



Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Matemática  
Departamento de Matemática Aplicada  
MA 0125 Matemática Elemental  
III ciclo 2019



**Curso:** teórico

**Modalidad:** presencial

**Créditos:** 2

**Horas presenciales:** 12 (Grupo 901)

**Requisito:** ninguno

**Correquisito:** ninguno

## PROGRAMA MA 0125

### Estimada y estimado estudiante

Reciba un cordial saludo de parte de la cátedra MA 0125 Matemática Elemental, deseándole de antemano todos los éxitos en este ciclo lectivo.

En este documento usted encontrará toda la información relacionada al curso tal como: descripción, metodología, objetivos, contenidos, cronograma, calendario de pruebas, evaluación y bibliografía sugerida. Le recomendamos realizar una lectura minuciosa del mismo y calendarizar las fechas importantes.

### I. Descripción

El curso consiste en un repaso y profundización de algunos contenidos relacionados con los temas de álgebra, funciones y trigonometría estudiados durante el IV Ciclo de la Educación Diversificada fortaleciendo el desarrollo conceptual y procedimental de los mismos, así como ciertas habilidades necesarias para su formación profesional. Le sugerimos dedicar al menos 2 horas semanales de estudio independiente al repaso y práctica de los distintos contenidos, lo cual es fundamental para llevar la secuencia de los temas en estudio.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica ante los retos planteados, además de combinar adecuadamente sus conocimientos previos de Matemática analizados en secundaria (Números Reales, Álgebra, Funciones, Geometría y Trigonometría) con los conceptos y destrezas propios de MA 0125 que profundizan los anteriores. Es indispensable resolver los ejercicios y problemas luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

### II. Objetivos

#### ▪ Objetivos generales

1. Favorecer la adquisición de herramientas conceptuales de Matemática que los estudiantes utilizarán durante su carrera.
2. Proveer herramientas procedimentales básicas de Matemática que los estudiantes necesitarán durante su formación profesional.
3. Favorecer el desarrollo de habilidades cognitivas que los estudiantes requerirán para su formación profesional.

### ■ **Objetivos específicos**

Se espera que el y la estudiante sea capaz de:

1. Efectuar operaciones con polinomios.
2. Determinar la factorización completamente de un polinomio usando una o varias técnicas de factorización.
3. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas racionales.
4. Determinar el conjunto solución de una ecuación e inecuación.
5. Analizar algunos conceptos básicos relacionados con las funciones reales.
6. Analizar la gráfica de una función dada.
7. Caracterizar las funciones reales en estudio.
8. Trazar la gráfica de una función mediante transformaciones.
9. Determinar el máximo dominio de una función real.
10. Efectuar operaciones con funciones reales.
11. Resolver problemas que requieran la aplicación o interpretación de una función lineal, cuadrática o trigonométrica.
12. Aplicar los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares en la solución de problemas.
13. Aplicar las razones trigonométricas e identidades trigonométricas en la resolución de problemas.
14. Analizar las características de la circunferencia trigonométrica y las funciones trigonométricas.
15. Resolver ecuaciones trigonométricas en  $[0, 2\pi[$  o  $\mathbb{R}$  utilizando identidades trigonométricas.

## III. Contenidos

### ■ **Tema I: Expresiones algebraicas**

1. Definiciones básicas.
2. Operaciones: suma, resta, multiplicación (productos notables), división algebraica y división sintética de polinomios.
3. Factorización de polinomios en  $\mathbb{R}$  usando los métodos factor común, diferencia de cuadrados, diferencia de cubos, suma de cubos, inspección, fórmula general, agrupación y división sintética.
4. Teorema del factor, del residuo y de las raíces racionales.
5. Simplificación y operaciones (suma, resta, multiplicación y división) con expresiones algebraicas racionales.

### ■ **Tema II: Ecuaciones e inecuaciones**

1. Ecuaciones polinomiales: lineales, cuadráticas, de grado mayor o igual a 3
2. Ecuaciones racionales
3. Ecuaciones radicales
4. Ecuaciones con valor absoluto
5. Inecuaciones polinomiales: lineales, cuadráticas, de grado mayor o igual a 3
6. Inecuaciones racionales
7. Inecuaciones con valor absoluto

### ■ **Tema III: Funciones**

1. Conceptos básicos: función, dominio, codominio, ámbito, gráfico, forma tabular, imagen, preimagen, intersección con ejes, gráfica, función constante, estrictamente creciente y estrictamente decreciente, signo de la función, función inyectiva, sobreyectiva, biyectiva e invertible.
2. Función polinomial (lineal, cuadrática, cúbica)
3. Función racional
4. Función radical
5. Función valor absoluto
6. Función exponencial: leyes de las potencias
7. Función logarítmica: logaritmos comunes y naturales, propiedades de los logaritmos
8. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
9. Dominio máximo
10. Graficación de funciones mediante traslaciones, simetrías, compresiones o elongaciones verticales, reflexiones respecto con el eje  $x$  y el eje  $y$ .
11. Intersección entre gráficas de funciones.
12. Operaciones con funciones: suma, resta, multiplicación, cociente y composición.
13. Función inversa.
14. Problemas de aplicación de función lineal y cuadrática.

#### ■ Tema IV: Trigonometría

1. Razones trigonométricas.
2. Triángulos especiales.
3. Problemas de aplicación de razones trigonométricas.
4. Circunferencia trigonométrica: ángulos en posición estándar, ángulos coterminales, medidas de ángulos en grados y radianes, ángulos de referencia, ángulos de medida positiva y negativa.
5. Funciones trigonométricas: concepto, dominio, ámbito, período, gráficas estándar, intersección con los ejes, concavidad y monotonía para las funciones seno, coseno y tangente.
6. Identidades trigonométricas básicas: recíprocas, cofunciones, pitagóricas, periodicidad, paridad, suma-resta de ángulos y ángulo doble.
7. Ecuaciones trigonométricas básicas en el intervalo  $[0, 2\pi[$  o  $\mathbb{R}$ .

## IV. Metodología

La dinámica de trabajo para el curso de Matemática Elemental se orientará combinando sesiones teóricas y prácticas. En las sesiones teóricas el o la docente desarrollará los contenidos; las sesiones prácticas serán diseñadas por los profesores y las profesoras de la cátedra y fomentarán el trabajo en equipo, para propiciar la tolerancia, participación e igualdad entre sus integrantes así como la comunicación entre estudiantes, estudiante-docente. Esta dinámica de trabajo demanda al y la estudiante asistir regularmente al curso, lo cual favorece a que se involucre en el proceso y los contenidos sean presentados de forma reiterada lección a lección. Se busca también fortalecer habilidades como la argumentación matemática y el uso de la tecnología integrando las plataformas Mediación Virtual como medios de comunicación asincrónico y las facilidades que ofrece para prácticas y evaluaciones en línea.

El uso de la calculadora estará supeditado a la corroboración de los resultados obtenidos mediante un desarrollo de los ejercicios.

Para mejorar su desempeño en el curso le recomendamos para esta dinámica de trabajo realizar actividades como:

1. Estudiar la materia que será analizada cada clase con antelación, haciendo uso de los libros de referencia y de los recursos dados por el profesor y aula virtual.
2. Utilizar fichas o esquemas donde anote definiciones, propiedades, fórmulas, procedimientos que debe tener en cuenta para usarlas en las sesiones teóricas como prácticas.
3. Hacer anotaciones cuando no comprenda algo, plantear preguntas en la clase para aclarar las dudas con tiempo.
4. Desarrollar prácticas asignadas por el profesor.
5. Asistir y participar de todas las actividades de clase durante el ciclo lectivo.
6. Utilizar la hora de consulta del profesor para presentar sus dudas del trabajo que ha realizado.

## V. Evaluación

El desempeño del y de la estudiante respecto con los objetivos del curso se valorará mediante tres pruebas escritas de igual valor porcentual.

### Pruebas escritas 100 %

En la tabla se muestra las fechas de cada prueba y su reposición.

#### Fecha y hora

I Parcial: 22/01/2020 1:00 p.m.

II Parcial: 12/02/2020 1:00 p.m.

III Parcial: 26/02/2020 1:00 p.m.

Ampliación: 04/03/2020 8:00 a.m.

**Nota: Las fechas y horas dispuestas pueden variar según la disponibilidad de aulas de la Oficina de Registro e Información.**

### Disposiciones para la realización de las evaluaciones

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

1. Las pruebas son de cátedra y su resolución es en forma individual.
2. Debe presentar alguna identificación válida (cédula, pasaporte, licencia de conducir o carné universitario con fotografía, vigente) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.
3. La resolución de la prueba es en un cuaderno de examen (no se permiten hojas sin grapar) y debe usar bolígrafo de tinta azul o negra.
4. No está permitido que el estudiantado utilice su celular, reloj o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas. Cualquier intento de fraude en la misma será sancionado de acuerdo con lo que estipula el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica correspondiente.
5. Solamente se permitirán calculadoras científicas básicas, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares, relojes ni tabletas.

6. El o la estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen al aula que fue asignada a su grupo y comunicada oportunamente por el docente del curso. No se permiten los cambios de grupo, **todo y toda estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.**

### Prueba de reposición

Aquellos y aquellas estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tal como enfermedad (con dictamen médico), choques de exámenes (con constancia del coordinador respectivo), credo religioso (carta de la iglesia) o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable y todo lo estipulado en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica, podrán solicitar realizar el examen de reposición. Para esto el proceso que se sigue es el siguiente:

1. Completar el formulario de solicitud de reposición (se descarga de la página de la Escuela de Matemática), adjuntar la respectiva constancia y depositarla en el casillero del docente respectivo. Finalmente **el o la estudiante debe enviar un correo electrónico** para confirmar el recibido de su solicitud en caso que no haga la entrega personalmente.
2. Sobre lo anterior, debe aclararse que la solicitud se presenta **posterior** a la aplicación de la prueba ordinaria ya que su procesamiento será luego de efectuada la misma y no antes.
3. La solicitud será aprobada siempre y cuando ésta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24).
4. **Es deber del y de la estudiante** consultar si su solicitud fue aprobada o no en los diversos medios de comunicación del curso. Si el o la estudiante no se presenta a realizar la prueba, ésta no se le repondrá salvo justificación indicada en el Reglamento de Régimen Académico.
5. No es justificación el olvido de la fecha, hora de la prueba respectiva o bien alegar desconocimiento del lugar donde se realizará el examen.
6. Los y las estudiantes que soliciten reposición por motivo de credo religioso solo deben presentar la carta de la iglesia respectiva una sola vez mas no así la solicitud de reposición respectiva.

### Calificación de pruebas

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos aspectos relevantes de este son:

1. Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.
2. La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según el criterio suyo.
3. Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el profesor y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante la dirección de la Escuela de Matemática en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. La dirección, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.
4. Adicionalmente a lo anterior, el o la estudiante puede solicitar al coordinador una cita para realizar una revisión de su prueba, luego de haberlo discutido con su profesor o profesora.

## **Reporte de la nota de aprovechamiento (NA)**

La nota de aprovechamiento será el resultado de la suma de los porcentajes obtenidos por el o la estudiante en cada uno de los rubros descritos anteriormente. Esta nota se expresa en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima, de acuerdo con los criterios del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (artículos 25 y 28), los cuales se indican a continuación:

1. Si  $NA \geq 6.75$  el o la estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5.
2. Si  $5.75 \leq NA < 6.75$ , el o la estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota será 6.0 o 6.5, según lo obtenido como calificación en el curso. Según el artículo 28 del Reglamento de Regimen Académico Estudiantil, se aplican las reglas de redondeo a esta prueba.
3. Si  $NA < 5.75$  pierde el curso.

## **Prueba de ampliación**

Si la o el estudiante obtiene una nota de aprovechamiento (NA) de 6.0 o 6.5 tiene derecho a realizar la prueba de ampliación, bajo la siguiente modalidad:

Por acuerdo de cátedra, dicho prueba contará con no más de siete ítems y cubrirá parte de la materia que se evaluó en cada uno de los exámenes ordinarios, y no toda la materia del curso.

## VI. Cronograma

SEMANA	CONTENIDOS
06 de enero	Presentación y discusión del programa. Operaciones con polinomios
07 de enero	Factorización de polinomios
13 de enero	Expresiones algebraicas racionales
14 de enero	Ecuaciones
20 de enero	Inecuaciones
<b>Hasta aquí los contenidos del I Parcial I Parcial: 22 de enero de 2020 1:00 p.m.</b>	
21 de enero	Funciones (conceptos básicos, estudio de la gráfica de una función).
27 de enero	Funciones (caracterización de las funciones en estudio)
28 de enero	Funciones (graficación de funciones)
03 de febrero	Funciones (dominio máximo, operaciones con funciones)
04 de febrero	Funciones (función inversa)
10 de febrero	Funciones (intersección de gráficas de funciones rectas paralelas y perpendiculares)
<b>Hasta aquí los contenidos del II Parcial II Parcial: 12 de febrero de 2020 1:00 p.m.</b>	
11 de febrero	Funciones (aplicación lineal y cuadrática, propiedades de los logaritmos-potencias)
17 de febrero	Funciones (ecuaciones exponenciales y logarítmicas) Trigonometría (razones trigonométricas, aplicaciones)
18 de febrero	Trigonometría (tipos de ángulos, circunferencia trigonométrica, identidades)
24 de febrero	Trigonometría (identidades y ecuaciones trigonométricas)
25 de febrero	Trigonometría (ecuaciones trigonométricas)
<b>Hasta aquí los contenidos del III Parcial III Parcial: 26 de febrero de 2020 1:00 p.m.</b>	
04 de marzo de 2020	Ampliación 8:00 a.m.

**Nota: El desarrollo de este cronograma depende del avance general de la cátedra aunque se procurará cumplir lo propuesto.**

## VII. Objetivos de evaluación por parciales

### I parcial

1. Desarrollar los productos notables hasta grado tres.
2. Aplicar el algoritmo de la división de polinomios y división sintética.
3. Aplicar las leyes de potencias, las propiedades de la suma y el producto, así como los productos notables en combinación de operaciones con polinomios.
4. Aplicar el teorema del residuo y del factor.
5. Factorizar en forma completa polinomios en  $\mathbb{R}$  usando una o varias técnicas de factorización: factor común, diferencia de cuadrados, diferencia de cubos, suma de cubos, inspección, fórmula general, agrupación y división sintética.
6. Simplificar fracciones algebraicas racionales.
7. Efectuar operaciones de suma, resta, multiplicación y división con expresiones algebraicas racionales.
8. Resolver en  $\mathbb{R}$  ecuaciones polinomiales (lineal, cuadrática, grado mayor que dos), fraccionarias, con un radical, con un valor absoluto.
9. Determinar el valor de un parámetro en una ecuación cuadrática para que tenga o no soluciones.
10. Resolver en  $\mathbb{R}$  inecuaciones polinomiales (lineal, cuadrática, grado mayor que dos), racionales y con un valor absoluto.

## II parcial

1. Determinar el dominio, ámbito o rango, imágenes, preimágenes, intersección con los ejes, intervalos de monotonía, signos, asíntotas (verticales, horizontales) de funciones polinomiales (lineales, cuadráticas, cúbicas), racionales, radical (índice dos o tres), valor absoluto, exponenciales, logarítmicas o definidas a trozos a partir de la representación gráfica o de su gráfica y criterio.
2. Determinar la biyectividad (inyectiva y sobreyectiva) de funciones polinomiales (lineales, cuadráticas, cúbicas), racionales, raíz cuadrada, valor absoluto, exponenciales, y logarítmicas a partir de la representación gráfica, y el criterio.
3. Determinar el dominio máximo dado el criterio de una función.
4. Trazar la gráfica de una función dado el criterio una función (lineal, cuadrática, cúbica, racional, raíz cuadrada, valor absoluto, exponencial, logarítmica o definidas a trozos) mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, reflexión parcial (cuando se aplica valor absoluto al criterio de una función), simetrías, compresiones y elongaciones)
5. Definir una función a partir de operaciones con funciones (suma, resta, multiplicación, división y composición).
6. Determinar el dominio, ámbito o rango y criterio de la función inversa a partir de las funciones en estudio.
7. Determinar el punto o los puntos de intersección entre las gráficas de funciones de manera algebraica o gráfica.
8. Determinar la ecuación de una recta a partir de ciertas condiciones dadas.
9. Aplicar los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares en la solución de problemas.

## III parcial

1. Resolver problemas de aplicación modelados por el criterio de una función lineal o cuadrática.
2. Reescribir una expresión logarítmica mediante un solo logaritmo y viceversa, aplicando las propiedades.
3. Reescribir una expresión exponencial mediante una sola base, aplicando las leyes de potencias.
4. Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
5. Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas.
6. Aplicar los conceptos de ángulos en posición estándar, cuadrantales, coterminales, de referencia, medida de ángulos en grados o radianes (positiva o negativa) en la resolución de problemas.
7. Resolver problemas de aplicación en la circunferencia trigonométrica.
8. Aplicar identidades trigonométricas en la resolución de ejercicios.
9. Resolver ecuaciones trigonométricas en  $[0, 2\pi[$  o  $\mathbb{R}$ .

## VIII. Referencias bibliográficas

A continuación se brinda un listado de libros que sirven como punto de referencia teórica y práctica para los diversos contenidos del curso.

1. Arias, F. y Poveda, W. (2011). Matemática Elemental. CR: Editorial UCR
2. Swokowski, E. y Cole, J. (2002). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. 10ª Edición. México: Thomson Editores, S. A.
3. Sancho Mora, Lizeth.(2014) Matemática para la Enseñanza Media; ciclo diversificado: teoría y ejercicios/ Lizeth Sancho M., Randall Blanco B. 1 ed, 6 reimpresión [San José] Sección de Impresión del SIEDIN.
4. Stewart, J. (2001). PRECÁLCULO. 3ª Edición. México: International Thomson Editores
5. Zill, D. y Dewar, J. (2000). Álgebra y Trigonometría. México: McGraw- Hill.

Atentamente,

Cátedra MA 0125 Matemática Elemental

Prof. Donald Villegas García  
Correo electrónico: *donald.villegas@ucr.ac.cr*