



Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Matemática

Departamento de Matemática Aplicada  
MA-1005: Ecuaciones Diferenciales  
III Ciclo lectivo del 2019

## **CARTA AL ESTUDIANTE MA-1005: Ecuaciones Diferenciales**

- Sigla: MA-1005
- Naturaleza del curso: Teórico-práctico
- Número de horas presenciales: 10
- Número de horas estudio independiente: 2
- Modalidad: Semestral
- Créditos: 4
- Requisitos: MA-1002 y MA-1004
- Correquisitos: Ninguno

La cátedra de MA-1005 le da la bienvenida al curso correspondiente al tercer ciclo lectivo del 2019 (verano). En este documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, programa, evaluación y bibliografía. Es su derecho y su deber, estar informado sobre lo que se espera que aprenda en este curso y sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Es conveniente leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de las matemáticas requiere del dominio de los conceptos y de gran cantidad de práctica.

### **1 Descripción del curso**

El curso de Ecuaciones Diferenciales (MA-1005), trata sobre algunos aspectos elementales de las ecuaciones diferenciales. El curso abarcará temas incluidos en los principales textos sobre ecuaciones diferenciales: métodos elementales de solución, sistemas de ecuaciones lineales, transformada de Laplace, soluciones de ecuaciones por medio de series de potencias y elementos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Este es un curso donde convergen la mayoría de los conceptos aprendidos en cursos anteriores (MA-1001, MA-1002 y MA-1004): derivación, antiderivación, integración (propia e impropia), series de potencias y álgebra lineal. Durante el curso, deberán usar estos conceptos en la resolución de ejercicios.

### **2 Objetivos**

Como es usual, los objetivos se dividen en objetivos generales y objetivos específicos.

## 2.1. Objetivos generales

- 1-) Fomentar un espíritu crítico y lograr que el estudiante adquiera destrezas matemáticas necesarias para poder desempeñarse con solvencia como profesional en la disciplina de su interés.
- 2-) Enseñar al estudiante la teoría básica de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y los principales métodos de solución para comprender los modelos matemáticos de su especialidad que involucren tales ecuaciones.
- 3-) Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las Series de Fourier y su aplicación en la solución de ecuaciones en derivadas parciales.

## 2.2. Objetivos específicos

Se espera que al finalizar el curso el estudiante sea capaz de:

- 1-) Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (lineales o no) por los métodos clásicos.
- 2-) Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, de cualquier orden, con coeficientes constantes, la ecuación de Euler y las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes variables.
- 3-) Utilizar series de potencias para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.
- 4-) Calcular la Transformada de Laplace de funciones, así como la Transformada inversa.
- 5-) Utilizar la Transformada de Laplace para resolver ecuaciones.
- 6-) Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales por medio de operadores diferenciales y valores y vectores propios.
- 7-) Aplicar el método de separación de variables para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

## 3 Contenidos

### Capítulo 1: Elementos de las ecuaciones diferenciales ordinarias (1 semana)

Definición de ecuación diferencial ordinaria y ejemplos básicos. Orden y solución de una ecuación diferencial ordinaria. Existencia y unicidad de problemas de Cauchy. Campos direccionales e isoclinas. Ecuaciones diferenciales en variables separables. Ecuaciones exactas y reducibles a exactas mediante un factor integrante. Sustituciones en ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones homogéneas. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y reducibles a ellas (ecuaciones de Bernoulli y ecuaciones de Riccati). Reducción de orden.

## **Capítulo 2: Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de orden superior (1 semana)**

Existencia y unicidad de problemas de valor inicial. Problemas de contorno (frontera). Ecuaciones lineales homogéneas. El conjunto solución de una ecuación lineal homogénea como  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial. Polinomio característico. Soluciones particulares y solución general de una ecuación homogénea con coeficientes constantes. Independencia lineal de soluciones. La fórmula de Abel. El Wronskiano. Ecuaciones lineales inhomogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Operadores diferenciales y anuladores diferenciales. El método de variación de parámetros. La ecuación de Cauchy-Euler.

## **Capítulo 3: Soluciones analíticas (0,5 semanas)**

Definición de una función real-analítica. Solución de ecuaciones diferenciales con coeficientes variables mediante series de potencias. Soluciones analíticas en vecindarios de puntos ordinarios y vecindarios de puntos singulares. El método de Frobenius.

## **Capítulo 4: Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales (1 semana)**

Definición de un sistema de ecuaciones diferenciales. Operadores diferenciales y reducción gaussiana. Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales. Matriz fundamental de un sistema. Resolución de sistemas de sistemas de ecuaciones mediante valores y vectores propios. La exponencial matricial. El método de variación de parámetros para sistemas. Relación entre ecuaciones diferenciales de orden superior y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## **Capítulo 5: La transformada de Laplace (1,5 semanas)**

Definición de la Transformada de Laplace. Existencia y linealidad de la transformada de Laplace. Transformada de Laplace de funciones elementales. Propiedades operaciones con demostración (teoremas de traslación, transformada de un producto o cociente de funciones, derivada de la transformada de Laplace, la transformada de Laplace de una derivada o una integral de una función. Transformada de Laplace de una función periódica.) Convolución de funciones y su transformada de Laplace. Funciones especiales y sus transformadas de Laplace: función de Heaviside, delta de Dirac y función Gamma. Invertibilidad de la transformada de Laplace. Aplicación de la transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales, ecuaciones integrales y ecuaciones integro-diferenciales.

## **Capítulo 6: Introducción a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (1 semana)**

Definición y ejemplos básicos. Solución de ecuaciones diferenciales sencillas. Series de Fourier. El método de separación de variables para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. El método de las características.

# **4 Metodología**

La teoría se presenta mediante clases magistrales, que son complementadas con sesiones de ejercicios. Se sugiere que el estudiantado ponga énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos y la adquisición de destrezas de cálculo. Se recomienda que durante el tiempo de estudio independiente, cada estudiante realice las siguientes actividades:

- Repasar constantemente la materia.
- Resolver los ejercicios.
- Levantar un listado de preguntas pertinentes.
- Participar en grupos de estudio.
- Resumir las ideas principales.
- Hacer uso de las horas de consulta.

## 5 Plataforma Virtual

Para aprovechar los recursos digitales que nuestra universidad pone a nuestra disposición, estaremos utilizando una Plataforma Virtual, que servirá de repositorio de información y comunicación:

<https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr/course/view.php?id=10319>

En dicha plataforma se pondrá a su disposición materiales que se consideren pertinentes.

## 6 Evaluación

Se realizarán dos exámenes parciales que representan el 70 % de la nota de aprovechamiento. El restante 30 % será evaluado en dos exámenes cortos, con un valor de 15 % cada uno. Cada examen parcial tendrá una duración de dos horas, y cada examen corto una duración de una hora.

Actividad	Porcentaje	Temas a evaluar	Fecha de aplicación
I Examen Parcial	35 %	Capítulos 1 y 2	Viernes 24 de enero del 2020
I Examen Corto	15 %	Capítulo 3	Viernes 31 de enero del 2020
II Examen Parcial	35 %	Capítulos 4 y 5	Viernes 14 de febrero del 2020
II Examen Corto	15 %	Capítulo 6	Viernes 21 de febrero del 2020

*El examen de ampliación será el lunes 02 de marzo del 2020.*

Para realizar un examen de reposición, el estudiante debe entregar al profesor la solicitud por escrito acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y periodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera como válidas. De ser aprobada, el docente le indicará al estudiante la fecha y el lugar de la reposición.

## 7 Referencias bibliográficas

Como es común en las áreas centrales de la matemática, la literatura es abundante. La siguiente lista es una muestra de las fuentes que se pueden consultar para complementar el estudio de los temas abordados en el curso.

## Bibliografía

- [1] Ahmad, S. & Ambrosett, A. *A Textbook on Ordinary Differential Equations*. Springer, New York, 2015.
- [2] Broman, A. *Introduction to Partial Differential Equations: From Fourier Series to Boundary-value Problems*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., BLU, 1970.
- [3] Cambronero, S. *Apuntes del curso MA-0455: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Universidad de Costa Rica, San José, 2017.
- [4] Céspedes, J. *Ecuaciones Diferenciales para Ciencias de la Vida*. Editorial UCR, San José, 2010.
- [5] Coddington, E. A. *Introducción a las ecuaciones diferenciales*. Centro Regional de Ayuda Técnica, México, 1968.
- [6] Edwards, C. & Penney, D. *Ecuaciones Diferenciales*. Pearson Educación, México, 2001.
- [7] Farlow, S. *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Wiley, New York, 1993.
- [8] Figueroa, G. *Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias*. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago, 2010.
- [9] Naranjo, A. *Apuntes del curso: MA-1005: Ecuaciones Diferenciales*. Universidad de Costa Rica, San José, 2019.
- [10] Sinha, A. *Applied Differential Equations*. Alpha Science International LTD., Oxford, 2010.
- [11] Spiegel, M. *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*. Prentice-Hall Hispanoamérica, S.A., México, 1987.
- [12] Várilly, J. *Apuntes del curso: MA-0455: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Universidad de Costa Rica, San José, 2016. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10669/29492>
- [13] Zill, D. & Cullen, M. *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera*. Thompsom Learning., México, 2002.

Deseándole muchos éxitos en este ciclo lectivo, se despide atentamente

**Profesor: Adrián José Naranjo Alvarado**

Correo electrónico: [adrian.naranjoalvarado@ucr.ac.cr](mailto:adrian.naranjoalvarado@ucr.ac.cr)

Oficina: 330 Edificio Anexo

Teléfono: (+506)2511-3451

Casillero # 103

Horas de consulta: Por definir.