

## CARTA AL ESTUDIANTE

### **Introducción:**

Con frecuencia se dividen en tres etapas las ideas geométricas del nombre: la geometría empírica, la geometría preeuclídeana y la geometría euclídeana.

La primera se desarrolla especialmente en Egipto, hasta aproximadamente el año 600 a.C, y está estrechamente ligada a las necesidades prácticas inmediatas. En esta etapa la verdad geométrica resulta de la verificación experimental y desde el punto de vista filosófico se presenta como un secreto revelado por los dioses; guardado y transmitido de generación en generación.

La geometría preeuclídeana se desarrolla en la Grecia Antigua entre los años 600 hasta el 300 a.C con *Thales*, *Pitágoras*, *Platón* y muchos otros. Esta se separa de la estrecha dependencia de los problemas prácticos y gira más en torno a la investigación desinteresada, en torno a la verdad pura. La verdad geométrica se establece por medio del razonamiento y por deducción lógica. Se produce de esta manera un cambio esencial y cualitativo en relación con el método empírico. En esta etapa existen diferentes interpretaciones filosóficas.

*Thales* representa el punto de unión entre la geometría de los egipcios y la de los griegos; aunque usa el método deductivo tiene en vista el objetivo práctico; parte de los problemas prácticos o llega a ellos. En cambio *Pitágoras*, representa la aristocracia esclavista, da a la verdad geométrica interpretaciones místicas. Para *Platón*, representante del idealismo objetivo, la geometría pertenece al mundo de las ideas puras. En esta etapa el móvil principal de las actividades de la geometría es el descubrimiento; Dejar en evidencia mediante el pensamiento las implicaciones geométricas escondidas, sin una preocupación especial por el rigor de las demostraciones y lo interesante es lo que no es evidente; lo que aparece solamente después de una investigación muy atenta. No se trabaja sólo en base a la intuición y no se puede establecer sólo mediante las mediciones por ejemplo que: si un triángulo tiene un ángulo recto entonces entre los lados existe la relación; cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

En la geometría euclideana, esto es, desde el año 300 a. C. las verdades geométricas acumuladas en el período precedente se enmarcan en un sistema lógico deductivo. Por ello el interés gira no solamente en torno a las verdades no evidentes sino que es muy importante la distinción entre las verdades básicas (axiomas) y las verdades deducidas (teoremas). Se estudian y demuestran teoremas que por su contenido no hubiesen atraído la atención en el período precedente. Por ejemplo, la proposición; un lado del triángulo es menor que los otros dos, que parece evidente no es en sí interesante pero sin embargo debe ser investigado a fin de decidir si es un axioma o un teorema. Se persigue un absoluto rigor en las demostraciones, en las definiciones lógicas de las nociones y en la sistematización de los teoremas. La geometría se libera del misticismo y se desarrolla en torno a las actividades intelectuales del hombre.

Sin embargo, paralelamente se hacen investigaciones en torno a otras disciplinas en las cuales la geometría juega un rol importante. *Arquímedes*, tomando la concepción materialista de *Demócrito* y *Eudoxio* liga las investigaciones geométricas a la mecánica, la física y la técnica, y logra resolver problemas de cálculo y volúmenes que por sus métodos se consideran los antecedentes del cálculo integral.

Después de *Euclides* hasta el Renacimiento, la geometría entra en una etapa de estancamiento. Desde el siglo XVI hasta el presente se produjo un extraordinario desarrollo de la geometría. Con el álgebra y el sistema de coordenadas nace la geometría analítica. Con el análisis aparecen nuevos problemas y nuevos métodos naciendo la teoría de las curvas, de las superficies y la geometría diferencial. Con el álgebra moderna, otros problemas y otras clasificaciones dan origen a la geometría proyectiva, geometría afín, geometría métrica, etc.

Aunque *Euclides* es el autor de una serie de trabajos entró a la historia de la matemática como *el creador de los elementos*. Estos constan de trece libros que empiezan con el estudio de las figuras geométricas planas y, puesto que son necesarios los números, comprenden también el estudio de los enteros positivos y las fracciones. La particularidad más importante de los elementos es que el estudio de la geometría se hace bajo un esquema lógico unitario y que todos los teoremas contenidos en ellos están fundamentados rigurosamente según el modelo del sistema deductivo. Esto hizo que los *elementos* fueran considerados un modelo de perfección en su exposición y sirvieran de manuales por cerca de 2000 años. *Euclides* parte de algunos axiomas y postulados que actualmente llamamos solamente axiomas, que son las verdades evidentes que admitimos inicialmente, y que de ellas, eliminando la intuición, se deducen por vía de la lógica todos los teoremas. Es claro sin embargo que la intuición invade el terreno de la geometría en la formación de los axiomas.

En el presente curso estudiaremos fundamentalmente las ideas sobre la geometría desarrolladas por *Euclides*.

## OBJETIVOS GENERALES

- 1) El estudiante deberá analizar, comprender y diferenciar, las diferentes etapas en el desarrollo histórico de la geometría.
- 2) El estudiante deberá comprender la importancia del método axiomático en la geometría y su trascendencia en todo el desarrollo de la matemática.
- 3) El estudiante aprenderá a manejar los métodos propios de la demostración de la geometría.
- 4) el estudiante comprenderá la importancia de la utilización de la geometría en otras disciplinas.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) El estudiante deberá conocer, aunque sea superficialmente, los contenidos de los *elementos de Euclides*.
- b) El estudiante deberá discutir la diferencia e importancia de los postulados, axiomas y teoremas.
- c) El estudiante deberá conocer las propiedades principales de los triángulos cuadriláteros y polígonos. Deberá conocer las propiedades de los triángulos semejantes y triángulos congruentes.
- d) El estudiante deberá conocer las propiedades más importantes relativas a la igualdad de círculos, cuerdas en el círculo, secantes y tangentes al círculo.
- e) El estudiante deberá aprender las propiedades más importantes relativas a los ángulos centrales e inscritos y de dos cuerdas que se cortan en el interior del círculo.
- f) El estudiante deberá aprender a construir figuras geométricas con regla y compás.
- g) El estudiante deberá aprender las propiedades más importantes relativas a los polígonos regulares y sus áreas.

## CONTENIDO

1. Construcciones con regla y compás
  - a. Construcciones básicas
  - b. Construcciones con rectas paralelas
  - c. Construcciones con círculos
  - d. Sección Aurea
  
2. Triángulos
  - a. Definiciones fundamentales
  - b. Congruencia de triángulos
  - c. Rectas paralelas
  - d. La desigualdad del triángulo
  - e. Áreas
  - f. Semejanzas de triángulos
  - g. Concurrencia de rectas y puntos especiales del triángulo
  - h. Polígonos
  
3. Círculos
  - a. Ángulos y cuadrángulos en un círculo
  - b. Cuerdas y tangentes
  - c. Círculos asociados a un triángulo
  - d. Teorema de Tolomeo, eje radical
  
4. Trigonometría
  - a. Fórmulas básicas
  - b. Trigonometría del triángulo
  - c. Desigualdades entre funciones trigonométricas

## EVALUACIÓN

La evaluación contemplará 3 exámenes parciales. El primero tendrá un valor de 30 %, el segundo y tercero un valor de 30 % cada uno, 10 % en tareas y quices. El cronograma de estas pruebas es el siguiente.

- I Examen Parcial 2 octubre
- II Examen Parcial 7 noviembre
- III Examen Parcial 1 diciembre 8:00 a.m.

Si el estudiante obtiene una nota mayor o igual 7.0 gana el curso; si su nota es 6.0 ó 6.5 tiene derecho a realizar examen de ampliación

Examen de ampliación: diciembre 8:00 a. m.

Gira a Guayabo de Turrialba, en el mes de noviembre

## BIBLIOGRAFÍA

ELEMENTOS DE GEOMETRÍA PLANA .

Joseph Varilly

*LA VERDAD NOS HACE LIBRES*