° de noviembre	Sistema de coordenadas tridimensional. Distancia entre dos puntos en $\mathbb{R}^3$ Interpretación geométrica de un vector. Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario, álgebra de vectores, ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales. Producto punto, producto cruz.
3 al 8 de noviembre	Rectas y planos en el espacio tridimensional, distancia de un punto a un plano, distancia entre dos rectas. Superficies cuadráticas sin términos mixtos. Funciones de varias variables
10 al 15 de noviembre	Derivadas parciales, aplicaciones a funciones marginales. Teorema de Clairaut . Regla de la cadena en varias variables. Derivación implícita. Derivadas direccionales y vector gradiente.
17 al 22 de noviembre	Plano tangente a una superficie. Máximo relativo y mínimo relativo para funciones de dos variables. Punto crítico. Criterio de la segunda derivada.
24 al 29 de noviembre	Máximos y mínimos de funciones de dos variables en conjuntos cerrados y acotados. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen.</b>

## **VII. Fechas de Exámenes**

Los tres exámenes ordinarios así como sus respectivas reposiciones están programados tentativamente como se detalla a continuación:

Examen	Fecha ordinario	Fecha Reposición
Primero	Sábado 27 – set. –14 horas	Miércoles 08 – oct. – 08 horas
Segundo	Sábado 01 – nov. – 08 horas	Miércoles 12 – nov. 08 horas
Tercer	Martes 02 – dic. 08 horas	Jueves 04 – dic. 08 horas
Ampliación	Viernes 12 – dic. 08 horas	-----

Para solicitar la reposición de cualquier examen debe presentar en el casillero (16 FM) u oficina del profesor (206 FM) el formulario correspondiente (disponible en la secretaría de la Escuela de Matemática) con la documentación que respalde el motivo de ausencia. Se le aprobará su solicitud siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24).

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes lineamientos:

- Presentar alguna identificación válida (carné universitario, cédula de identidad, tarjeta de identificación de menores, pasaporte, licencia de conducir, entre otros)
- Portar cuadernillo de examen (no se permiten hojas sin grapar), bolígrafo de tinta azul o negra.
- No utilizar calculadoras programables ni graficadoras.

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos puntos importantes de este son:

- Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado.
- Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta.
- La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.

## **VIII. Apoyo del CASE (Centro de Asesoría Estudiantil)**

El CASE pone a su disposición los llamados *Estudiaderos*, estos se llevan a cabo los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes, quienes están dispuestos a colaborarle en aspectos conceptuales y en la resolución de ejercicios. Este espacio se desarrollará en el aula 102 FM y se extenderá durante todo el semestre.

## **IX. Bibliografía**

Algunas fuentes bibliográficas de fácil acceso que se recomiendan para complementar la teoría y práctica desarrolladas en clase son:

1. Arya, J y Lardner, R. (2002) *Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía*. Cuarta edición. México: Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A.
2. Haeussler, E. Jr.; Paul, R. S (2003). *Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida*. **Décima edición. México: Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A.**
3. Arce, C; Castillo, W y González, J (2004). *Álgebra lineal*. Tercera edición. Costa Rica: EUCR.
4. Grossman, S (1988). *Aplicaciones de Algebra Lineal*. México: Editorial Iberoamericana.
5. Larson, R; Hostetler, R y Edwards, B. (1999) *Cálculo y Geometría Analítica*. Sexta Edición. España: Mc Graw-Hill.
7. Stewart, J. (2002) *Cálculo Multivariable*. Cuarta edición. México: Thomson Learning.

Puede contactar al profesor del curso mediante:

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio:  
Prof. Eduardo Díaz Olivares  
Horas de consulta: Martes de 17 a 19 horas y Viernes de 17 a 19  
Oficina: 206 del Edificio de Físico – Matemática  
E-mail: eduardo.diaz@ucr.ac.cr  
Teléfonos: 2511-6556, 8820-7489  
Casillero 16, segundo piso, FM

Sede del Atlántico  
Prof. Javier Quirós Paniagua  
E-mail: pialesjavier@gmail.com