



## *Carta al estudiante*



### **Información general**

<b>Nombre del curso:</b>	<b>Cálculo I</b>
<b>Sigla:</b>	<b>MA 1101</b>
<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico- práctico</b>
<b>Cantidad de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>3</b>
<b>Requisito:</b>	<b>Ingreso a carrera</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>

#### **Estimado(a) estudiante:**

Reciba una cordial bienvenida de parte de la cátedra de MA 1101. En este documento se presenta información que usted debe conocer con respecto al desarrollo del curso, por tanto, se recomienda la lectura cuidadosa del mismo.

De usted esperamos una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Su docente lo guiará en el proceso de enseñanza y aprendizaje, le facilitará el conocimiento y mantendrá disposición a colaborarle. Se le desea éxito durante este ciclo lectivo.

#### **ASPECTOS GENERALES DEL CURSO:**

##### **I. Descripción**

Este curso de Cálculo Diferencial e Integral trata de incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en tres grandes contenidos: límites y continuidad, derivación e integración.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica ante los retos planteados y combinar adecuadamente sus conocimientos previos de Matemática (Números Reales, Álgebra, Funciones, Geometría y Trigonometría) con los conceptos y destrezas propios del Cálculo que va adquiriendo a medida que el curso avanza. Es indispensable resolver los ejercicios y problemas luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

Según el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil la cantidad de créditos de este curso equivale a nueve horas semanales de su trabajo en el mismo. Se le recomienda la lectura de dicho reglamento ya que rige los procedimientos de evaluación y orientación académica de cada estudiante de la Universidad de Costa Rica.

## **II. Objetivos Generales**

1. Aplicar conceptos, representaciones y procedimientos propios del cálculo diferencial e integral en una variable en la solución de ejercicios y problemas.
2. Desarrollar habilidades que le permitan resolver problemas o situaciones concretas relacionados con su formación profesional.
3. Valorar la importancia del cálculo diferencial e integral de una variable en el establecimiento de modelos aplicados en diferentes disciplinas.

## **III. Objetivos Específicos**

1. Interpretar el concepto de límite.
2. Calcular límites de las formas  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty$
3. Analizar la continuidad o derivabilidad de una función en un punto o en un conjunto.
4. Interpretar geoméricamente el teorema del valor intermedio.
5. Calcular la primera derivada de una función mediante la definición.
6. Calcular la derivada de cualquier orden en expresiones definidas de manera explícita o implícita mediante reglas de derivación.
7. Aplicar la interpretación geométrica de la derivada en la resolución de problemas de rectas tangentes o normales a una curva.
8. Aplicar la interpretación de la derivada como razón instantánea de cambio en la resolución de problemas de tasas relacionadas.
9. Calcular derivadas mediante la técnica de derivación logarítmica.
10. Calcular límites mediante la Regla de L' Hôpital.
11. Calcular los valores extremos de una función continua en un intervalo cerrado.
12. Interpretar geoméricamente el teorema de Rolle y el teorema del valor medio.
13. Identificar en una gráfica: máximo absoluto, mínimo absoluto, máximos relativos, mínimos relativos, puntos críticos, puntos de inflexión, asíntotas verticales, asíntotas horizontales, asíntotas oblicuas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad, intersecciones con los ejes, dominio y rango.
14. Graficar una función a partir del cálculo de los siguientes elementos: dominio, intersecciones con los ejes, extremos relativos, intervalos de monotonía, intervalos de concavidad, asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas)

15. Resolver problemas de optimización donde se utilice el criterio de la primera derivada o el criterio de la segunda derivada.
16. Aplicar el concepto de antiderivada en la resolución de problemas de valores iniciales.
17. Interpretar geoméricamente el concepto de integral definida mediante sumas de Riemann.
18. Aplicar el teorema fundamental del cálculo en la solución de ejercicios.
19. Calcular integrales indefinidas y definidas mediante el uso de sus propiedades, las fórmulas de integración básicas, identidades algebraicas y trigonométricas, así como mediante diferentes técnicas (sustitución, integración por partes, descomposición por fracciones simples, sustitución trigonométrica, cualquier sustitución dada)
20. Calcular el área de una región cerrada y acotada mediante integración en una variable.

#### **IV. Contenidos**

A continuación se presentan los tres capítulos de los que consta el programa del curso:

##### ***Capítulo I. Límites y continuidad.***

Concepto de límite. Límites laterales, límites infinitos y límites al infinito. Propiedades y cálculo de límites de funciones algebraicas, funciones trigonométricas, función parte entera, función valor absoluto y combinaciones de ellas. Funciones que oscilan alrededor de un punto. Concepto de función continua, propiedades de las funciones continuas y análisis de la continuidad de distintas funciones. Teorema del Valor Intermedio.

##### ***Capítulo II. Derivación.***

Definición de derivada. Interpretación geométrica de la derivada. La derivada como razón instantánea de cambio. Problemas de razones de cambio relacionadas. Reglas de derivación de funciones: algebraicas, trigonométricas y sus inversas, exponenciales y logarítmicas. Derivación implícita. Derivadas de orden superior. Problemas de rectas tangentes y normales. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio. Regla de L' Hôpital. Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Teorema del valor extremo. Relación entre el crecimiento y decrecimiento de una función con el signo de la primera derivada. Relación entre la concavidad de una función y el signo de la segunda derivada. Criterio de la primera derivada. Criterio de la segunda derivada. Aplicación de la derivada al trazado de curvas. Problemas de optimización.

##### ***Capítulo III. Integración.***

Concepto de antiderivada. Integral indefinida y sus propiedades. Problemas de valores iniciales. Integral definida y su significado geométrico. Sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida. Teorema fundamental del Cálculo. Técnicas de integración: por sustitución, por partes, por fracciones simples o parciales, sustitución trigonométrica, integración de expresiones trigonométricas y sustitución mediante tangente del ángulo medio. Aplicación de la integral definida al cálculo del área de una región cerrada y acotada

## V. Cronograma

A continuación se presenta una guía de la distribución semanal de los diferentes tópicos del curso

9 al 13 de marzo	Concepto intuitivo de límite. Propiedades de los límites. Límites laterales y límites que tienden a infinito (asíntota vertical). Análisis gráfico de límites. Cálculo de límites de la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ mediante: productos notables, teorema del factor, racionalización, definición de valor absoluto y sustitución.
16 al 20 de marzo	Principio de intercalación. Límites trigonométricos especiales, límites trigonométricos que requieren cambio de variable. Límites al infinito, formas indeterminadas: $\frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty$
23 al 27 de marzo	Continuidad en un punto y en un intervalo. Continuidad de la suma, resta, producto, cociente y composición de funciones continuas. Discontinuidades evitables e inevitables. Teorema del valor intermedio.
30 de marzo al 3 de abril	SEMANA SANTA
6 al 10 de abril	Definición de derivada. Relación entre continuidad y derivabilidad. Reglas de derivación de funciones algebraicas y trigonométricas.
13 al 17 de abril	Derivadas de orden superior. Derivación implícita. Recta tangente y normal a una curva.
20 al 24 de abril (Semana Universitaria)	La derivada como razón instantánea de cambio: velocidad y aceleración. Problemas de razones de cambio relacionadas. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial.</b>
27 de abril al 1° de mayo (Feriado: 1° de mayo)	Derivada de la función exponencial. Teorema de la derivada de la función inversa. Derivada de la función logarítmica. Derivación logarítmica. Derivada de las funciones trigonométricas inversas.
4 al 8 de mayo	Cálculo de límites mediante Regla de L' Hôpital, formas indeterminadas: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, \infty^0, 0^0, 1^\infty$
11 al 15 de mayo	Extremos de una función (absolutos y relativos) Punto crítico. Teorema del valor extremo. Cálculo de valores extremos para una función continua en un intervalo cerrado. Teorema de Rolle y teorema del valor medio.
18 al 22 de mayo	Relación entre la monotonía de una función y el signo de la primera derivada. Relación entre la concavidad de una función y el signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la primera derivada Criterio de la segunda derivada. Problemas de optimización.
25 al 29 de mayo	Estudio completo de una función dado su criterio: dominio, intersecciones con los ejes, asíntotas, puntos críticos, clasificación de extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad, cuadro resumen y trazo de la gráfica. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.</b>
1° al 5 de junio	Definición de antiderivada. Integral indefinida y sus propiedades. Reglas básicas de integración. Problemas con condiciones iniciales. Integral definida: interpretación geométrica y cálculo mediante sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida.
8 al 12 de junio	Teorema fundamental del cálculo. Integración por sustitución y por partes.
15 al 19 de junio	Integración de productos de potencias de seno y coseno. Integración de productos de potencias de tangente y secante. Integración por sustitución trigonométrica.
22 al 26 de junio	Integración por fracciones simples o parciales. Integrales por algún tipo de sustitución dada.
29 de junio al 3 de julio	Aplicación de la integral definida al cálculo de área de regiones cerradas y acotadas Repaso para tercer examen. <b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen Parcial.</b>

## **VI. Metodología**

El (la) docente tendrá mayor participación en aquellas sesiones donde se enfatice principalmente en el aprendizaje del componente teórico del curso, lo cual no significa que se prescinda de espacios de discusión con el estudiantado. En las lecciones destinadas para la resolución de ejercicios y problemas cada estudiante debe asumir mayor participación, ya sea exponiendo en la pizarra sus procedimientos ante el resto de compañeras y compañeros o mediante la discusión de resultados cuando deba trabajar en grupo.

Algunas actividades sugeridas a cada estudiante durante el desarrollo del curso:

- Asistir puntualmente a todas las clases.
- Elaborar un listado de preguntas con base en las definiciones, teoremas, propiedades, procedimientos o tipos de problemas que le generan mayor dificultad de comprensión.
- Estudiar lo tratado en la sesión anterior previo a cada clase.
- Cumplir con las tareas que su docente le asigne.
- Resolver los ejercicios presentes en el material didáctico sugerido así como los planteados en exámenes de ciclos anteriores.
- Asistir a las horas de atención a estudiantes ofrecidos por el grupo docente.

## **VII. Evaluación**

Se aplicarán tres exámenes, la nota de aprovechamiento se obtiene asignándole un 30% a la calificación de cada uno de los dos primeros exámenes y un 40% a la nota del tercer parcial.

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente, a saber:

- Si la nota de aprovechamiento redondeada es mayor o igual que 7.0 el estudiante aprueba el curso.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es 6.0 ó 6.5 el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. En este examen debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso, si aprueba se le reportará 7.0 como nota final, de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es menor que 6.0 el estudiante pierde el curso.

## **VIII. Fechas de exámenes**

Los tres exámenes ordinarios así como sus respectivas reposiciones están programados tentativamente como se detalla a continuación:

	<b>Fecha y Hora de Examen Ordinario</b>	<b>Fecha y Hora de Examen de Reposición</b>
Primer Parcial	S, 9 de mayo, 8 a.m.	M, 20 de mayo, 8 a.m.
Segundo Parcial	S, 13 de junio, 8 a.m.	M, 24 de junio, 1 p.m.
Tercer Parcial	K, 7 de julio, 1 p.m.	J, 9 de julio, 1 p.m.

*Examen de Ampliación y de Suficiencia: V, 17 de julio, 1 p.m.*

Para solicitar la reposición de cualquier examen debe presentar a la oficina del coordinador (256 IF) el formulario correspondiente (disponible en la secretaría de la Escuela de Matemática) con la documentación que respalde el motivo de ausencia. Se le aprobará su solicitud siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). También debe entregar una copia de los documentos a su docente para que este conozca sobre su solicitud.

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes lineamientos:

- Presentar alguna identificación válida (carné universitario, cédula de identidad, tarjeta de identificación de menores, pasaporte, licencia de conducir, entre otros)
- Portar cuadernillo de examen (no se permiten hojas sin grapar), usar bolígrafo de tinta azul o negra.
- No utilizar calculadoras programables ni graficadoras.
- Realizar la prueba en el grupo en el que se encuentra matriculado.

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos puntos importantes de este son:

- Cada prueba le debe ser entregada a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado.
- Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta.
- La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.

## **IX. Objetivos de Evaluación**

A continuación se detallan los objetivos de evaluación que se consideran para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

### *Objetivos a evaluar en el primer examen*

- 1) Calcular límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) de las formas indeterminadas:  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$  y  $0 \cdot \infty$ , mediante: productos notables, factorización, racionalización, definición de valor absoluto, cambio de variable, principio de intercalación, límites trigonométricos especiales, identidades trigonométricas, propiedades de límites.
- 2) Identificar límites (incluye: límites laterales, límites infinitos y límites al infinito) a partir de la gráfica de la función.
- 3) Analizar la continuidad de una función dado su criterio o gráfica.
- 4) Clasificar las discontinuidades de una función dado su criterio o gráfica.
- 5) Interpretar geoméricamente el teorema del valor intermedio.
- 6) Calcular derivadas de funciones algebraicas y trigonométricas mediante la definición o las reglas correspondientes.
- 7) Analizar la existencia de la derivada de una función en un punto específico dado su criterio o gráfica.
- 8) Verificar identidades diferenciales que incluyan derivadas de orden superior.
- 9) Calcular derivadas de primer y segundo orden de una curva definida implícitamente.
- 10) Calcular la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a una curva, en un punto que esté en la curva o fuera de ella (incluye curvas definidas explícita o implícitamente).
- 11) Calcular los puntos donde una curva tiene recta tangente horizontal, vertical o con una pendiente dada (incluye curvas definidas explícita o implícitamente)
- 12) Resolver problemas de razones de cambio relacionadas.

### *Objetivos a evaluar en el segundo examen*

- 1) Calcular derivadas de funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas inversas.
- 2) Calcular derivadas mediante la técnica de derivación logarítmica.
- 3) Calcular límites de las formas indeterminadas  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$ ,  $1^\infty$  mediante la Regla de L' Hôpital.
- 4) Calcular los valores extremos de una función continua en un intervalo cerrado.
- 5) Determinar la monotonía y concavidad de una función a partir del cuadro de signos de la primera y segunda derivada respectivamente.
- 6) Clasificar extremos absolutos y extremos relativos.
- 7) Calcular las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función.

- 8) Elaborar el estudio completo que conduce al trazo del gráfico de una función. Este incluye: dominio, primera derivada, puntos críticos, signo de la primera derivada, segunda derivada, signo de la segunda derivada, puntos de inflexión, clasificación de extremos relativos, asíntotas, cortes con los ejes, cuadro resumen y trazo del gráfico).
- 9) Resolver problemas de optimización donde se requiera principalmente el uso de conocimiento geométrico (áreas, volúmenes, distancia entre puntos, teorema de Pitágoras, teorema de Thales).

*Objetivos a evaluar en el tercer examen*

- 1) Resolver problemas de valores iniciales de primer y segundo orden.
- 2) Calcular integrales definidas de funciones rectilíneas y cuadráticas mediante sumas de Riemann.
- 3) Aproximar el área de la región limitada por una curva continua en un intervalo cerrado mediante sumas de Riemann superiores o inferiores.
- 4) Aplicar las propiedades de la integral definida y el teorema fundamental del cálculo en la solución de ejercicios.
- 5) Calcular integrales (tanto indefinidas como definidas) mediante cualquiera de las técnicas estudiadas: sustitución, por partes, sustitución trigonométrica, descomposición en fracciones simples o parciales, productos de potencias de seno y coseno, productos de potencias de secante y tangente, por alguna sustitución dada (por ejemplo: sustitución por tangente del ángulo medio)
- 6) Graficar una región cerrada y acotada a partir de las curvas que la delimitan.
- 7) Calcular el área de una región cerrada y acotada mediante integración.

## **X. Apoyo del CASE (Centro de Asesoría Estudiantil)**

El CASE pone a su disposición los llamados *Estudiaderos*, estos se llevan a cabo los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes. Se le recomienda utilizar estos espacios de discusión para fortalecer aspectos conceptuales y enfatizar en la resolución de ejercicios y problemas. Estos se desarrollan en el aula 102 FM y se extienden durante todo el semestre.

También dispone de exámenes de ciclos anteriores, algunos con su respectiva solución. Puede solicitarlos en la oficina del CASE correspondiente a la carrera en la que se encuentra empadronado.

## **XI. Bibliografía**

En este curso se puede consultar cualquier texto que se titule *Cálculo con Geometría Analítica o Cálculo en una Variable*, la mayoría de estos libros cubren los mismos contenidos con pequeñas variaciones en el enfoque, el orden y el nivel de los ejercicios.

Se le recomienda al estudiante utilizar apropiadamente la bibliografía, la cual le permitirá reforzar los conceptos y desarrollar sus habilidades en la solución de ejercicios, más allá de lo que el tiempo lectivo permite alcanzar durante las lecciones. A continuación se detalla una lista de libros de texto, le recomendamos especialmente los dos primeros, principalmente porque de ellos se pueden encontrar un gran número de ejemplares en la Biblioteca Luis Demetrio Tinoco.

- Larson, R y Edwards, B (2010) Cálculo I. De una variable. Novena edición. México: Mc Graw Hill.
- Stewart, J (2008). Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas. Sexta edición. Australia: Cengage Learning.
- Rogawsky, J (2012) Cálculo. Una variable. Segunda edición. Barcelona: Reverté.
- Zill, D y Wright, W. (2011) Cálculo. Trascendentes tempranas. Cuarta Edición. México: Mc Graw-Hill.
- Edwards, C. y Penney, D. (1996) Cálculo con Geometría Analítica. Cuarta Edición. México: Prentice Hall.
- Ruiz y Barrantes (1997). Elementos de Cálculo Diferencial. Costa Rica: EUCR.
- Thomas y Finney. (1998) Cálculo en una variable. Novena Edición. México: Addison Wesley Longman.

## **XII. Material sugerido**

Además de la bibliografía puede consultar el siguiente material:

Cálculo I. Proyecto Matem. Serie Cabécar. Recopilado por: Prof. Lizeth Sancho. 2008.

Ejercicios de Cálculo I. Cálculo Diferencial e Integral I. Prof: Pedro Rodríguez y Jorge Poltronieri. Serie Cabécar. 2006.

Apuntes para el curso de cálculo I. Prof. Leiner Víquez García. 2009.

Apuntes de cálculo diferencial e integral. Prof. Marco Alfaro Carranza. 2009.

Estos folletos contienen ejercicios resueltos y propuestos de todos los temas del curso. Estos ejercicios complementan los que se pueden encontrar en la bibliografía, así como los que sugiera su docente. La información sobre la adquisición de los folletos será suministrada por su profesor(a).

Se le recomienda que intente resolver los ejercicios que se le sugieren de los folletos y utilice las soluciones que los acompañan para verificar su trabajo o para salir de alguna duda. Si definitivamente no sabe cómo hacer un ejercicio, use la solución para encontrar una sugerencia de cómo empezar y trate de resolverlo a partir de ahí.

Su docente cuenta con un horario extraclase destinado a atender consultas, este le debe ser comunicado durante la primera semana del curso. Es importante que utilice adecuadamente dicho recurso de tal forma que reciba una atención más individualizada que le permita mejorar su aprendizaje.

Este curso así como otros de la Escuela de Matemática cuenta con el sitio web <http://moodlenew.emate.ucr.ac.cr> Para registrarse como usuario debe ingresar a la dirección electrónica <http://moodlenew.emate.ucr.ac.cr/login/index.php> y seguir el procedimiento que se le indica, luego utilizará como clave de matriculación en el curso la siguiente: *Curso.Ma1101* En dicha página web podrá descargar material didáctico así como consultar avisos importantes (horario de clase de todos los grupos, distribución de aulas para los exámenes, reposición de clases, notas finales, entre otros). Dichos anuncios también se publicarán en la pizarra de MA1101, la cual se encuentra ubicada en el exterior del laboratorio 217 FM

Atentamente,

Prof. Virgilio E. Benavides Vargas.

Coordinador.

[virgilio.benavides@ucr.ac.cr](mailto:virgilio.benavides@ucr.ac.cr)

[vbenvar@gmail.com](mailto:vbenvar@gmail.com)

Casillero # 61 Segundo Piso FM

Oficina # 411-1 FM

Teléfono: 25118034