



## *Carta al estudiante*



### **Información general**

<b>Nombre del curso:</b>	<b>Cálculo I</b>
<b>Sigla:</b>	<b>MA 1001</b>
<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico- práctico</b>
<b>Cantidad de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>3</b>
<b>Requisito:</b>	<b>Ingreso a carrera</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>

#### **Estimado(a) estudiante:**

Reciba una cordial bienvenida de parte de la cátedra de MA 1001. En este documento se presenta información que usted debe conocer con respecto al desarrollo del curso, se le recomienda la lectura cuidadosa del mismo.

De usted esperamos una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Su docente lo guiará en el proceso de enseñanza y aprendizaje, le facilitará el conocimiento y mantendrá disposición a colaborarle. Se le desea éxito durante este ciclo lectivo.

#### **ASPECTOS GENERALES DEL CURSO:**

##### **I. Introducción**

Este curso de Cálculo Diferencial e Integral trata de incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en tres grandes contenidos: límites y continuidad, derivación e integración.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica ante los retos planteados y combinar adecuadamente sus conocimientos previos de Matemática (Números Reales, Álgebra, Funciones, Geometría y Trigonometría) con los conceptos y destrezas propios del Cálculo que va adquiriendo a medida que el curso avanza. Es indispensable resolver los ejercicios y problemas luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

## **II. Objetivos Generales**

1. Introducir al estudiante en el conocimiento del Cálculo Diferencial e Integral en una variable.
2. Orientar al estudiante, de ingeniería y ciencias básicas, en el planteo y resolución de diversos problemas que involucren métodos diferenciales e integrales.

## **III. Objetivos Específicos**

1. Conocer y aplicar intuitiva y geoméricamente los conceptos de límite y continuidad de funciones.
2. Conocer la definición de derivada y su significado geométrico.
3. Dominar el cálculo de derivadas y su sustentación teórica.
4. Plantear y resolver problemas que involucren métodos diferenciales.
5. Conocer la definición de integral indefinida y su sustentación teórica.
6. Conocer la definición de integral definida y su significado geométrico.
7. Dominar el cálculo de integrales definidas e indefinidas por distintos métodos.
8. Aplicar la integración en el planteo y solución de diversos problemas.

## **IV. Contenidos**

A continuación se presentan los tres capítulos de los que consta el programa del curso:

### ***Capítulo I. Límites y continuidad.***

Concepto de límite. Límites laterales, límites infinitos y límites al infinito. Propiedades y cálculo de límites de funciones algebraicas, funciones trigonométricas, función parte entera, función valor absoluto y combinaciones de ellas. Funciones que oscilan alrededor de un punto. Concepto de función continua, propiedades de las funciones continuas y análisis de la continuidad de distintas funciones. Teorema del Valor Intermedio.

### ***Capítulo II. Derivación.***

Definición de derivada y su interpretación geométrica. La derivada como razón instantánea de cambio. Problemas de razones de cambio relacionadas. Reglas de derivación de funciones: algebraicas, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas, hiperbólicas y sus inversas. Derivación implícita. Derivadas de orden superior. Aplicaciones de la derivada al trazado de curvas. Problemas de optimización. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio.

### ***Capítulo III. Integración.***

Concepto de antiderivada. Integral indefinida y sus propiedades. Integral definida y su significado geométrico utilizando sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida. Teorema fundamental del Cálculo. Aplicación de la integral definida al cálculo de áreas. Técnicas de integración: por sustitución, por partes, completando cuadrados, por fracciones simples o parciales, sustitución trigonométrica, integración de expresiones trigonométricas y sustitución mediante tangente del ángulo medio.

## V. Cronograma

A continuación se presenta una guía de la distribución semanal de los diferentes tópicos del curso

11 al 15 de agosto (Feriado: viernes 15)	Concepto intuitivo de límite. Propiedades de los límites. Límites laterales y límites que tienden a infinito (asíntota vertical). Análisis gráfico de límites. Cálculo de límites de la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ mediante: productos notables, teorema del factor, racionalización, definición de valor absoluto y sustitución.
18 al 22 de agosto	Principio de intercalación. Límites trigonométricos especiales, límites trigonométricos que requieren cambio de variable. Límites al infinito, formas indeterminadas: $\frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty$
25 al 29 de agosto	Continuidad en un punto y en un intervalo. Continuidad de la suma, resta, producto, cociente y composición de funciones continuas. Discontinuidades evitables e inevitables. Teorema del valor intermedio.
1º al 5 de setiembre	Definición de derivada. Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivación de funciones algebraicas y trigonométricas (incluye regla de la cadena)
8 al 12 de setiembre	Derivadas de orden superior. Derivación implícita. Recta tangente y normal a una curva.
15 al 19 de setiembre (Feriado: lunes 15)	La derivada como razón instantánea de cambio: velocidad y aceleración. Problemas de razones de cambio relacionadas. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial.</b>
22 al 26 de setiembre	Extremos de una función (absolutos y relativos) Punto crítico. Teorema del valor extremo. Cálculo de valores extremos para una función continua en un intervalo cerrado. Teorema de Rolle y teorema del valor medio.
29 de setiembre al 3 de octubre	Relación entre la monotonía y el signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Punto de inflexión. Relación entre la concavidad y el signo de la segunda derivada. Criterio de la segunda derivada. Problemas de optimización.
6 al 10 de octubre	Estudio completo de una función dado su criterio: dominio, intersecciones con los ejes, asíntotas, puntos críticos, clasificación de extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad, cuadro resumen y trazo de la gráfica.
13 al 17 de octubre	Concepto de antiderivada. La Integral indefinida y sus propiedades. Integrales inmediatas. Integración de expresiones trigonométricas utilizando identidades trigonométricas. Integrales por sustitución.
20 al 24 de octubre	La integral definida: interpretación geométrica mediante sumas de Riemann y propiedades. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.</b>
	Teorema Fundamental del Cálculo (parte 1 y 2). Cambio de variable en integrales definidas.
27 al 31 de octubre	Derivadas e integrales de funciones exponenciales y logarítmicas. Derivación logarítmica. Funciones trigonométricas inversas: definición, gráficas, derivadas e integrales.
3 al 7 de noviembre	Funciones hiperbólicas y sus inversas: definición, gráficas, derivadas e integrales. Cálculo de áreas de regiones delimitadas por curvas.
10 al 14 de noviembre	Integración por partes. Integración de productos de potencias de seno y coseno. Integración de productos de potencias de tangente y secante.
17 al 21 de noviembre	Integración por sustitución trigonométrica. Integración por fracciones simples o parciales.
24 al 28 de noviembre	Integración por algún tipo de sustitución dada. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen Parcial.</b>

## **VI. Evaluación**

Se aplicarán tres exámenes, la nota de aprovechamiento se obtiene asignándole un 30% a la calificación de cada uno de los dos primeros exámenes y un 40% a la nota del tercer parcial.

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente, a saber:

- Si la nota de aprovechamiento redondeada es mayor o igual que 7.0 el estudiante aprueba el curso.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es 6.0 ó 6.5 el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. En este examen debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso, si aprueba se le reportará 7.0 como nota final, de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es menor que 6.0 el estudiante pierde el curso.

## **VII. Fechas de Exámenes**

Los tres exámenes ordinarios así como sus respectivas reposiciones están programados tentativamente como se detalla a continuación:

	<b>Fecha y Hora de Examen Ordinario</b>	<b>Fecha y Hora de Examen de Reposición</b>
Primer Parcial	S, 27 de setiembre, 2 p.m.	M, 15 de octubre, 1 p.m.
Segundo Parcial	S, 1º de noviembre, 1 p.m.	M, 12 de noviembre, 1 p.m.
Tercer Parcial	K, 2 de diciembre, 1 p.m.	J, 4 de diciembre, 1 p.m.

*Examen de Ampliación: V, 12 de diciembre, 1 p.m.*

Para solicitar la reposición de cualquier examen debe presentar a la oficina del coordinador (256 IF) el formulario correspondiente (disponible en la secretaría de la Escuela de Matemática) con la documentación que respalde el motivo de ausencia. Se le aprobará su solicitud siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). También debe entregar una copia de los documentos a su docente para que este conozca sobre su solicitud.

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes lineamientos:

- Presentar alguna identificación válida (carné universitario, cédula de identidad, tarjeta de identificación de menores, pasaporte, licencia de conducir, entre otros)
- Portar cuadernillo de examen (no se permiten hojas sin grapar), usar bolígrafo de tinta azul o negra.
- No utilizar calculadoras programables ni graficadoras.
- Realizar la prueba en el grupo en el que se encuentra matriculado.

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos puntos importantes de este son:

- Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado.
- Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta.
- La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.

### **VIII. Apoyo del CASE (Centro de Asesoría Estudiantil)**

El CASE pone a su disposición los llamados *Estudiaderos*, estos se llevan a cabo los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes, quienes están dispuestos a colaborarle en aspectos conceptuales y en la resolución de ejercicios. Este espacio se desarrollará en el aula 102 FM y se extenderá durante todo el semestre.

### **IX. Objetivos de Evaluación**

A continuación se detallan los objetivos de evaluación que se consideran para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

*Objetivos a evaluar en el primer examen*

- 1) Calcular límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) de las formas indeterminadas:  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$  y  $0 \cdot \infty$ , mediante: productos notables, factorización, racionalización,

definición de valor absoluto, cambio de variable, principio de intercalación, límites trigonométricos especiales, identidades trigonométricas, propiedades de límites.

- 2) Identificar límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) a partir de la gráfica de la función.
- 3) Analizar la continuidad de una función a partir de su criterio o gráfica.
- 4) Clasificar las discontinuidades de una función a partir de su criterio o gráfica.
- 5) Interpretar geoméricamente el teorema del valor intermedio.
- 6) Verificar si una función satisface las hipótesis del teorema del valor intermedio en cierto intervalo dado.
- 7) Calcular derivadas de funciones algebraicas y trigonométricas mediante la definición o las reglas correspondientes.
- 8) Analizar la existencia de la derivada de una función en un punto específico dado su criterio o gráfica.
- 9) Verificar identidades diferenciales que incluyan derivadas de orden superior.
- 10) Calcular derivadas de primer y segundo orden de una curva definida implícitamente.
- 11) Calcular la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a una curva, en un punto que esté en la curva o fuera de ella (incluye curvas definidas explícita o implícitamente).
- 12) Calcular los puntos donde una curva tiene recta tangente horizontal, vertical o con una pendiente dada (incluye curvas definidas explícita o implícitamente)
- 13) Resolver problemas de razones de cambio relacionadas.

#### *Objetivos a evaluar en el segundo examen*

- 1) Identificar en una gráfica sus extremos absolutos y extremos relativos.
- 2) Calcular los puntos críticos y puntos de inflexión dado el criterio de la función.
- 3) Calcular los valores extremos de una función continua en un intervalo cerrado.
- 4) Interpretar geoméricamente el teorema de Rolle y el teorema del valor medio.
- 5) Verificar si una función satisface las hipótesis del teorema de Rolle o el teorema del valor medio en cierto intervalo dado.
- 6) Determinar la monotonía y concavidad de una función a partir del cuadro de signos de la primera y segunda derivada respectivamente.
- 7) Clasificar los extremos relativos de una función.
- 8) Calcular las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función.
- 9) Desarrollar el estudio completo que conduce al trazo del gráfico de una función. Este incluye: dominio, primera derivada, puntos críticos, signo de la primera derivada, segunda derivada, signo de la segunda derivada, puntos de inflexión, clasificación de extremos relativos, asíntotas, cortes con los ejes, cuadro de variación y gráfica.

- 10) Resolver problemas de optimización donde se requiera principalmente el uso de conocimiento geométrico (áreas, volúmenes, distancia entre puntos, teorema de Pitágoras, teorema de Thales, entre otros).
- 11) Resolver problema de valores iniciales de primer o segundo orden.
- 12) Calcular integrales indefinidas que requieran el uso de sus propiedades, fórmulas de integración básicas, identidades algebraicas y trigonométricas, así como mediante la técnica de sustitución.
- 13) Calcular integrales definidas de funciones rectilíneas y cuadráticas mediante sumas de Riemann.
- 14) Aproximar el área de la región limitada por una curva continua en un intervalo cerrado mediante sumas superiores o inferiores.

#### *Objetivos a evaluar en el tercer examen*

- 1) Aplicar el teorema fundamental del cálculo en la solución de ejercicios.
- 2) Graficar funciones logarítmicas, exponenciales, trigonométricas inversas, hiperbólicas e inversas de hiperbólicas.
- 3) Calcular derivadas e integrales de funciones logarítmicas, exponenciales, trigonométricas inversas, hiperbólicas e inversas de hiperbólicas
- 4) Calcular derivadas mediante la técnica de derivación logarítmica.
- 5) Resaltar la región limitada por las gráficas de dos o más funciones.
- 6) Calcular el área de la región limitada por las gráficas de dos o más funciones mediante integración.
- 7) Calcular integrales (tanto indefinidas como definidas) mediante cualquiera de las técnicas estudiadas: sustitución, por partes, sustitución trigonométrica, descomposición en fracciones simples o parciales, productos de potencias de seno y coseno, productos de potencias de secante y tangente, por alguna sustitución dada (por ejemplo: sustitución por tangente del ángulo medio)

#### **X. Bibliografía**

En este curso se puede consultar cualquier texto que se titule *Cálculo con Geometría Analítica o Cálculo en una Variable*, la mayoría de estos libros cubren los mismos contenidos con pequeñas variaciones en el enfoque, el orden y el nivel de los ejercicios.

Se le recomienda al estudiante utilizar apropiadamente la bibliografía, la cual le permitirá reforzar los conceptos y desarrollar sus habilidades en la solución de ejercicios, más allá de lo que el tiempo lectivo permite alcanzar durante las lecciones. A continuación se detalla una lista de libros de texto, le recomendamos especialmente los dos primeros, principalmente porque de ellos se pueden encontrar un gran número de ejemplares en la Biblioteca Luis Demetrio Tinoco.

- Larson, R y Edwards, B (2010) Cálculo I. De una variable. Novena edición. México: Mc Graw Hill.
- Stewart, J (2008). Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas. Sexta edición. Australia: Cengage Learning.
- Rogawsky, J (2012) Cálculo. Una variable. Segunda edición. Barcelona: Reverté.
- Zill, D y Wright, W. (2011) Cálculo. Trascendentes tempranas. Cuarta Edición. México: Mc Graw-Hill.
- Edwards, C. y Penney, D. (1996) Cálculo con Geometría Analítica. Cuarta Edición. México: Prentice Hall.
- Ruiz y Barrantes (1997). Elementos de Cálculo Diferencial. Costa Rica: EUCR.
- Thomas y Finney. (1998) Cálculo en una variable. Novena Edición. México: Addison Wesley Longman.

### **Material de apoyo**

Se dispone también de cuatro folletos:

Cálculo I. Proyecto Matem. Serie Cabécar. Recopilado por: Prof. Lizeth Sancho. 2008.

Ejercicios de Cálculo I. Cálculo Diferencial e Integral I. Prof: Pedro Rodríguez y Jorge Poltronieri. Serie Cabécar. 2006.

Apuntes para el curso de cálculo I. Prof. Leiner Víquez García. 2009.

Apuntes de cálculo diferencial e integral. Prof. Marco Alfaro Carranza. 2009.

Los folletos contienen ejercicios resueltos y propuestos de todos los temas del curso. Estos ejercicios complementan los que se pueden encontrar en la bibliografía, así como los que sugiera su docente. La información sobre la adquisición de los folletos será suministrada por su profesor(a).

Se le recomienda que intente resolver los ejercicios que se le sugieren de los folletos y utilice las soluciones que los acompañan para verificar su trabajo o para salir de alguna duda. Si definitivamente no sabe cómo hacer un ejercicio, use la solución para encontrar una sugerencia de cómo empezar y trate de resolverlo a partir de ahí.

Su docente cuenta con un horario extraclase destinado a atender consultas, este le debe ser comunicado durante la primera semana del curso. Es importante que utilice adecuadamente dicho recurso de tal forma que reciba una atención más individualizada que le permita mejorar su aprendizaje.



Este curso así como otros de la Escuela de Matemática cuenta con el sitio web <http://moodlenew.emate.ucr.ac.cr> Para registrarse como usuario debe ingresar a la dirección electrónica <http://moodlenew.emate.ucr.ac.cr/login/index.php> y seguir el procedimiento que se le indica, luego utilizará como clave de matriculación en el curso la siguiente: *CursoMa1001*

En dicha página web podrá descargar material didáctico así como consultar avisos importantes (horario de clase de todos los grupos, distribución de aulas para los exámenes, reposición de clases, notas finales, entre otros). Dichos anuncios también se publicarán en la pizarra de MA1001, la cual se encuentra ubicada en el exterior del laboratorio 217 FM

Atentamente,

Prof. Virgilio E. Benavides Vargas.

Coordinador.

[virgilio.benavides@ucr.ac.cr](mailto:virgilio.benavides@ucr.ac.cr)

[vbenvar@gmail.com](mailto:vbenvar@gmail.com)

Casillero # 61 Segundo Piso FM

Oficina # 256 IF

Teléfono: 25118014