



## Carta al estudiante

**EMat** Escuela de  
Matemática

### Información general

<b>Nombre del curso:</b>	<b>Álgebra lineal</b>
<b>Sigla:</b>	<b>MA 1004</b>
<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico- práctico</b>
<b>No de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>No de horas estudio independiente:</b>	<b>10</b>
<b>Horas totales:</b>	<b>15</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>3</b>
<b>Requisito:</b>	<b>Ingreso a carrera</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>

#### **Estimado(a) estudiante:**

Por parte de la cátedra del curso MA 1004 Álgebra lineal, reciba una cordial bienvenida y esperamos que éste contribuya significativamente en su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenido, evaluación, cronograma y bibliografía del curso.

#### **ASPECTOS GENERALES DEL CURSO:**

##### **I Introducción:**

Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Su utilidad práctica se ha consolidado en la explicación de principios fundamentales y en la simplificación de cálculos en distintas ramas como ingeniería, ciencias de cómputo, matemáticas, física, biología, procesamiento de imágenes, economía y estadística, lo que esperamos se convierta en un estímulo para el trabajo que deberán realizar en el curso. El curso inicia con la teoría de matrices de componentes reales y su relación con el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales. Posteriormente se utilizarán herramientas algebraicas en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la segunda parte del curso se llega al estudio de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales en dimensión finita. Finalmente se hace una aplicación al estudio de las formas cuadráticas. A cada concepto principal tratado se le dará una interpretación geométrica, lo cual ayudará a visualizar mejor los conceptos.

Se pretende que el estudiante aprenda diferentes métodos de cálculo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones en términos matriciales y problemas geométricos. Además, se busca que el estudiante conozca los conceptos y resultados teóricos básicos necesarios para la resolución de ejercicios prácticos. **En este curso se requiere que el estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto.** Se busca que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el

planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin será necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo. Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que el estudiante dedique una gran cantidad de tiempo a comprender los diferentes conceptos y los resultados teóricos estudiados en la clase. Como apoyo a esta tarea, **todos los profesores de la cátedra contamos con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes del curso.** Las horas de consulta de cada profesor serán publicadas oportunamente en la pizarra de anuncios del curso, la cual se encuentra ubicada en el pasillo del segundo piso del edificio de Física y Matemáticas. Los profesores estarán prestos en la atención de los estudiantes en sus respectivas horas de consulta, en el momento en que éstos lo necesiten. **En esta misma pizarra se publicarán todos los avisos importantes del curso, por lo que le recomendamos pasar a revisarla frecuentemente.**

El estudiante puede consultar al respecto sobre el tiempo dedicado al curso de acuerdo al número de créditos de éste en la referencia [http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion\\_credito.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion_credito.pdf). Otro apoyo adicional, en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los llamados **Estudiaderos**, éstos son atendidos por asistentes, quienes le ayudarán a salir adelante cuando tenga dudas sobre ejercicios o teoría. El Case de Ciencias Básicas en coordinación con la Escuela de Matemática, ofrece a la población estudiantil apoyo extra clase en cursos de servicio de matemática por medio de los Estudiaderos. Este servicio se ofrece todos los miércoles a partir de la segunda semana de clases, en el aula 102 de Física-Matemática, tiene un horario de 10:00 a.m a 6:00 p.m., también se da los viernes en la Facultad de Ingeniería de 9:00 a.m a 6:00 p.m., en el tercer piso Sala Multimedia. Este espacio se extenderá durante todo el semestre. Para más información puede consultar la Oficina de Vida Estudiantil, ubicada en el segundo piso de la Escuela de Matemática.

## II Objetivos generales del curso:

- Contribuir a la formación matemática del estudiante, esencial para describir, entender y resolver problemas propios de su disciplina.
- Contribuir al desarrollo del estudiante, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y aplicar éstos a su disciplina de estudio.
- Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
- Que el estudiante adquiera el dominio de los temas básicos del álgebra lineal.

## III Objetivos específicos:

- 1- Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- 2- Expresar, en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- 3- Conocer el álgebra de matrices y aplicarla adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.
- 4- Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada.
- 5- Conocer y aplicar las propiedades básicas del cálculo de determinantes.
- 6- Aplicar el cálculo de determinantes a la solución de sistemas de ecuaciones lineales, identificando los casos en los cuales es factible.
- 7- Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
- 8- Identificar el conjunto  $\mathbb{R}^n$  como un espacio vectorial con producto interno.
- 9- Conocer la geometría de los espacios  $\mathbb{R}^n$  y poder generalizar los conceptos de línea recta y plano.
- 10- Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$ .
- 11- Conocer la estructura de espacio vectorial.

- 12- Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial.
- 13- Obtener una base ortogonal a partir de una base dada de un espacio vectorial.
- 14- Determinar el complemento ortogonal de un subespacio de  $\mathbb{R}^n$ .
- 15- Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita con los espacios  $\mathbb{R}^n$ .
- 16- Determinar si una función dada, de  $\mathbb{R}^m$  en  $\mathbb{R}^n$  es una transformación lineal.
- 17- Representar una transformación lineal mediante una matriz.
- 18- Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
- 19- Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- 20- Representar una transformación lineal mediante una matriz, asociada a cualquier par de bases dadas de su dominio y de su codominio respectivamente.
- 21- Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
- 22- Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.
- 23- Determinar si una matriz o transformación lineal, es diagonalizable o no.
- 24- Aplicar los conceptos sobre ortogonalización al estudio de las ecuaciones cuadráticas en dos y tres variables con sus representaciones gráficas.

#### **IV. Actividades para cumplir los objetivos:**

1. Para cumplir los objetivos del 1) al 6) el estudiante debe realizar lo siguiente:  
Repasar las propiedades de los números reales, la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en dos variables, así como el tema de factorización.
2. Para cumplir los objetivos del 7) al 15) el estudiante debe realizar lo siguiente:  
Repasar la parte de suma de vectores (flechas), además los temas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, álgebra matricial y determinantes deben estar presentes.
3. Para cumplir los objetivos del 15 al 21) el estudiante debe realizar lo siguiente:  
Revisar el concepto de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Además se deben manejar con solvencia los temas anteriores.
4. Para cumplir los objetivos del 22) al 24) el estudiante debe realizar lo siguiente:  
Repasar la teoría sobre cónicas y tener presente todo lo visto anteriormente.

#### **V. Programa:**

##### **1.- Matrices y sistemas de ecuaciones lineales:**

Concepto general de una matriz. Matrices especiales. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Sistemas de  $n$  ecuaciones lineales en  $m$  variables. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y homogéneos.

##### **2.- Matrices invertibles:**

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades. Combinación

lineal de un conjunto de vectores de  $\mathbb{R}^n$ . Dependencia e independencia lineal de un conjunto de vectores de  $\mathbb{R}^n$ .

### **3.- Determinantes:**

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

### **4.- Geometría vectorial:**

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en  $\mathbb{R}^3$ , propiedades y aplicaciones. Proyecciones ortogonales.

## **Parcial I**

### **5.- Rectas y planos:**

Descripción de una línea recta en  $\mathbb{R}^n$ . Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ . Planos en  $\mathbb{R}^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en  $\mathbb{R}^3$ . Hiperplanos en  $\mathbb{R}^n$ . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos rectas, entre un punto y un plano, y entre dos planos.

### **6- Espacios vectoriales:**

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

### **7.- Ortogonalidad y proyecciones:**

Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.

## **Parcial II**

### **8- Transformaciones lineales:**

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.

### **9- Valores y vectores propios:**

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.

## 10- Curvas y superficies cuadráticas:

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Curvas y superficies cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

### **Parcial III**

## VI. Metodología:

Durante el desarrollo de la clase se utiliza la técnica expositiva de parte del docente con posibilidad de involucrar otras de interacción con las y los estudiantes, tanto en trabajo individual como grupal. Si es posible también se pueden usar recursos tecnológicos en caso que éstos estén disponibles. Las actividades de clase deben complementarse por los y las estudiantes con trabajo individual y estudio en grupo extra clase, además se debe propiciar el uso eficiente de las horas de consulta de los docentes de la cátedra. También es fundamental la práctica constante de las diferentes técnicas aprendidas en la clase, además de un estudio detallado de los conceptos matemáticos, así como sus respectivas aplicaciones. La solución de problemas es muy importante, así como el uso adecuado del lenguaje matemático aprendido y por supuesto el razonamiento lógico. Además, algunos profesores de la cátedra están interesados en el uso de la plataforma ***Mediación virtual en modalidad Virtual Baja*** de la UCR, en donde pueden subir información, documentos, cartas, etc; muy importantes para el estudiante.

## VII. Cronograma:

Este cronograma es una guía de la distribución por semana de los contenidos del curso, **cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir cada examen parcial.**

1	8 al 13 de agosto	Concepto general de una matriz. Algunos tipos de matrices. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Matriz simétrica. Matriz antisimétrica. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de $n$ ecuaciones lineales en $m$ variables. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz.
2	15 al 20 de agosto	Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y homogéneos.
3	22 al 27 de agosto	Inversa de una matriz y matrices invertibles. Matriz transpuesta y sus propiedades. Combinación lineal de un conjunto de vectores de $\mathbb{R}^n$ . Dependencia e independencia lineal de un conjunto de vectores de $\mathbb{R}^n$ .
4	29 de agosto al 3 de setiembre	Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz.

5	5 al 10 de setiembre	Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades
6	12 al 17 de setiembre	Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en $\mathbb{R}^3$ y sus propiedades. Proyecciones ortogonales.
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial.</b>
7	19 al 24 de setiembre	Descripción de una línea recta en $\mathbb{R}^n$ . Ecuación vectorial, ecuaciones paramétricas y simétricas de una línea recta en $\mathbb{R}^3$ . Planos en $\mathbb{R}^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en $\mathbb{R}^3$ .
8	26 de setiembre al 1 de octubre	Hiperplanos en $\mathbb{R}^n$ . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos rectas, entre un punto y un plano, y entre dos planos.
9	3 al 8 de octubre	Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial.
10	10 al 15 de octubre	Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz.
11	17 al 22 de octubre	Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Subespacios mutuamente ortogonales. Complemento ortogonal de un subespacio vectorial.
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.</b>
12	24 al 29 de octubre	Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.
13	31 de octubre al 5 noviembre	<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.</b>
14	7 al 12 de noviembre	Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal.
15	14 al 19 de noviembre	Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.
16	21 al 26 de noviembre	Concepto de valor y vector propio de una matriz. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables.
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen Parcial.</b>
		Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables. Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas.
		Curvas y superficies cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

### VIII Evaluación:

Se realizarán tres exámenes parciales con el siguiente peso: el primero 35%, el segundo 30% y el tercero 35% para obtener así la nota de aprovechamiento NA. Cada prueba tendrá una duración de tres horas. ***En el caso del examen de ampliación***, éste evaluará aquellos temas en que el estudiante no sacó nota superior o igual a 70 en alguno(s) de los exámenes parciales. Si solamente debe presentar examen sobre uno de los parciales, se le dan dos horas de tiempo. Si debe presentar examen sobre dos parciales cualesquiera, se le dan tres horas y si debe presentar examen sobre los tres parciales, entonces hace las tres partes que componen el examen, pero se elimina la pregunta tres de cada parcial de modo que tenga disponible tres horas de tiempo para su solución.

## Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si  $NA \geq 6,75$  el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5
- Si  $5,75 \leq NA < 6,75$ , el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.
- Si  $NA < 5,75$  pierde el curso.
- La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

## IX. Calendario de exámenes:

Examen	Día	Hora
Parcial I	Sábado 24 de setiembre	1 pm
Reposición parcial I	Miércoles 5 de octubre	1 pm
Parcial II	Sábado 12 de noviembre	2 pm
Reposición parcial II	Miércoles 23 de noviembre	1 pm
Parcial III	jueves 1 de diciembre	8 am
Reposición parcial III	lunes 5 de diciembre	1 pm
Ampliación	lunes 12 de diciembre	8 am
Suficiencia	lunes 12 de diciembre	8 am

### Horas de consulta

En la pizarra de MA 1004, ubicada en el pasillo del segundo piso de Física y Matemática, se publicará información sobre: distribución de aulas para exámenes, horarios, horas de consulta, etc.

### Uso de calculadoras:

En los exámenes solamente se permitirán calculadoras científicas básicas o de menor potencia, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables.

### Disposiciones para la realización de las evaluaciones:

Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular, tabletas o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante la ejecución de los exámenes. Cualquier intento de copia en el examen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente.

El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA 1004. No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado. Además, el estudiante debe traer un cuadernillo de examen y bolígrafo de tinta azul o negra, no se permitirán hojas sueltas.

También es indispensable portar algún tipo de identificación (cédula, licencia de conducir o carné universitario con foto, vigentes) **de lo contrario no podrá efectuar la prueba.**

### **Exámenes de reposición:**

Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición, **siempre que llenen la boleta de justificación** (se pide en la secretaría de la Escuela de Matemática), **adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero del coordinador de MA 1004** (casillero 05, segundo piso FM), en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba.

### **Calificación de exámenes:**

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, **a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados**, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

La calificación de la evaluación debe realizarla el docente de manera fundamentada y debe contener, de acuerdo con el tipo de prueba, un señalamiento académico de los criterios utilizados y de los aspectos por corregir. Al entregar los resultados de las pruebas parciales, los contenidos de éstas deberán ser explicados por el profesor. Si el estudiante o la estudiante considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a: 1. Solicitar al profesor o a la profesora, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. El profesor o la profesora atenderá con cuidado y prontitud la petición, para lo cual tendrá un plazo no mayor a cinco días hábiles. 2. Presentar el recurso de revocatoria (reclamo) por escrito, en un plazo no mayor de cinco días hábiles posteriores a la devolución de la prueba. En caso de haber realizado una gestión de aclaración o adición, podrá presentar este recurso en un plazo de cinco días hábiles posteriores a haber obtenido la respuesta respectiva o al prescribir el plazo de respuesta correspondiente.

El estudiante puede consultar el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil** en la dirección [http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf) con el fin de aclarar alguna duda con lo estipulado en este documento.

## **X. Objetivos de evaluación**

### **1- Matrices:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer una matriz, establecer su dimensión, identificar sus filas y sus columnas, referirse a sus elementos de acuerdo al puesto que ocupan en la matriz.
- Clasificar una matriz como cuadrada, triangular inferior, triangular superior, o diagonal.
- Calcular la matriz transpuesta de una matriz, e identificar si una matriz dada es simétrica o no.
- Determinar cuándo es posible sumar dos matrices.
- Sumar matrices, multiplicar matrices por números reales, identificar la matriz nula como elemento neutro de la suma de matrices.
- Determinar en cuales casos es posible multiplicar dos matrices.



- Multiplicar matrices y conocer la no conmutatividad del producto de matrices.
- Identificar a la matriz identidad como elemento neutro para la multiplicación de matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la multiplicación de matrices: asociatividad, distributividad respecto de la suma de matrices, producto de un escalar por el producto de dos matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la trasposición de matrices en relación con la suma y el producto de matrices y la multiplicación por escalar.
- Conocer el concepto inverso multiplicativo de una matriz y su unicidad, cuando exista la matriz inversa.
- Determinar en qué casos una matriz cuadrada tiene inversa.
- Calcular la inversa de una matriz, cuando esta exista.
- Resolver ecuaciones matriciales, aplicando las propiedades algebraicas de la suma y la multiplicación, de la transposición y de la inversión de matrices.
- Reconocer una combinación lineal de un conjunto de vectores en  $\mathbb{R}^n$  e identificar el producto de una matriz por un vector columna como una combinación lineal de las columnas de dicha matriz.
- Determinar si un conjunto de vectores en  $\mathbb{R}^n$  es linealmente independiente asociando esto a determinar si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tiene solución única y/o hallando el rango de la matriz cuyas columnas (filas) es el conjunto de vectores dado.

## 2- Sistemas de ecuaciones lineales:

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Determinar si una ecuación dada es lineal o no, respecto de las variables involucradas.
- Identificar la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales.
- Escribir un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial (matriz aumentada).
- Aplicar operaciones elementales a las filas de la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales para obtener el conjunto solución del sistema.
- Expresar, adecuadamente, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Calcular la forma escalonada reducida de una matriz.
- Determinar si dos matrices dadas son equivalentes por filas.
- Determinar el rango fila de una matriz.
- Determinar si un sistema de ecuaciones lineales es inconsistente, comparando los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada del sistema.
- Estudiar sistemas de ecuaciones lineales, homogéneos o no, con coeficientes alfa numéricos, determinando condiciones algebraicas sobre los coeficientes para que el sistema sea inconsistente, o tenga solución única, o tenga infinitas soluciones y en este último caso determinar el número de parámetros libres de los cuales depende el conjunto solución del sistema.

## 3- Determinantes:

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Calcular el determinante de una matriz  $2 \times 2$ .
- Calcular el determinante de una matriz triangular.
- Conocer las propiedades del determinante de una matriz respecto a las operaciones elementales sobre sus filas o sus columnas.

- Aplicar operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz para llevarla a forma triangular y calcular su determinante.
- Conocer y aplicar la linealidad por filas (columnas) del determinante de una matriz.
- Conocer y aplicar las propiedades del determinante respecto a la multiplicación y la trasposición de matrices.
- Calcular el determinante de la matriz inversa de una matriz dada, invertible.
- Determinar, calculando el determinante, si una matriz cuadrada dada es invertible o no.
- Conocer y aplicar la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con igual número de ecuaciones que de variables y matriz de coeficientes invertible. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta.

#### 4- **Geometría vectorial:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Interpretar flechas entre puntos de  $\mathbb{R}^n$  como vectores.
- Interpretar geoméricamente la suma de dos vectores y el producto de un escalar por un vector.
- Calcular el producto punto de dos vectores y la norma de un vector.
- Determinar el coseno del ángulo formado por dos vectores.
- Conocer y aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz.
- Determinar la proyección ortogonal de un vector sobre otro.
- Calcular el producto vectorial de dos vectores en  $\mathbb{R}^3$  y conocer sus propiedades algebraicas.
- Aplicar el producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$  para calcular áreas de paralelogramos y volúmenes de paralelepípedos.
- Interpretar el valor absoluto del determinante de una matriz  $3 \times 3$  como el volumen del paralelepípedo formado por sus vectores fila.
- Aplicar los conceptos de la geometría vectorial para resolver problemas geométricos.

#### 5- **Rectas y planos:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Determinar una ecuación vectorial para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar ecuaciones paramétricas para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar ecuaciones simétricas para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar una ecuación vectorial para un plano en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar una ecuación normal para un plano en  $\mathbb{R}^3$ .
- Generalizar el concepto de ecuación normal para un plano en  $\mathbb{R}^3$  al concepto de hiperplano en  $\mathbb{R}^n$ .
- Determinar intersecciones entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.
- Determinar la distancia entre dos puntos de  $\mathbb{R}^n$ .
- Determinar la distancia entre un punto y una línea recta, entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.
- Resolver problemas geométricos relacionados con líneas rectas y planos.

#### 6- **Espacios vectoriales:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer la estructura algebraica de espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ .
- Determinar si una estructura algebraica dada, sobre un conjunto, lo hace espacio vectorial o no.
- Reconocer a  $\mathbb{R}^n$ , al conjunto de matrices de dimensión  $m \times n$ , al conjunto de polinomios de grado menor o igual que  $n$ , a conjuntos de funciones de valor real definidos adecuadamente y a otras estructuras conocidas por los estudiantes, como espacios vectoriales sobre  $\mathbb{R}$ .
- Conocer las propiedades algebraicas básicas de un espacio vectorial.
- Determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un subespacio vectorial.
- Reconocer subespacios formados por las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores de un espacio vectorial.
- Hallar un conjunto generador de vectores para un subespacio vectorial dado.
- Conocer el concepto de base y dimensión de un espacio vectorial.
- Hallar bases para los espacios fila y columna de una matriz.
- Hallar bases para subespacios generados por un conjunto de vectores conocidos.
- Determinar el vector coordenado de un vector de un espacio vectorial, con respecto a una base fija.
- Determinar condiciones para que un conjunto de vectores, que dependen de uno o más parámetros, sea linealmente independiente.

#### 7- **Ortogonalidad y proyecciones:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer un conjunto ortogonal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.
- Reconocer un conjunto ortonormal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.
- Determinar el complemento ortogonal de un subespacio dado.
- Obtener una base ortonormal a partir de una base dada de un subespacio. (Proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt.)
- Obtener la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.
- Calcular la distancia de un punto a un subespacio vectorial.

#### 8- **Transformaciones lineales (aplicaciones lineales):**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer el concepto de transformación lineal y sus propiedades básicas.
- Determinar si una función dada entre dos espacios vectoriales es una aplicación o transformación lineal.
- Reconocer los subespacios vectoriales: núcleo e imagen de una transformación lineal.
- Obtener bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- Determinar completamente una transformación lineal, a partir de las imágenes de los elementos de una base de su dominio.
- Determinar completamente una transformación lineal a partir de las imágenes de algunos objetos geométricos dados.
- Determinar si una transformación lineal es inyectiva.
- Determinar si una transformación lineal es sobreyectiva.
- Conocer y aplicar la relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una aplicación lineal.

- Conocer que la suma de transformaciones lineales, la multiplicación por escalar de una transformación lineal y la composición de transformaciones lineales es una transformación lineal.
- Conocer que el conjunto de todas las transformaciones lineales entre dos espacios vectoriales tiene estructura de espacio vectorial, con las operaciones usuales.
- Reconocer que toda matriz de dimensión  $m \times n$  determina una transformación lineal de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ .
- Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  con respecto a las bases canónicas, e identificar la acción de la transformación lineal como una multiplicación de una matriz por un vector.
- Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  con respecto a bases dadas para el dominio y el producto de matrices.
- Reconocer una representación matricial de la transformación identidad, como una matriz de cambio de base.
- Obtener distintas representaciones matriciales de una transformación lineal, mediante multiplicación por matrices de cambio de base.
- Determinar si una transformación lineal es invertible y en caso afirmativo obtener la transformación lineal inversa.
- Conocer la relación entre transformaciones lineales invertibles y matrices invertibles y aplicarlo a obtener inversas de aplicaciones lineales inyectivas. (Biyectivas sobre su Imagen).

#### 9- **Valores y vectores propios:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer los conceptos de valor y vector propio de una matriz cuadrada.
- Calcular el polinomio característico de una matriz cuadrada.
- Identificar los valores propios de una matriz cuadrada con las raíces de su polinomio característico.
- Conocer el concepto de espacio propio correspondiente a un valor propio.
- Determinar los espacios propios correspondientes a los distintos valores propios de una matriz cuadrada, obteniendo una base para cada uno de tales espacios propios.
- Identificar la multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
- Determinar si una matriz dada  $A$  es diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz invertible  $C$  tal que  $C^{-1}AC$  sea diagonal.
- Determinar si una matriz dada  $A$  es ortogonalmente diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz ortogonal  $P$  tal que  $P^tAP$  sea diagonal.
- Conocer que una matriz real es ortogonalmente diagonalizable si y solo si es simétrica.
- Interpretar y aplicar todo lo desarrollado para matrices cuadradas a las transformaciones lineales sobre  $\mathbb{R}^n$ .

#### 10- **Curvas y superficies cuadráticas:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer el concepto de forma cuadrática.
- Expresar una forma cuadrática en forma matricial. (Representada por una matriz simétrica)
- Eliminar los términos mixtos de una forma cuadrática, mediante la diagonalización ortogonal de la matriz asociada y un cambio de variables apropiado.

- Aplicar la diagonalización ortogonal de las formas cuadráticas a la representación, en forma canónica, de las secciones cónicas.
- Dada una ecuación cuadrática en dos variables, identificar la sección cónica correspondiente, llevarla a una representación canónica y representarla gráficamente, dibujando, en un mismo gráfico, los ejes correspondientes a las variables originales, los ejes correspondientes a la transformación efectuada para llevar la sección cónica a su forma canónica; e indicar el valor del ángulo de rotación de los ejes originales (si hay rotación).
- Dada una ecuación cuadrática en tres variables, identificar la superficie cuadrática correspondiente, llevarla a una ecuación canónica, e indicar el valor de los ángulos de rotación de los ejes originales (si hay rotación) respecto de cada uno de los nuevos ejes.

## XI. Bibliografía:

### Libro guía:

Arce,C, Castillo,W y González, J. (2004) *Álgebra lineal*. Tercera edición. UCR. San Pedro.  
(Se consigue en internet en PDF)

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

1. Anton, H. (1992) *Introducción al Álgebra Lineal*. Tercera edición. Limusa. México.
2. Del Valle, Juan C. (2012) *Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias*. Mc Graw Hill. México.
3. Harvey, G. (1992) *Álgebra lineal*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
4. Hill, R. (1996) *Álgebra Lineal Elemental con Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
5. Howard, A. (1992) *Introducción al Álgebra lineal*. Tercera edición. Limusa. México.
6. Kolman, B. (1999) *Álgebra lineal con aplicaciones y Matlab*. Segunda edición. Prentice Hall. México.
7. Grossman, S. (1996) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Quinta edición. Mc Graw Hill. México.
8. Grossman, S-Flores, José. (2012). *Álgebra lineal*. Mc Graw Hill. México.
9. Lay, D. (2013) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. Tercera edición. Pearson. México.
10. Lay, D. (2013) *Álgebra Lineal para cursos con enfoque por competencias*. Primera edición. Pearson. México.
11. Nicholson, W. (1979) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Tercera edición. Mc Graw Hill. México.
12. Noble, D. (1989) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
13. Pita, Claudio. (1991) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.

Esta Carta al Estudiante estará disponible en la página de la Escuela de Matemática y en la fotocopiadora “ **Copias KIKE** ” para los estudiantes interesados en obtenerla para su consulta.

Atentamente:

Prof: Carlos Enrique Azofeifa Zamora. Coordinador.  
Oficina 420 FM, extensión 6580  
Correos: [enrique\\_a\\_z@hotmail.com](mailto:enrique_a_z@hotmail.com)  
[carlos.azofeifazamora@ucr.ac.cr](mailto:carlos.azofeifazamora@ucr.ac.cr)

## Distribución de profesores II Ciclo Lectivo del 2016

### MA1004 - Álgebra Lineal.

Grupo	Horario	Aula	Profesor
1	L 07:00-09:50	406 CS	Mario Villalobos
	J 07:00-08:50	406 CS	
2	L 07:00-08:50	112 ED	Héctor Méndez
	J 07:00-09:50	112 ED	
3	L 10:00-12:50	212 FM	Edgardo Arita
	J 11:00-12:50	142 CE	
4	L 11:00-12:50	113 ED	Ronald Bustamante
	J 10:00-12:50	113 ED	
5	L 13:00-14:50	205 AU	Cristian Alfaro
	J 13:00-15:50	205 AU	
6	L 13:00-15:50	220 AU	Miguel Alpízar
	J 13:00-14:50	220 AU	
7	L 17:00-18:50	223 AU	Miguel Alpízar
	J 16:00-18:50	223 AU	
8	L 16:00-18:50	304 AU	Leonardo Coto
	J 17:00-18:50	304 AU	
9	L 19:00-21:50	223 AU	Félix Núñez
	J 19:00-20:50	223 AU	
10	K 07:00-09:50	506 CS	Olman Trejos
	V 07:00-08:50	506 CS	
11	K 07:00-08:50	112 ED	Carlos Azofeifa
	V 07:00-09:50	219 ED	
12	K 10:00-12:50	212 FM	Luis Diego Rodríguez
	V 11:00-12:50	143 CE	
13	K 11:00-12:50	124 CE	Olman Trejos
	V 10:00-12:50	124 CE	
14	K 13:00-14:50	221 AU	Javier Vargas
	V 13:00-15:50	221 AU	
15	K 13:00-15:50	205 AU	Jeremías Ramírez
	V 13:00-14:50	205 AU	
16	K 17:00-18:50	214 FM	Alejandro Ugalde
	V 16:00-18:50	213 FM	
17	K 16:00-18:50	304 AU	Andrés Castro
	V 17:00-18:50	304 AU	
18	K 19:00-21:50	213 FM	Gilberto Vargas
	V 19:00-20:50	213 FM	

