



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática
Departamento de Matemática Aplicada
MA 0001 Precálculo
III Ciclo 2019

EMat Escuela de
Matemática

Curso: teórico-práctico
Modalidad: ciclos (I, II y III)
Créditos: 0
Horas presenciales: 10
Horas extraclase: 8 mínimo
Requisito: ninguno
Correquisito: ninguno

CARTA A AL ESTUDIANTE

Estimada y estimado estudiante

Reciba un saludo de parte de la cátedra MA0001, deseándole éxitos en este ciclo lectivo.

En este documento usted encontrará toda la información relacionada al curso tal como: descripción, metodología, objetivos, contenidos, cronograma, calendario de pruebas, evaluación y bibliografía sugerida. Se le recomienda realizar una lectura minuciosa del mismo y, calendarizar las fechas importantes.

I. Descripción

En este curso se realiza una revisión, profundización e incorporación de los contenidos del tema de Funciones estudiados en la educación secundaria, así como otros que no forman parte de la misma, potenciando el desarrollo conceptual de los mismos, su uso procedimental y las habilidades matemáticas que requieren los estudiantes.

El curso está orientado a los procesos algebraicos asociados a los criterios de funciones, el tratamiento gráfico y la aplicación de diversos contenidos en la resolución de problemas.

MA0001 Precálculo responde a las necesidades de quienes deben cursar Cálculo Diferencial e Integral y que, evidencian deficiencias en su formación matemática. Se pretende propiciar un rol activo del y de la estudiante y un cambio en la posición tradicional del docente, de manera tal, que funja como un mediador y guía del proceso de interiorización de los contenidos.

De acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (2001), el crédito es la “*unidad valorativa del trabajo del estudiante, equivalente a tres horas semanales de su trabajo, durante quince semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el profesor*”, esto se contempla porque, a pesar de que el curso no posee créditos, usted debe tomar en cuenta el tiempo que debe dedicar a las actividades que se plantean para la consecución de los objetivos.

Las ocho horas mínimas de dedicación fuera de la clase son fundamentales pues permiten completar el proceso de aprendizaje que se desarrolla dentro del aula. Usted puede disponer de ellas con algunas o todas de las siguientes actividades:

- Horas de consulta: cada profesora o profesor cuenta con un horario de atención de consultas de los estudiantes (de su grupo o cualquiera de la cátedra), adicional a las diez horas de clases presenciales, en su respectiva oficina o aula (según se indique posteriormente). Esta información se la proporcionará el docente y se publicará en la pizarra del curso (sede Rodrigo Facio), ubicada en el segundo piso de la Escuela de Matemática.
- Sesiones de apoyo: Se ofrecerán sesiones adicionales de apoyo. El calendario y el aula se publicarán en la pizarra de la cátedra al inicio del período de verano. Serán sesiones tipo “estudiadero”, donde tendrá la posibilidad de evacuar sus dudas y recibir orientación adicional en la revisión del material estudiado.

II. Objetivos

▪ *Objetivo general*

Favorecer la adquisición de herramientas conceptuales y procedimentales de Matemática que permitan al estudiante desenvolverse satisfactoriamente en su primer curso de Cálculo y durante su formación profesional.

▪ *Objetivos específicos*

Al finalizar el curso se espera que el y la estudiante sea capaz de:

1. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio.
2. Determinar el dominio, ámbito, imágenes, preimágenes, puntos máximos y mínimos (locales y absolutos), puntos de inflexión, intersección con los ejes, intervalos de monotonía, ecuaciones de asíntotas, intervalos de concavidad y convexidad y signo a partir de la gráfica de una función.
3. Factorizar en forma completa el criterio de una función polinomial en \mathbb{R} .
4. Aplicar el teorema del factor y el teorema de las raíces racionales en la resolución de ejercicios.
5. Expresar el criterio de una función racional f en la forma $f(x) = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$, con $C(x) \neq 0, Q(x), R(x)$ polinomios, haciendo uso de la división de polinomios.
6. Simplificar el criterio de una función racional (incluye valor absoluto).
7. Racionalizar (denominador o numerador) el criterio de una función radical.
8. Reescribir el criterio de una función racional mediante suma o resta de fracciones.
9. Efectuar la descomposición en fracciones parciales del criterio de una función racional.
10. Determinar en \mathbb{R} las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función polinomial, valor absoluto, radical, racional, exponencial, logarítmica, trigonométrica o definida a trozos.
11. Determinar el signo de una función dado el criterio.
12. Reescribir el criterio de una función logarítmica haciendo uso de propiedades de logaritmos.
13. Aplicar la técnica de completar el cuadrado para escribir el criterio de una función polinomial f en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, con $a, h, k \in \mathbb{R}$.
14. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, compresiones y elongaciones) gráficas de funciones con criterios: lineal, cuadrático, cúbico, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o definidas a trozos.
15. Resolver problemas aplicando los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares.
16. Determinar las coordenadas del punto o los puntos de intersección entre gráficas de funciones.
17. Aplicar las seis razones trigonométricas en la resolución de problemas.
18. Determinar el dominio, el ámbito, imagen, preimagen, periodo, asíntotas y gráfica de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.
19. Emplear las características de las funciones trigonométricas inversas principales (arco seno, arco coseno y arco tangente) en la resolución de ejercicios.
20. Reescribir el criterio de una función trigonométrica utilizando identidades trigonométricas.
21. Identificar los criterios de funciones involucradas en el criterio de una función compuesta.

III. Contenidos

▪ *Temas transversales*

1. Números reales y sus subconjuntos.
2. Propiedades de la suma y la multiplicación en \mathbb{R} .

3. Orden en \mathbb{R} .
4. Desigualdades e intervalos.
5. Operaciones con números reales.
6. Operaciones con expresiones algebraicas: suma, resta, multiplicación (productos notables)
7. Ecuaciones lineales y cuadráticas, inecuaciones lineales.
8. Conceptos básicos de una función: dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, intersección con ejes, gráfica.

■ **Tema I: Funciones y Geometría Analítica**

1. Monotonía de una función.
2. Puntos máximos, mínimos, de inflexión.
3. Ecuaciones de asíntotas.
4. Intervalos de concavidad y convexidad.
5. Intersecciones con los ejes de la gráfica de una función polinomial, racional, radical, valor absoluto con criterio de la forma $f(x) = |P(x)| + a$, $f(x) = |P(x)| - Q(x)$, exponencial, logarítmica.
6. Signo de una función.
7. Dominio máximo de una función.
8. Función compuesta.
9. Función polinomial
Factorización del criterio en \mathbb{R} empleando los métodos de factor común, diferencia de cuadrados, inspección, fórmula general, diferencia de cubos, suma de cubos y división sintética. Teorema del factor y de las raíces racionales.
10. Función racional
División de polinomios.
Simplificación del criterio.
Suma, resta de fracciones algebraicas.
Descomposición en fracciones parciales del criterio.
11. Función radical
Racionalización del criterio (numerador o denominador).
12. Función valor absoluto
Definición $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$
Simplificación del criterio.
13. Función logarítmica
Propiedades de los logaritmos.
14. Graficación de funciones mediante traslaciones, compresiones, elongaciones, reflexiones.
15. Intersección entre gráficas de funciones.
16. Ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares.

■ **Tema II: Funciones trigonométricas y funciones trigonométricas inversas**

1. Razones Trigonométricas
2. Funciones trigonométricas y trigonométricas inversas: concepto, dominio, ámbito, preimágenes, imágenes, período, gráficas estándar, intersecciones con los ejes, concavidad, convexidad y monotonía.
3. Identidades trigonométricas.

4. Intersecciones con los ejes de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.

IV. Metodología

La dinámica de trabajo para el curso de Precálculo se orientará combinando sesiones teóricas y prácticas. En las sesiones teóricas el docente expondrá los contenidos del curso evidenciando su importancia para un curso de Cálculo; las sesiones prácticas serán diseñadas por los profesores de la cátedra y fomentarán el trabajo en equipo, para propiciar la tolerancia, participación e igualdad entre sus integrantes, así como, la comunicación entre estudiantes, estudiante-docente. Esta dinámica de trabajo demanda al estudiante asistir regularmente al curso, lo cual favorece a que se involucre en el proceso y los contenidos sean presentados de forma reiterada lección a lección, de ahí que conviene repasar de una clase a otra los conceptos estudiados para integrarlos a los ya existentes.

El uso de la calculadora estará supeditado a la corroboración de los resultados obtenidos mediante un desarrollo de los ejercicios.

Notas:

1. El objetivo **Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio** se trabajará transversalmente para todas las funciones en estudio.
2. El desarrollo del cronograma que se presenta, depende del avance general de los grupos de la cátedra aunque se procurará cumplir lo propuesto.

V. Cronograma

SEMANA	CONTENIDOS
6 al 10 enero	Presentación y discusión de la Carta al Estudiante. Repaso: operaciones con polinomios (suma, resta, multiplicación, productos notables hasta grado 3), ecuaciones lineales y cuadráticas, inecuaciones lineales). Conceptos básicos de funciones (esquema) Lectura de gráficas: dominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, intersección con ejes, ecuaciones de asíntotas, función constante, estrictamente creciente y estrictamente decreciente, concavidad, punto de inflexión, signo de la función, intervalos donde la función es mayor o menor que un número dado, puntos y valores máximos y mínimos (locales, absolutos).
13 al 17 enero	Función polinomial: Definición, gráfica básica (características), intersecciones con ejes empleando factorización (factor común, diferencia de cuadrados, inspección, fórmula general, diferencia de cubos, suma de cubos). Intersecciones con los ejes empleando factorización (división sintética, teorema del factor y de las raíces racionales). <i>Prueba corta 1.</i>
20 al 24 enero	Función racional: Definición, gráfica básica (características), suma y resta de expresiones fraccionarias simplificación del criterio. Intersecciones con los ejes, división de polinomios, descomposición en fracciones parciales.
27 al 31 enero	Función radica: Definición, gráfica básica (características), intersecciones con los ejes, racionalización del criterio (con índice dos o tres). Función valor absoluto: definición, gráfica básica (características), intersecciones con los ejes, análisis de una expresión con uno o varios valores absolutos. Hasta aquí los contenidos del I Parcial: V 31 enero 9:00 a.m.
3 al 7 febrero	Función exponencial: definición, gráfica básica (características), propiedades de potencias, intersecciones con los ejes. Función logarítmica: definición, gráfica básica (características), propiedades de logaritmos, intersecciones con los ejes. Signo de la función dado su criterio.
10 al 14 febrero	Composición de funciones. Rectas, rectas paralelas y perpendiculares. Gráficas básicas (bosquejos). Técnica de completar el cuadrado. Intersección entre gráficas de funciones (incluye graficación).
17 al 21 febrero	Razones trigonométricas, medición de ángulos (grados y radianes), circunferencia trigonométrica, tipos de ángulo (positivo, negativo, referencia, cuadrantales, coterminales). Funciones trigonométricas (Incluye inversas). <i>Prueba corta 2.</i>
24 al 27 febrero	Identidades trigonométricas. Intersecciones con los ejes. Hasta aquí contenidos del II Parcial: L 2 de marzo 09 a.m.

VI. Evaluación

El desempeño del y de la estudiante se valorará considerando dos pruebas parciales y dos pruebas cortas, así como tareas con los cuales se pretende evaluar el progreso de los y las estudiantes con respecto a los objetivos del curso.

RUBRO	PORCENTAJE
Pruebas Parciales	70 %
Pruebas Cortas	20 %
Tareas	10 %
Total	100 %

► Las dos pruebas parciales tienen un valor total de 70%. En la tabla adjunta se muestra las fechas de cada prueba parcial.

I Parcial: V 31 enero 09:00
II Parcial: L 02 marzo 09:00
Ampliación: V 6 de Marzo 09 a.m.

► Se harán dos pruebas cortas con un valor de 10% cada una, las cuales se ubican en el cronograma, el docente las aplicará en su clase de forma presencial según semana indicada en el cronograma.

► Se asignarán al menos cuatro tareas con un valor total de 10%, el docente las asignará en la clase en el momento que considere pertinente.

Disposiciones para la realización de las evaluaciones

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

1. Las pruebas son de cátedra y su resolución es en forma individual.
2. Debe presentar alguna identificación válida (cédula, licencia de conducir o carné universitario con fotografía, vigente) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.
3. La resolución de la prueba es en un cuaderno de examen (no se permiten hojas sin grapar) y debe usar bolígrafo de tinta azul o negra.
4. No está permitido que el estudiante utilice su celular o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas. Cualquier intento de fraude en la misma será sancionado de acuerdo con lo que estipula el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica correspondiente.
5. Solamente se permitirán calculadoras científicas básicas, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares ni tabletas.
6. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA0001. No se permiten los cambios de grupo, **todo y toda estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.**

Prueba de reposición

Aquellos y aquellas estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tal como enfermedad (con dictamen médico), choques de exámenes (con constancia del coordinador respectivo), credo religioso (carta de la iglesia) o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán solicitar realizar el examen de reposición. Para esto el proceso que se sigue es el siguiente:☺

1. Completar el formulario de solicitud de reposición (se descarga de la página de la Escuela de Matemática), adjuntar la respectiva constancia y entregarlos a su profesor. En las sedes regionales este trámite se realiza con el docente del curso.
2. Sobre lo anterior, debe aclararse que la solicitud se presenta **posterior** a la aplicación de la prueba ordinaria ya que su procesamiento será luego de efectuada la misma y no antes.

3. La solicitud será aprobada siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). Por tal motivo se publicará periódicamente antes de la prueba de reposición el listado y condición de las solicitudes tramitadas en la pizarra del curso.
4. **Es deber del estudiante** consultar si su solicitud fue aprobada o no en los diversos medios de comunicación del curso. Si el estudiante no se presenta a realizar la prueba, ésta no se le repondrá salvo justificación indicada en el Reglamento de Régimen Académico.

Calificación de pruebas

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos aspectos relevantes de este son:

1. Cada prueba le debe ser entregada a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.
2. La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.
3. Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el profesor y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante la dirección de la Escuela de Matemática en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. La dirección, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.
4. Adicionalmente a lo anterior, el estudiante puede solicitar al coordinador una cita para realizar una revisión de su prueba, luego de haberlo discutido con su profesor o profesora.

Reporte de la nota de aprovechamiento (NA)

La nota de aprovechamiento será el resultado de la suma de los porcentajes obtenidos por el estudiante en cada uno de los rubros descritos anteriormente. Esta nota se expresa en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima, de acuerdo con los criterios del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (artículos 25 y 28), los cuales se indican a continuación:

1. Si $NA \geq 6.75$ el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5.
2. Si $5.75 \leq NA < 6.75$, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota será 6.0 o 6.5, según lo obtenido como calificación en el curso.
3. Si $NA < 5.75$ pierde el curso.

El reporte de la nota final a la Oficina de Registro e Información será AP si el estudiante aprueba el curso, en caso contrario se consignará NAP, debido a la naturaleza de cero créditos de MA 0001.

Prueba de ampliación

Si la o el estudiante obtiene una nota de aprovechamiento (NA) de 6.0 o 6.5 tiene derecho a realizar la prueba de ampliación, el profesor del curso le notifica que tiene este derecho cuando le entrega la nota de aprovechamiento. Además, el estudiante debe revisar la pizarra del curso para conocer el aula donde le corresponde realizar dicho examen.

El estudiante realiza ampliación de los contenidos del examen con nota inferior a 70.

VII. Objetivos de aprendizaje por evaluar

A continuación, se indican los objetivos de aprendizaje para cada parcial. Debe considerarse que estos podrían modificarse de acuerdo con el avance de los grupos de la cátedra.

I Parcial

1. Determinar el dominio, ámbito, imágenes, preimágenes, puntos y valores máximos y mínimos (locales, absolutos), intersección con los ejes, intervalos de monotonía, ecuaciones de asíntotas, intervalos de concavidad y convexidad, punto de inflexión y signo a partir de la gráfica de una función.
2. Factorizar en forma completa el criterio de una función polinomial en \mathbb{R} .
3. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio (polinomial, racional, radical y valor absoluto).
4. Aplicar el teorema del factor y el teorema de las raíces racionales en la resolución de ejercicios.
5. Determinar en \mathbb{R} el punto o puntos de intersección con los ejes de la gráfica de una función polinomial, radical, racional, valor absoluto.
6. Expresar el criterio de una función racional f en la forma $f(x) = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$, con $C(x) \neq 0, Q(x), R(x)$ polinomios, haciendo uso de la división de polinomios.
7. Simplificar el criterio de una función racional (incluye valor absoluto).
8. Reescribir el criterio de una función racional mediante suma o resta de fracciones.
9. Efectuar la descomposición en fracciones parciales del criterio de una función racional.
10. Racionalizar (denominador o numerador) el criterio de una función radical.

II Parcial

1. Determinar el signo de una función dado el criterio.
2. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio (exponencial, logarítmica).
3. Determinar en \mathbb{R} el punto o puntos de intersección con los ejes de la gráfica de una función exponencial o logarítmica.
4. Reescribir el criterio de una función logarítmica haciendo uso de propiedades de logaritmos.
5. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, compresiones y elongaciones) gráficas de funciones con criterios: lineal, cuadrático, cúbico, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o definidas a trozos.
6. Aplicar la técnica de completar el cuadrado para escribir el criterio de una función polinomial f en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, con $a, h, k \in \mathbb{R}$.
7. Resolver problemas aplicando los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares.
8. Determinar las coordenadas del punto o los puntos de intersección entre gráficas de funciones.
9. Aplicar las seis razones trigonométricas en la resolución de problemas.
10. Determinar el dominio, el ámbito, imagen, preimagen, intersecciones con los ejes, periodo, asíntotas, gráfica de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.
11. Determinar las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función trigonométrica en un intervalo.

12. Emplear las características de las funciones trigonométricas inversas principales (arco seno, arco coseno y arco tangente) en la resolución de ejercicios.
13. Reescribir el criterio de una función trigonométrica utilizando identidades trigonométricas.
14. Identificar los criterios de funciones involucradas en el criterio de una función compuesta.

VIII. Referencias bibliográficas

A continuación, se brinda un listado de libros y documentos que sirven como punto de referencia teórica y práctica para los diversos contenidos del curso. El material #2 es el que será utilizado para el desarrollo de las temáticas en el curso.

1. Arias, F. & Poveda, W. (2011). *Matemática Elemental*. Editorial UCR.
2. Mena, D. & Rodríguez, K. (2019). *Fundamentos de Precálculo*. (Material sin publicar)
3. Larson, R. & Falvo, D. (2011). *Precálculo*. Octava edición. Cengage Learning Editores.
4. Stewart, J. & Redlin, L. & Watson, S. (2007). *PRECÁLCULO. Matemáticas para el cálculo*. Quinta edición. Editorial Thomson. México.
5. Swokowski, E. & Cole, J. (2002). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Décima edición, México: Thompson Editores.
6. Zill, D. & Dewar, J. (2010). *Precálculo con avances de Cálculo*. México: McGraw- Hill.

En la vida, siempre hay metas que con esfuerzo y dedicación se logran alcanzar. (R.R)

Atentamente,

<p>Diana Luía Chacón Camacho Correo electrónico: <i>dianakuchca18@gmail.com</i> Casillero: 60 (segundo piso Escuela de Matemática)</p> <p>Oficina: 324 Escuela de Matemática y CIMPA (Finca 2), Ciudad de la Investigación</p>
<p>Jorhan Chaverri Hernández Correo electrónico: <i>jorhan.chaverri@ucr.ac.cr</i> Casillero: 20 (segundo piso Escuela de Matemática)</p> <p>Oficina: 326 Escuela de Matemática y CIMPA (Finca 2), Ciudad de la Investigación</p>
<p>Adolfo Rojas Cruz Correo electrónico: <i>v.adolfo.r.c@gmail.com</i> Casillero: 63 (segundo piso Escuela de Matemática)</p> <p>Oficina: 328 Escuela de Matemática y CIMPA (Finca 2), Ciudad de la Investigación</p>
<p>Rebeca Ventura Saravia Correo electrónico: <i>rebeca.ventura@ucr.ac.cr</i> Casillero: 62 (segundo piso Escuela de Matemática)</p> <p>Oficina: 310 Escuela de Matemática y CIMPA (Finca 2), Ciudad de la Investigación</p>
<p>Ana Lorena Trejos Soto Correo electrónico: <i>ana.trejossoto@ucr.ac.cr</i> Casillero: 87 (segundo piso Escuela de Matemática)</p> <p>Oficina: 324 Escuela de Matemática y CIMPA (Finca 2), Ciudad de la Investigación</p>