

**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**ESCUELA DE MATEMÁTICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**MA-1005 Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería**  
**I CICLO 2014**

**Carta al Estudiante**

Naturaleza del curso: teórico.  
Horas por semana: 5.  
Modalidad: Semestral.  
Créditos: 4.  
Requisitos: MA-1002 y MA-1004.  
Correquisitos: Ninguno.

**Índice**

<b>1. Descripción del curso.</b>	<b>2</b>
<b>2. Objetivos generales del curso</b>	<b>2</b>
<b>3. Objetivos Específicos</b>	<b>3</b>
<b>4. Contenido</b>	<b>3</b>
4.1. Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden uno ( <b>3 semanas</b> ) . . .	3
4.2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	4
4.3. Solución de ecuaciones diferenciales por medio de series ( <b>2 semanas</b> ) . . . . .	4
4.4. Sistemas de ecuaciones diferenciales ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	5
4.5. La transformada de Laplace ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	5
4.6. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales ( <b>2 semanas</b> ) . . . . .	5
<b>5. Pautas de evaluación</b>	<b>6</b>
5.1. CRONOGRAMA DE EXÁMENES . . . . .	6
<b>6. Información General</b>	<b>7</b>
<b>7. Bibliografía</b>	<b>8</b>
<b>8. Profesores del curso</b>	<b>9</b>

# 1. Descripción del curso.

Queremos darles una cordial bienvenida al curso lectivo correspondiente al primer ciclo de 2014, y la firme convicción de que será, sin lugar a dudas, de mucho provecho para todos y cada uno de nosotros.

El curso de Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería, cuyas siglas son MA-1005, trata sobre algunos aspectos elementales de las ecuaciones diferenciales, como rama de la matemática, pero no por ello debemos creer que es un curso trivial.

El curso abarcará los principales temas que incluyen la mayoría de textos tradicionales sobre ecuaciones diferenciales: métodos elementales de solución, sistemas de ecuaciones lineales, transformada de Laplace, soluciones de ecuaciones por medio de series de potencias y elementos de ecuaciones diferenciales parciales, y claro está con las debidas aplicaciones de estos métodos a problemas de física, química, electrónica, entre otros.

Este es un curso donde, con toda certeza, hay convergencia de casi la mayoría de los conceptos aprendidos a los largo de los cursos anteriores: derivación, integración, series y el álgebra lineal. Tendrá la oportunidad de usar estos conceptos en la resolución de los ejercicios así como también en las lecciones teóricas.

A lo largo del curso nos guiaremos bajo la premisa de que la matemática se aprende haciéndola y no leyéndola, con esto queremos enfatizar que esperamos de parte del estudiante un compromiso real con el trabajo que demandará el curso, y para ayudar a este fin citamos al filósofo alemán Emmanuel Kant, el cual apuntaba que deberíamos hacernos las siguientes preguntas: ¿Qué puedo saber?, y ¿qué debo hacer?

## 2. Objetivos generales del curso

- 2.1 Lograr que el estudiante adquiriera parte de las destrezas matemáticas necesarias para poder desempeñarse con solvencia como profesional en la disciplina de su interés.
- 2.2 Dar a conocer al estudiante los conceptos relativos a las Ecuaciones Diferenciales para que pueda comprender los modelos matemáticos de su especialidad que involucren tales ecuaciones.
- 2.3 Fomentar un espíritu crítico mediante la discusión de los conceptos fundamentales.
- 2.4 Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y los principales métodos de solución.
- 2.5 Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las Series de Fourier y sus aplicaciones a la solución de algunas ecuaciones en derivadas parciales.
- 2.6 Presentar problemas, relacionados con diversas áreas de la ingeniería, que puedan ser modelados mediante una ecuación diferencial o mediante un sistema de ecuaciones diferenciales y resolverlos, interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

### 3. Objetivos Específicos

- 3.1 Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (lineales o no) por los métodos clásicos.
- 3.2 Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, de cualquier orden, con coeficientes constantes y la ecuación de Euler.
- 3.3 Utilizar la Transformada de Laplace para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- 3.4 Aplicar el método de separación de variables para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- 3.5 Utilizar series de potencias para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.

### 4. Contenido

Aquí se refleja el programa vigente del curso MA-1005, pero está según el orden aprobado por la presente cátedra del curso.

Se ha señalado el número de semanas por tema, de tal forma que las primeras seis semanas corresponden al primer parcial, las siguientes cinco semanas corresponden al segundo parcial, y las últimas cinco semanas corresponden al tercer parcial.

#### 4.1. Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden uno (3 semanas)

- Definición de ecuación diferencial ordinaria y en derivadas parciales.
- Solución, orden de una ecuación diferencial.
- Existencia y unicidad de solución para el problema de valor inicial

$$y' = f(x, y); \quad y(x_0) = y_0.$$

- Ecuaciones diferenciales en variables separables.
- Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
- Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
- Ecuaciones lineales y reducibles a ellas. (Ecuación de Bernoulli, Ecuación de Ricatti.)
- Variable ausente en ecuaciones de primer y segundo orden.
- Ecuación diferencial de una familia paramétrica de curvas planas.
- Trayectorias ortogonales en coordenadas rectangulares.

- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.(**Estudio Independiente**<sup>1</sup>)
- Mezclas y reacciones químicas.
- Leyes del movimiento de Newton.(**Estudio Independiente**<sup>2</sup>)
- Ley de enfriamiento de Newton.

#### **4.2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario (3 semanas)**

- Problemas de valor inicial. Existencia y unicidad de solución.
- Dependencia lineal e independencia lineal de soluciones. El Wronskiano. Fórmula de Abel.
- Ecuación diferencial lineal de orden  $n$ .
- Ecuación diferencial lineal homogénea de orden  $n$ .
- Espacio solución y su dimensión. Solución general.
- Obtención de una segunda solución a partir de una solución conocida.
- Ecuaciones homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes.
- Ecuaciones de orden superior. Operadores diferenciales.
- Ecuaciones no homogéneas.
- Método de variación de parámetros.
- Método de coeficientes indeterminados. Anuladores.
- Ecuación de Euler.
- Vibraciones mecánicas: resortes.

#### **4.3. Solución de ecuaciones diferenciales por medio de series (2 semanas)**

- Puntos ordinarios. Solución en una vecindad de un punto ordinario.
- Puntos singulares. Solución en una vecindad de un punto singular regular.
- Método de Frobenius.
- Casos especiales: raíces repetidas y diferencia entera de raíces.

---

<sup>1</sup>Este tema puede ser consultado en el Zill.

<sup>2</sup>Este tema puede ser consultado en el Zill.

#### **4.4. Sistemas de ecuaciones diferenciales (3 semanas)**

- Uso de operadores para eliminar incógnitas.
- Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales. Matriz fundamental.
- Uso de valores y vectores propios para resolver sistema lineales homogéneos de primer orden.
- Variación de parámetros.
- Resortes acoplados y mezclas químicas.

#### **4.5. La transformada de Laplace (3 semanas)**

- Definición y propiedades.
- Propiedades operacionales: teoremas de traslación, derivada de una transformada, transformada de una integral, transformada de una función periódica. Transformada de un cociente.
- Funciones impulso de Heaviside, función delta de Dirac y la función Gamma.
- Inversa de la transformada de Laplace.
- Transformada de Laplace de la convolución de funciones.
- Aplicaciones de la transformada de Laplace a la solución de ecuaciones diferenciales e integro-diferenciales.
- Redes eléctricas.

#### **4.6. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (2 semanas)**

- Definición y ejemplos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Solución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, sencillas.
- Funciones ortogonales. Series de Fourier.
- Método de separación de variables.
- Ecuación de onda (vibraciones u oscilaciones).
- Ecuación del calor (conducción o difusión del calor).
- Ecuación de Laplace (potencial eléctrico o gravitacional).

## 5. Pautas de evaluación

La evaluación del curso consistirá de tres exámenes parciales y de al menos un examen corto. La materia a evaluar en cada uno de los exámenes parciales se indica a continuación:

- Examen I temas a evaluar: 4.1, 4.2
- Examen II temas a evaluar: 4.3, 4.4
- Examen III temas a evaluar: 4.5, 4.6

El porcentaje de cada uno de los exámenes parciales es el siguiente: el primero tendrá un valor del 25 %, el segundo tendrá un valor del 30 %, y el tercero tendrá un valor del 35 %. El restante 10 % lo aportará lo relativo a los exámenes cortos.

El número de exámenes cortos lo decidirá cada profesor y la materia a evaluar en ellos la constituirán los primeros ocho incisos del tema 4.1 que se señalan previamente. La fecha en que estos se realizarán será indicada por el profesor de cada grupo, pero deben realizarse entre la tercera y quinta semana del ciclo lectivo. Debe aclararse que la materia a evaluar en el examen corto o exámenes cortos también podrá ser evaluada en el examen parcial, y de ninguna manera debe obviarse. La finalidad del examen corto es reducir el número de preguntas del primer parcial.

Es importante señalar que el primer parcial está programado en la octava semana del ciclo lectivo y que evalúa lo visto en las primeras seis semanas lectivas, con lo cual el estudiante tiene al menos diez días hábiles para prepararse. El segundo examen parcial está programado para la treceava semana del ciclo lectivo y evalúa la materia vista desde la séptima semana y hasta la undécima, con lo cual el estudiante tiene al menos siete días para prepararse.

Se pondrá a disposición de los estudiantes una o varias listas de ejercicios. Estos ejercicios pretenden reforzar lo visto en clase y profundizar en aquellos temas que no pueden ser tratados de manera exhaustiva en el aula, como por ejemplo, algunos de los temas de estudio independiente. Todos los contenidos de la lista de ejercicios hacen parte del material a ser evaluado en los exámenes parciales correspondientes. No debe dejarse por fuera el consultar la bibliografía. Recordar que las listas de ejercicios no sustituyen la bibliografía.

### 5.1. CRONOGRAMA DE EXÁMENES

**Parciales, Ampliación y Suficiencia:**

Examen	Fecha	Hora
Parcial I	Sábado 10 de Mayo	1-4 p.m.
Parcial II	Sábado 14 de Junio	1-4 p.m.
Parcial III	Miércoles 9 de Julio	1-4 p.m.
Ampliación	Viernes 18 de Julio	8-11 a.m.
Suficiencia	Miércoles 25 de Junio	8-12 m.

## Reposiciones:

Examen	Fecha	Hora
Reposición I	Miércoles 28 de Mayo	1-4 p.m.
Reposición II	Miércoles 25 de Junio	1-4 p.m.
Reposición III	Sábado 12 de Julio	1-4 p.m.

El estudiante que se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre a sus estudios. Esta solicitud debe presentarse ante el **coordinador** del curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Para más información al respecto consultar el artículo 24, capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

Las reposición de alguno de los exámenes de reposición será realizada por el profesor del grupo respectivo, previamente comunicado y analizado por el coordinador del curso. De igual forma, la reposición del examen de ampliación la realizará el profesor de cada grupo.

## 6. Información General

El coordinador del curso es el profesor José Rosales Ortega, oficina 263 CI. Las horas de atención serán los viernes de 9 a.m. a 11 a.m. Cualquier situación que deseen consultar con respecto al curso por favor contactarlo en su oficina o bien escribiéndole al correo [rosalesortega@gmail.com](mailto:rosalesortega@gmail.com)

El curso cuenta con una pizarra de información ubicada en el segundo piso del edificio de Física y Matemática. La información que indique el lugar(las aulas) donde se efectuarán las pruebas será puesta en esta pizarra con al menos cinco días hábiles de antelación, en cumplimiento de lo establecido en el artículo 18, inciso c) del reglamento de régimen académico estudiantil.

Algunas fechas a tener en cuenta en el semestre son las siguientes:

- El semestre va del 11 de Marzo al 4 de Julio.
- La Batalla de Rivas y el acto heroico de Juan Santamaría el Viernes 11 de Abril.
- La semana Santa va del 14 al 18 de Abril.
- La semana universitaria va del 21 al 25 de Abril.
- El día Internacional de Trabajo el Jueves 1 de Mayo.
- Cambio de Gobierno el Jueves 8 de abril(Pendiente de confirmación por Rectoría).

## 7. Bibliografía

Con mucho agrado les indico que hemos añadido varios libros de autores indios que les pueden ser de mucha utilidad, y por supuesto se encuentran en nuestra biblioteca Luis Demetrio Tinoco.

1. Rai, B and Choudhury, D.P., A Course in Ordinary Differential Equations, Second Edition, NAROSA, New Delhi, 2013.
2. Edwards, C. Henry y David E. Penney, Ecuaciones Diferenciales, Pearson Educación, México, 2001.
3. Kiseliiov, A., M. Krasnov y G. Makarenko, Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Editorial MIR, Mosc, 1988.
4. Kumar, Rabindra, Introduction to Differential Equations, PHI Learning, New Delhi, 2010.
5. Nagle, R. Kent, Edward B. Saff y A. D. Snider, Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera, Pearson Educación, México, 2001.
6. Rainville, Earl D, Phillip E. Bedient y R. E. Bedient, Ecuaciones Diferenciales, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1998.
7. Simmons, George F., Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas, McGraw-Hill, Madrid, 1997.
8. Simmons, George F., Steve G. Krantz, Ecuaciones Diferenciales: Teoría, técnica y práctica, McGraw-Hill, México, 2007.
9. Sinha, Amritasu, Applied Differential Equations, Alpha Science, India, 2010.
10. Spiegel, Murray R., Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1987.
11. Zill, Dennis G. y Michael R. Cullen, Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera. 5. edición. Thomson Learning, México, 2002.

## 8. Profesores del curso

GRUPO	HORARIO	AULA	PROFESOR
01	L 07:00 a 09:50 J 07:00 a 08:50	L-241CE, J-241CE	Lourdes Hernández
02	L 07:00 a 08:50 J 07:00 a 09:50	L-104 MI, J-202 CS	Raúl Bolaños
03	L 10:00 a 12:50 J 11:00 a 12:50	L-203 ME, J-211 ED	Lourdes Hernández
04	L 13:00 a 15:50 J 13:00 a 14:50	L-309 DE, J-308 DE	Han Chou
05	L 15:00 a 16:50 J 14:00 a 16:50	L-310 DE, J-310 DE	Greivin Hernández
06	L 19:00 a 21:50 J 19:00 a 20:50	L-214 FM, J-214 FM	Eduardo Díaz
07	K 07:00 a 09:50 V 07:00 a 08:50	K-210 CS, V-203 ME	José Rosales
08	K 11:00 a 12:50 V 10:00 a 12:50	K-218 CE, V-241 CE	Raúl Bolanõs
09	K 10:00 a 12:50 V 11:00 a 12:50	K-040 CE, V-214 ED	Han Chou
10	K 13:00 a 15:50 V 13:00 a 14:50	K-210 DE, V-210 DE	Bryan Rivas
11	K 13:00 a 14:50 V 13:00 a 15:50	K-214 DE, V-214 DE	William Alvarado
12	K 16:00 a 18:50 V 17:00 a 18:50	K-444 CE, V-241 CE	Bryan Rivas