



MA-1004: Álgebra Lineal

Carta al Estudiante, I Semestre 2018

Descripción del curso: El estudio de la naturaleza de los sistemas de ecuaciones lineales es desarrollado para hacer frente a los desafíos que implican disciplinas como la economía, la ingeniería y la computación. Esto se podría ver reflejado en la manipulación de bases de datos para cálculos de riesgos financieros o predicciones climáticas, cuyas dimensiones están más allá de la capacidad de cálculo humana. Tales mecanismos usan técnicas derivadas de la identificación de propiedades matemáticas de la entidad conceptual que generaliza la noción de sistemas de ecuaciones: las transformaciones lineales entre espacios vectoriales. De hecho, las soluciones de estos sistemas se pueden ver como parte de las características de funciones especiales que preservan las relaciones lineales entre los elementos del dominio y codominio. Toda esta teoría matemática se engloba dentro del campo de estudio llamado: álgebra lineal.

Este curso pretende dar al estudiante la maquinaria del álgebra lineal necesaria para poder hacer frente a cursos avanzados de su respectiva carrera, basada en los siguientes ejes teóricos: las matrices, los sistemas de ecuaciones lineales, los espacios vectoriales y las transformaciones lineales. Así, al final del curso el estudiante será capaz de indentificar y entender las aplicaciones del álgebra lineal en su respectivo campo, cuando llegue el momento.

MA-1004 tiene un nivel medio de dificultad y requiere que el estudiante dedique suficiente tiempo para comprender y asimilar los diferentes conceptos y resultados teóricos estudiados en clase. Además, es necesario una importante dedicación a la resolución de ejercicios por parte del estudiante. Para fortalecer el estudio de este curso todos los profesores de la cátedra contamos con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes de MA-1004. Dicho horario será comunicado por cada profesor(a) a su grupo respectivo, y también serán publicados en la pizarra informativa de MA-1004, ubicada en el pasillo del segundo piso del edificio de Física y Matemáticas.

Sigla

MA-1004

Naturaleza

Teórico-Práctico

Horas P./E. I.[†]

5 / 10 Horas

Modalidad

Semestral

Créditos

3

Requisito

Ingreso a Carrera

Correquisito

Ninguno



[†]Horas Presenciales / Estudio Independiente

1. Objetivos generales

[1] Contribuir a la formación matemática del estudiante y desarrollar la habilidad para interpretar y deducir resultados analíticamente del álgebra lineal, para describir, entender y resolver problemas propios de su disciplina.

[2] Fomentar el uso correcto del lenguaje matemático y desarrollar la habilidad de expresar ideas de manera rigurosa y coherente.

[3] Dominar los principales temas introductorios del álgebra lineal.

2. Objetivos específicos

[1] Aplicar algoritmos convenientes para resolver y expresar, de forma adecuada, el conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales.

[2] Conocer el álgebra de matrices y aplicarla adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.

[3] Conocer las propiedades básicas del cálculo de determinantes y aplicarlo a la solución de sistemas de ecuaciones lineales, identificando los casos en los cuales es factible.

[4] Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.

[5] Identificar \mathbb{R}^n como un espacio vectorial con producto interno, conocer su geometría y poder generalizar los conceptos de línea, recta y plano.

[6] Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en \mathbb{R}^3 .

[7] Conocer la estructura de espacio vectorial y determinar espacios vectoriales de matrices y polinomios.

[8] Determinar si un conjunto de vectores es una base y obtener una base ortogonal a partir de una base dada.

[9] Determinar el complemento ortogonal de un subespacio de \mathbb{R}^n .

[10] Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita de \mathbb{R}^n .

[11] Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.

[12] Determinar si una función de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m es una transformación lineal y representar una transformación lineal mediante una matriz.

[13] Determinar transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita.

[14] Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.

[15] Representar una transformación lineal mediante una matriz con respecto a bases dadas de su dominio y codominio.

[16] Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.

[17] Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.

[18] Determinar si una matriz o transformación lineal, es diagonalizable o no.

[19] Aplicar los conceptos sobre ortogonalización al estudio de las ecuaciones cuadráticas en dos y tres variables con sus representaciones gráficas.

3. Actividades para cumplir objetivos

[1] Para cumplir los objetivos del 1 al 3 el estudiante debe repasar las propiedades de los números reales, la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en dos variables, así como el tema de factorización.

[2] Para cumplir los objetivos del 4 al 9 el estudiante debe repasar la suma de vectores, además los temas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, álgebra matricial y determinantes.

[3] Para cumplir los objetivos del 10 al 13 el estudiante debe revisar el concepto de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Además se deben manejar con solvencia los temas anteriores.

[4] Para cumplir los objetivos del 14 al 19 el estudiante debe repasar la teoría sobre cónicas y tener presente todo lo visto anteriormente.

4. Programa

El programa de MA-1004 consta de 12 temas principales desglosados a continuación.

[Tema 1] **Matrices**

Concepto general de una matriz. Tipos de matrices: cuadrada, diagonal, identidad, triangular, simétrica, antisimétrica, vector columna y vector fila. Álgebra elemental de matrices: suma, productor escalar y multiplicación. Propiedades básicas del álgebra de matrices.

[Tema 2] **Sistemas de ecuaciones lineales**

Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables homogéneos y no homogéneos. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes por filas. Sistemas equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas consistentes, inconsistentes, con solución única y con infinitas soluciones.

[Tema 3] **Matrices invertibles**

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matrices elementales y matrices inversas. Matrices idempotentes y nilpotentes. Matriz transpuesta y sus propiedades.

[Tema 4] **Determinantes**

Definición de determinante de una matriz 2×2 , 3×3 y sus propiedades elementales. Menores y cofactores de una matriz $n \times n$. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante

[Tema 5] **Geometría vectorial**

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en \mathbb{R}^3 , propiedades y cálculo de áreas y volúmenes. Proyecciones ortogonales en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

[Tema 6] **Rectas y planos**

Combinación lineal de un conjunto de vectores en \mathbb{R}^n . Descripción de una recta en \mathbb{R}^n . Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de rectas en \mathbb{R}^3 . Planos en

\mathbb{R}^3 . Ecuación vectorial, normal y cartesiana de planos en \mathbb{R}^3 . Hiperplanos en \mathbb{R}^n . Distancia entre dos puntos, entre un punto y una recta, entre dos rectas, entre un punto y un plano, y entre dos planos.

[Tema 7] **Espacios vectoriales**

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vectoriales incluyendo espacios de matrices y polinomios. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Dependencia e independencia lineal. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

[Tema 8] **Ortogonalidad**

Conjuntos, bases y subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Ortonormalización de Gram-Schmidt.

[Tema 9] **Transformaciones lineales**

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Espacio nulo y espacio imagen de una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Transformaciones lineales invertibles. Rotaciones y reflexiones.

[Tema 10] **Valores y vectores propios**

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Multiplicidad algebraica y geométrica.

[Tema 11] **Diagonalización de matrices**

Matriz diagonalizable. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.

[Tema 12] **Curvas y superficies cuadráticas**

Secciones cónicas: parábolas, elipses e hipérbolas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

5. Metodología

Se recomienda como libro de texto para este curso el libro de la editorial UCR: **Álgebra Lineal** (ver [ACG14]). También la o el estudiante puede encontrar diferentes explicaciones de los temas en el libro escrito por S. Grossman (ver [GF12]). Durante el desarrollo de la clase se utiliza la técnica expositiva de parte del docente con posibilidad de involucrar otras de interacción con los estudiantes y si es posible también se

pueden usar recursos tecnológicos. Las clases se deben de complementar con trabajo individual por parte del estudiante para resolución de ejercicios y asimilación de la materia. Además, MA-1004 cuenta con una página en la plataforma **EMOODLE**[†], donde se pueden encontrar prácticas, exámenes de semestres anteriores, la carta al estudiante, notas de clase, etc.

6. Cronograma

Esta es una posible distribución de temas por semanas; cada profesor puede seguir un orden distinto siempre y cuando se cubran los temas para cada examen. En el curso se cubren todos los objetivos y contenidos propuestos.

Semana	Fecha	Temas
1	12/03 al 16/03	Temas 1 y 2
2	19/03 al 23/03	Tema 2
3	26/03 al 30/03	<i>Semana Santa</i>
4	02/04 al 06/04	Tema 3
5	09/04 al 13/04	Tema 4
6	16/04 al 20/04	Tema 5
Hasta aquí los contenidos a evaluar en I Parcial		
7	23/04 al 27/04	Tema 6 (<i>Semana U</i>)
8	30/04 al 04/05	Repaso de Materia
I Parcial Sábado 5 de Mayo, 1pm		
9	07/05 al 11/05	Tema 7
10	14/05 al 18/05	Tema 8
11	21/05 al 25/05	Tema 9
Hasta aquí los contenidos a evaluar en II Parcial		
12	28/05 al 01/06	Tema 10
13	04/06 al 08/06	Repaso de Materia
II Parcial Sábado 9 de Junio, 1pm		
14	11/06 al 15/06	Tema 11
15	18/06 al 22/06	Tema 11 y 12
16	25/06 al 29/06	Tema 12
17	02/07 al 06/07	Repaso de Materia
III Parcial Miércoles 11 de Julio, 1pm		
Ampliación y Suficiencia Viernes 20 Julio, 1pm		

[†]<http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/>

7. Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales, cada uno con el mismo valor porcentual ($\frac{10}{3}$). La suma de los tres resultados da la nota de aprovechamiento **NA**. Cada examen tendrá una duración de tres horas. Si el estudiante tiene derecho a un examen de ampliación, éste evaluará los temas de los exámenes en que el estudiante no sacó nota superior o igual a 7.0. Si el estudiante debe presentar para n parciales, entonces tendrá n horas de tiempo para resolver el examen de ampliación (donde n puede ser 1, 2 ó 3).

8. Calendario de exámenes

Las fechas de las pruebas parciales (sujetas a la disponibilidad de aulas) son las siguientes:

	Fecha	Hora
I Parcial	Sábado 5 de Mayo	1pm
Reposición I Parcial	Miércoles 16 de Mayo	1pm
II Parcial	Sábado 9 de Junio	1pm
Reposición II Parcial	Miércoles 20 de Junio	1pm
III Parcial	Miércoles 11 de Julio	1pm
Reposición III Parcial	Viernes 13 de Julio	1pm
Ampliación y Suficiencia	Viernes 20 Julio	1pm

9. Reporte de nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento **NA**, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según la reglamentación vigente:

- Si $\mathbf{NA} \geq 6,75$ el estudiante gana el curso.
- Si $5,75 \leq \mathbf{NA} < 6,75$, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7,0 para aprobar el curso con nota 7,0, en caso contrario su nota sera 6,0 o 6,5, la más cercana a **NA**.
- Si $\mathbf{NA} < 5,75$ pierde el curso.

La calificación final del curso se notifica a la **Oficina de Registro e Información**, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

10. Detalles sobre evaluaciones y horas de consulta

[1] **Horas de consulta y horarios:** En la pizarra de MA 1004, ubicada en el pasillo del segundo piso de Física y Matemática, y en la página web de la Escuela de Matemática (emate.ucr.ac.cr) se publicará información sobre: distribución de aulas para exámenes, hora-

rios, horas de consulta, etc.

[2] **Uso de calculadoras:** En los exámenes únicamente se permitirá el uso calculadoras científicas básicas, sin embargo, no está permitido el uso de calculadoras programables.

[3] **Disposiciones para la realización de las evaluaciones:** Los exámenes son de cátedra y su resolución es individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular, tabletas o cualquier otro medio de comunicación electrónico o dispositivo electrónico durante los

exámenes. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado con base en lo que establece la reglamentación vigente. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA-1004 o en la página de la Escuela de Matemática. No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado. Además, el estudiante debe traer un cuadernillo de examen y bolígrafo de tinta azul o negra, no se permitirán hojas sueltas adicionales. También es indispensable portar algún tipo de identificación (cédula, licencia de conducir o carné universitario con foto, vigentes) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.

[4] **Exámenes de reposición:** Aquellos estudiantes con ausencia

justificada a un examen de cátedra, tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia la coordinación respectiva), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición, siempre que **llenen la boleta de justificación** (se pide en la secretaría de la Escuela de Matemática), adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero del coordinador de MA-1004 (**casillero 150**, segundo piso FM), en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba o bien en los cinco días hábiles después de haberse incorporado a clases en caso de enfermedad. En caso de que la justificación sea por enfermedad, el estudiante debe aportar el dictamen médico respectivo extendido por la oficina competente o médico parti-

cular indicando explícitamente que en virtud de su enfermedad el estudiante no podía asistir a la prueba. Un control de tiempo de Emergencias de algún hospital no es documento suficiente para justificar la reposición ya que este no establece que el estudiante estaba impedido de realizar la prueba.

[5] **Calificación de exámenes:** El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar **10 días hábiles** después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.

[6] **Otros:** Para ver los detalles de lo anterior o en casos como pérdida de exámenes o reclamos, el estudiante puede consultar el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil**[†].

11. Objetivos de evaluación

Se menciona los objetivos específicos que deben cumplir los estudiantes al final de cada tema.

[1] **Matrices:**

[1.1] Reconocer una matriz, establecer su dimensión, identificar sus filas y sus columnas, referirse a sus elementos de acuerdo al puesto que ocupan en la matriz.

[1.2] Clasificar una matriz como cuadrada, triangular inferior, triangular superior, o diagonal.

[1.3] Calcular la matriz transpuesta de una matriz, e identificar si una matriz dada es simétrica o no.

[1.4] Determinar cuando es posible sumar dos matrices.

[1.5] Sumar matrices, multiplicar matrices por números reales, identificar la matriz nula como elemento neutro de la suma de matrices.

[1.6] Determinar en cuales casos es

posible multiplicar dos matrices.

[1.7] Multiplicar matrices y conocer la no conmutatividad del producto de matrices.

[1.8] Identificar a la matriz identidad como elemento neutro para la multiplicación de matrices.

[1.9] Conocer y aplicar las propiedades de la multiplicación de matrices: asociatividad, distributividad respecto de la suma de matrices, producto de un escalar por el producto de dos matrices.

[2] **Sistemas de ecuaciones lineales:**

[2.1] Determinar si una ecuación dada es lineal o no, respecto de las variables involucradas.

[2.2] Identificar la matriz de coefi-

cientes de un sistema de ecuaciones lineales.

[2.3] Escribir un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial (matriz aumentada).

[2.4] Aplicar operaciones elementales a las filas de la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales para obtener el conjunto solución del sistema.

[2.5] Expresar, adecuadamente, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.

[2.6] Calcular la forma escalonada reducida de una matriz.

[2.7] Determinar si dos matrices dadas son equivalentes por filas.

[2.8] Determinar el rango fila de una matriz.

[2.9] Determinar si un sistema de

[†] www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimenacademicoestudiantil.pdf

ecuaciones lineales es inconsistente, comparando los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada del sistema.

[2.10] Estudiar sistemas de ecuaciones lineales, homogéneos o no, con coeficientes alfa numéricos, determinando condiciones algebraicas sobre los coeficientes para que el sistema sea inconsistente, o tenga solución única, o tenga infinitas soluciones y en este último caso determinar el número de parámetros libres de los cuales depende el conjunto solución del sistema.

[3] Matrices invertibles

[3.1] Conocer el concepto inverso multiplicativo de una matriz y su unicidad, cuando exista la matriz inversa.

[3.2] Determinar en que casos una matriz cuadrada tiene inversa, y calcularla.

[3.3] Conocer y aplicar las propiedades de la trasposición de matrices en relación con la suma y el producto de matrices y la multiplicación por escalar.

[3.4] Resolver ecuaciones matriciales, aplicando las propiedades algebraicas de la suma y la multiplicación, de la trasposición y de la inversión de matrices.

[3.5] Identificar el producto de una matriz por un vector columna como una combinación lineal de las columnas.

[3.6] Determinar si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tiene solución única y/o hallando el rango de la matriz asociada y relacionarlo con independencia vectorial.

[4] Determinantes

[4.1] Calcular el determinante de matrices triangulares y matrices en general.

[4.2] Conocer las propiedades del determinante de una matriz respecto a las operaciones elementales sobre sus filas o sus columnas.

[4.3] Aplicar operaciones elementales sobre las filas o columnas de una

matriz para llevarla a forma triangular y calcular su determinante.

[4.4] Conocer y aplicar la linealidad por filas (columnas) del determinante de una matriz.

[4.5] Conocer y aplicar las propiedades del determinante respecto a la multiplicación y la trasposición de matrices.

[4.6] Calcular el determinante de una matriz inversa.

[4.7] Determinar, calculando el determinante, si una matriz cuadrada dada es invertible o no.

[4.8] Conocer y aplicar la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales $n \times n$ y matriz de coeficientes invertible. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta.

[5] Geometría vectorial

[5.1] Reconocer una combinación lineal de un conjunto de vectores en \mathbb{R}^n e interpretar flechas entre puntos de \mathbb{R}^n como vectores.

[5.2] Interpretar geoméricamente la suma de dos vectores y el producto de un escalar por un vector.

[5.3] Calcular el producto punto de dos vectores, la norma de un vector y el ángulo formado por dos vectores.

[5.4] Conocer y aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz.

[5.5] Determinar la proyección ortogonal de un vector sobre otro.

[5.6] Calcular el producto vectorial de dos vectores en \mathbb{R}^3 .

[5.7] Aplicar el producto vectorial en paralelepípedos en \mathbb{R}^3 y conocer sus propiedades algebraicas para cálculo de áreas y volúmenes.

[5.8] Interpretar el valor absoluto del determinante de una matriz 3×3 como el volumen del paralelepípedo formado por sus vectores fila.

[5.9] Aplicar los conceptos de la geometría vectorial para resolver problemas geométricos.

[6] Rectas y planos

[6.1] Determinar ecuación vectorial, paramétrica y simétrica para una línea recta en \mathbb{R}^3 .

[6.2] Determinar ecuación vectorial y normal para un plano \mathbb{R}^3 .

[6.3] Generalizar el concepto de ecuación normal para un plano al de hiperplano.

[6.4] Determinar intersecciones entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.

[6.5] Determinar la distancia entre dos puntos de \mathbb{R}^n .

[6.6] Determinar la distancia entre un punto y una línea recta, entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.

[6.7] Resolver problemas geométricos relacionados con líneas rectas y planos.

[7] Espacios vectoriales

[7.1] Conocer y reconocer la estructura algebraica de espacio vectorial sobre \mathbb{R} , y manejar ejemplos como \mathbb{R}^n , el conjunto de matrices $m \times n$, el conjunto de polinomios de grado menor o igual que n , algunos conjuntos de funciones reales definidos adecuadamente y otros.

[7.2] Conocer las propiedades algebraicas básicas de un espacio vectorial y determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un subespacio vectorial.

[7.3] Reconocer subespacios formados por las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores de un espacio vectorial.

[7.4] Determinar la intersección y la suma de subespacios vectoriales.

[7.5] Hallar un conjunto generador de vectores de un subespacio vectorial.

[7.6] Conocer el concepto de base y dimensión de un espacio vectorial.

[7.7] Hallar bases para los espacios fila y columna de una matriz.

[7.8] Hallar bases para subespacios generados por un conjunto de vectores conocidos.

[7.9] Determinar el vector coordenado de un vector de un espacio vectorial, con respecto a una base fija.

[7.10] Determinar condiciones para que un conjunto de vectores, que dependen de uno o más paráme-

tros, sea linealmente independiente.

[8] Ortogonalidad

[8.1] Reconocer conjuntos ortogonales u ortonormales de vectores de un espacio vectorial con producto interno.

[8.2] Determinar el complemento ortogonal de un subespacio dado.

[8.3] Obtener una base ortonormal a partir de una base dada de un subespacio usando ortogonalización de Gram-Schmidt.

[8.4] Obtener la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.

[8.5] Calcular la distancia de un punto a un subespacio vectorial.

[9] Transformaciones lineales

[9.1] Conocer el concepto de transformación lineal y sus propiedades básicas.

[9.2] Determinar si una función dada entre dos espacios vectoriales es una aplicación o transformación lineal.

[9.3] Reconocer los subespacios núcleo e imagen de una transformación lineal y obtener sus bases.

[9.4] Determinar completamente una transformación lineal, a partir de las imágenes de los elementos de una base de su dominio o de las imágenes de algunos objetos geométricos dados.

[9.5] Determinar si una transformación lineal es inyectiva o sobreyectiva.

[9.6] Conocer y aplicar la relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal.

[9.7] Conocer que la suma, la multiplicación por escalar y la composición de transformaciones lineales.

[9.8] Conocer la estructura de espacio vectorial del conjunto de todas las transformaciones lineales entre dos espacios.

[9.9] Reconocer que toda matriz de dimensión $m \times n$ en determina una transformación lineal de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m .

[9.10] Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m con respecto a las bases canónicas, e identificar la acción de la transformación lineal como una multiplicación de una matriz por un vector.

[9.11] Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m respecto a bases dadas para el dominio y el producto de matrices.

[9.12] Reconocer una representación matricial de la transformación identidad, como una matriz de cambio de base.

[9.13] Obtener distintas representaciones matriciales de una transformación lineal, mediante multiplicación por matrices de cambio de base.

[9.14] Determinar si una transformación lineal es invertible y obtener la transformación lineal inversa.

[9.15] Conocer la relación entre transformaciones lineales invertibles y matrices invertibles, y aplicarlo a obtener inversas de transformaciones lineales inyectivas (Biyectivas sobre su Imagen).

[9.16] Determinar cuando una transformación lineal es un isomorfismo.

[10] Valores y vectores propios

[10.1] Conocer los conceptos de valor y vector propio, y calcular el polinomio característico de una matriz cuadrada.

[10.2] Identificar los valores propios de una matriz cuadrada con las raíces de su polinomio característico.

[10.3] Conocer el concepto de espacio propio correspondiente a un valor propio.

[10.4] Determinar los espacios propios correspondientes a los distintos valores propios de una matriz cuadrada, obteniendo una base para cada uno de tales espacios propios.

[10.5] Identificar la multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.

[11] Diagonalización:

[11.1] Determinar si una matriz dada A es diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz invertible C tal que $C^{-1}AC$ sea diagonal.

[11.2] Determinar si una matriz dada A es ortogonalmente diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz ortogonal P tal que P^tAP sea diagonal.

[11.3] Conocer que una matriz real es ortogonalmente diagonalizable si y solo si es simétrica.

[11.4] Interpretar y aplicar todo lo desarrollado para matrices cuadradas a los operadores lineales \mathbb{R}^n .

[12] Curvas y superficies cuadráticas

[12.1] Conocer las principales curvas y superficies cuadráticas, y el concepto de forma cuadrática.

[12.2] Expresar una forma cuadrática por una matriz simétrica.

[12.3] Eliminar los términos mixtos de una forma cuadrática, mediante la diagonalización ortogonal de la matriz asociada y un cambio de variables apropiado.

[12.4] Aplicar la diagonalización ortogonal de las formas cuadráticas a la representación, en forma canónica, de las secciones cónicas.

[12.5] Dada una ecuación cuadrática en 2 variables, identificar la sección cónica correspondiente, llevarla a una representación canónica y representarla gráficamente, dibujando, en un mismo gráfico, los ejes correspondientes a las variables originales, los ejes correspondientes a la transformación efectuada para llevar la sección cónica a su forma canónica; e indicar el valor del ángulo de rotación de los ejes originales (si hay rotación).

[12.6] Dada una ecuación cuadrática en 3 variables, identificar la superficie cuadrática correspondiente, llevarla a una ecuación canónica, e indicar el valor de los ángulos de rotación de los ejes originales (si hay rotación) respecto de cada uno de los nuevos ejes.

12. Profesores y grupos de MA-1004

Grupos	Horario	Aula	Profesor(a)
1	L 07:00-09:50, J 07:00-08:50	306 CS , 302 AU	Jesús Sánchez
2	L 07:00-08:50, J 07:00-09:50	202 AU, 309 CS	Jorge Villalobos
3	L 11:00-12:50, J 10:00-12:50	209 AU, 209 AU	Kevin Moradel
4	L 10:00-12:50, J 11:00-12:50	212 AU, 204 AU	Jorge Villalobos
5	L 13:00-15:50, J 13:00-14:50	205 DE, 205 AU	Virgilio Benavides
6	L 13:00-14:50, J 13:00-15:50	301 DE, 302 AU	Miguel Alpízar
7	L 16:00-18:50, J 17:00-18:50	212 FM, 216 AU	Hector Méndez
8	L 17:00-18:50, J 16:00-18:50	215 AU, 601 DE	Luis Acuña
9	L 19:00-21:50, J 19:00-20:50	223 AU, 223 AU	Oscar Roldan
10	L 19:00-21:50, J 19:00-20:50	301 AU, 301 AU	Jorge Arce
11	K 07:00-09:50, V 07:00-08:50	212 AU, 223 AU	Mario Villalobos
12	K 07:00-08:50, V 07:00-09:50	222 AU, 302 AU	Jennifer Acuña
13	K 11:00-12:50, V 10:00-12:50	216 AU, 211 AU	Luis Acuña
14	K 10:00-12:50, V 11:00-12:50	509 CS, 213 AU	Hector Mendez
15	K 11:00-12:50, V 10:00-12:50	220 AU, 120 CE	Mario Villalobos
16	K 13:00-15:50, V 13:00-14:50	210 AU, 208 AU	Jorge Esquivel
17	K 13:00-14:50, V 13:00-15:50	211 AU, 210 AU	Fabian Mora
18	K 17:00-18:50, V 16:00-18:50	405 DE, 208 AU	Kevin Moradel
19	K 16:00-18:50, V 17:00-18:50	601 DE, 209 AU	Fabian Mora
20	K 19:00-21:50, V 19:00-20:50	221 AU, 221 AU	Miguel Alpízar

□ **Coordinación de la Cátedra de MA-1004:** Jesús Sánchez, jesus.sanchez_g@ucr.ac.cr, oficina 411-II FM, casillero 150.

Referencias

- [ACG14] C. Arce, W. Castillo, and J. González. *Álgebra lineal*. Editorial UCR, 2014.
- [Ant04] H. Anton. *Introducción al álgebra lineal*. Limusa, México, 2004.
- [Arc14] C. Arce. *Ejercicios resueltos de álgebra lineal*. Editorial UCR, 2014.
- [Ger92] H. Gerber. *Álgebra lineal*. Grupo Editorial Iberoamérica, 1992.
- [GF12] S. Grossman and J. Flores. *Álgebra lineal*. McGraw Hill, 2012.
- [Gol80] L. Golovina. *Álgebra Lineal y Algunas de sus Aplicaciones*. Mir, Moscú, 1980.
- [Mal72] A. Maltsev. *Fundamentos de Álgebra Lineal*. Mir, Moscú, 1972.
- [Str06] G. Strang. *Álgebra lineal y sus aplicaciones*. Ediciones Paraninfo, 2006.

Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Costa Rica
Sede Rodrigo Facio
Tel: (506) 2511-6555
<http://www.emate.ucr.ac.cr>
aplicada.em@ucr.ac.cr