

---

**Programa de Curso: MA-0904**  
**Matemática Finita**  
**I Semestre, 2017**

## **Datos Generales**

Sigla: MA-0904

Nombre del curso: Matemática Finita

Tipo de curso: Teórico

Número de créditos: 5 créditos

Número de horas semanales presenciales: 5 horas

Ubicación en el plan de estudio: IX semestre.

Horario del curso: Lunes: 14:00 a 16:50, Jueves de 14:00 a 15:50

## **Datos del Profesor:**

Nombre: Mario Andrés Álvarez Guadamuz

Correo Electrónico: [andresok1308@gmail.com](mailto:andresok1308@gmail.com)

Horario de Consulta: Jueves de 16:00 a 19:00.

Oficina: # 2, Sección de Matemática.

## **Descripción del curso**

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0904. Este es un curso optativo dirigido a estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática a nivel de Licenciatura. El presente curso está orientado a proveer al estudiante de nuevos conceptos y herramientas matemáticas que le permitan ampliar su visión de la misma así como el alcance de sus aplicaciones en los procesos de modelamiento matemático. En este curso daremos énfasis a los métodos que se emplean para obtener soluciones generalizadas de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales (EDP's) y los esquemas de elementos finitos que se derivan para aproximar dichas soluciones. Para lograr un buen desempeño a lo largo del desarrollo del presente curso, los resultados necesarios de Análisis Funcional y Ecuaciones en Derivadas Parciales serán proporcionados al estudiante de manera adecuada y oportuna durante la presentación de los contenidos que ahí lo requieran. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos, así como para la solución de los ejercicios. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

## Objetivo General

Dotar al estudiante de los fundamentos teóricos y prácticos del Método de Elementos Finitos en el abordaje de problemas de contorno en EDP'S elípticas.

## Objetivos específicos

Con este curso se contribuirá a que el estudiante:

1. Conozca y aplique el concepto de derivada distribucional.
2. Se familiarice con los principales resultados teóricos que se emplean en el análisis de problemas variacionales.
3. Aprenda a derivar formulaciones variacionales para abordar problemas de contorno de EDP's elípticas.
4. Conozca el sustento abstracto de los elementos finitos.
5. Aprenda a derivar esquemas de elementos finitos.
6. Reconozca la necesidad de introducir métodos de elementos finitos, como herramienta para la aproximación numérica y la simulación computacional de distintos modelos matemáticos en mecánica de los medios continuos.

## Contenidos

### A. Preámbulo. (4 semanas)

1. Algunos conceptos y resultados preliminares.
2. Nociones básicas de Distribuciones y Espacios de Sobolev.
3. Dualidad: Teorema de Representación de Riez, Teorema de la mejor aproximación en un espacio de Hilbert, Teorema de Hahn-Banach.
4. La EDP's como herramientas para la descripción de fenómenos reales: Ejemplos, Soluciones clásicas, Método de Separación de Variables, Soluciones generalizadas.

### B. Problemas Variacionales. (4 semanas)

1. El Lema de Lax-Milgram.
2. El Método de Galerkin: El caso H-elíptico y el caso general.
3. Teoría de Babuška-Brezzi: La ecuación de operadores, La condición inf-sup, El resultado principal, El esquema de Galerkin.

4. Trazas e identidades de Green: Trazas de  $H^1(\Omega)$ ,  $H^{1/2}(\Gamma)$ , Integración por partes e identidad de Green, Trazas Normales de  $H(\text{div}, \Omega)$ .
5. Ejemplos de aplicación: El problema de Poisson, El problema de Poisson con condiciones mixtas, El problema de elasticidad lineal, El problema de Poisson en formulación primal-mixta.

C. Elementos Finitos. (4 semanas)

1. Elementos finitos de lagrange
2. Familias de Elementos finitos: Lagrange, Raviart-Thomas, y Nédélec.
3. Teoría de interpolación.
4. Interpolación de Clément.

D. Aplicaciones a Problemas Elípticos. (1 Semana)

1. Ejemplos en 1D, 2D y 3D.

E. Métodos de Elementos Finitos Mixtos. (1 Semana)

1. Motivación
2. Un problema no lineal acoplado de flujo con transporte.

## Metodología

El curso contemplará principalmente una participación expositiva por parte del docente, dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Se presentarán suficientes ejemplos, principalmente para dirigir el estudio. También se valorará la respectiva atención a las interrogantes de los y las estudiantes. Se trabajará con las listas de ejercicios recomendados por el profesor, con el fin de reforzar la comprensión de los contenidos estudiados en clases.

## Evaluación

Descripción	Porcentaje
Primer Parcial	35%
Segundo Parcial	35%
Proyecto	30%
Total	100%

Consideraciones sobre la evaluación:

El proyecto de investigación estará orientado al estudio y análisis de resultados recientes en el área de los Métodos de Elementos Finitos, donde se hará énfasis a modelos aplicados en distintos fenómenos que tienen un interés físico relevante en aplicaciones. A su vez, para la elaboración del proyecto, el estudiante deberá redactar un informe escrito en  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ , y realizar una exposición a la audiencia de la clase, empleado el formato “Beamer”. La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales y el proyecto de investigación.

1. Si  $70 \leq NF$  el o la estudiante aprueba el curso.
2. Si  $60 \leq NF < 70$  el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
3. Si  $NF < 60$  el o la estudiante pierde el curso.

Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso. No hay reposición de la reposición de ningún parcial.

## Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provicionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad	Observaciones
1	A.1, A.2	
2	A.2,	
3	A.3,	
4	A.4,	
5	Semana Santa	
6	B.1, B.2	
7	B.3	
8	B.4	
9	B.5	Hasta aquí el I parcial
10	C.1	I parcial (Lunes 16 de Mayo)
11	C.2	
12	C.3	
13	C.4	
14	D.1	Hasta aquí el II parcial
15	E.1-E.2	
16	Exposiciones	
17		
18		II parcial (Lunes 17 de julio) y Reposiciones (Lunes 19 de julio)
19		Ampliación (Viernes 21 de julio)

---

## Bibliografía

- [1] R.A. ADAMS AND J.J.F. FOURNIER, *Sobolev Spaces*. Academic Press, Elsevier Ltd, 2003.
- [2] M. ÁLVAREZ, G.N. GATICA AND R. RUIZ-BAIER, *An augmented mixed-primal finite element method for a coupled flow-transport problem*. M2AN Math. Model. Numer. Anal. 49 (2015) no. 5, 1399–1427.
- [3] M. ÁLVAREZ, G.N. GATICA, AND R. RUIZ-BAIER, *Analysis of a vorticity-based fully-mixed formulation for the 3D Brinkman-Darcy problem*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 307 (2016) 68–95.
- [4] SUSANNE C. BRENNER AND RIDGWAY SCOTT. *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. Texts in Applied Mathematics, Vol. 15. Springer, New York, 1994.
- [5] HAIM BREZIS. *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, New York, 2011.
- [6] PHILIPPE G. CIARLET. *The Finite Element Method for Elliptic Problems*. Reprint of the 1978 edition [North-Holland, Amsterdam; MR0520174]. Classics in Applied Mathematics, 40. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2002.
- [7] ALEXANDRE ERN AND JEAN-LUC GUERMOND. *Theory and practice of finite elements*. Applied Mathematical Sciences, 159. Springer-Verlag, New York, 2004.
- [8] GABRIEL N. GATICA. *A Simple Introduction to the Mixed Finite Element Method: Theory and Applications*. Springer Briefs in Mathematics. Springer, Cham, 2014.
- [9] GABRIEL N. GATICA. *Introducción al Análisis Funcional. Teoría y Aplicaciones*. Editorial Reverté, 2014.
- [10] VIVETTE GIRAULT AND PIERRE-ARNAUD RAVIART. *Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations. Theory and Algorithms*, Springer, Berlin, 1986.