

## Carta al estudiante

### 1. Información General

Sigla y nombre del curso: MA-2210 Ecuaciones Diferenciales Aplicadas

Naturaleza del curso: Teórico Práctico

Horas presenciales: 10

Horas de estudio independiente: 5

Modalidad: Verano

Carga académica: 3 créditos

Requisito: MA-1001 o MA-1210

Correquisito: Ninguno

Estimado(a) estudiante:

Reciba una cordial bienvenida. Esperamos que este curso contribuya significativamente a su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenidos, evaluación, cronograma y bibliografía del curso.

En este curso se estudiarán algunas técnicas para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales de orden arbitrario, sistemas de ecuaciones diferenciales y transformadas de Laplace. Además, se tratarán los conceptos básicos del álgebra lineal, haciendo énfasis en el álgebra matricial y su aplicación a la solución de sistemas de ecuaciones lineales. También se mostrarán diversas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales al modelaje y solución de problemas relacionados con otras áreas del conocimiento, en particular, en el crecimiento poblacional, reacciones químicas e ingeniería presentan aplicaciones bastante interesantes.

Por todo lo anterior, es fundamental que el estudiante domine a cabalidad los contenidos del curso previo MA-1210(requisito) o MA-1001.

El curso tiene una carga académica de tres créditos, lo que significa que amerita quince horas de estudio semanal. Descontando las diez horas de clase, el estudiante debe comprometerse a dedicar al menos cinco horas de estudio extra-clase, tanto a la teoría como a los ejercicios. Esta información puede consultarse en el sitio:

[http://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx\\_ucruniversitycouncildatabases/normative/definicion\\_credito.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/definicion_credito.pdf)

Es su responsabilidad leer y estar al tanto de toda la información que aquí se le suministra, así como estar al día con la materia y listas de ejercicios, de igual manera algunos temas o apartados pueden ser asignados para estudio independiente.

## 2. Objetivos generales del curso

1. Emplear algunas destrezas matemáticas que sean de utilidad para el estudiante en su ejercicio profesional.
2. Aplicar conceptos y herramientas matemáticas que permitan comprender modelos basados en ecuaciones diferenciales.
3. Fomentar el espíritu crítico mediante la discusión de conceptos fundamentales y la discusión en sesiones de trabajo grupal.
4. Utilizar la teoría básica de las ecuaciones diferenciales ordinarias y los principales métodos de solución.
5. Utilizar la teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales y como determinar su conjunto solución.
6. Resolver problemas relacionados con la disciplina del estudiante que puedan ser modelados ya sea mediante un sistema de ecuaciones lineales, una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales; interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

## 3 Objetivos específicos del curso

1. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
2. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales con coeficientes constantes de cualquier orden y la ecuación de Euler.
3. Conocer y aplicar el método de variación de parámetros para obtener soluciones particulares de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas.
4. Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales por métodos de eliminación de operadores.
5. Utilizar la transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
6. Plantear y resolver distintos problemas de aplicación que puedan modelarse haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales o de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## 4. Contenidos del curso

1. Conceptos básicos y ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:
  - 1.1 Definición de ecuación diferencial ordinaria.
  - 1.2 Orden, solución particular y solución general de una ecuación diferencial.
  - 1.3 Existencia y unicidad de solución para un problema de valor inicial.
  - 1.4 Ecuaciones diferenciales en variables separables.
  - 1.5 Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
  - 1.6 Ecuaciones lineales y reducibles a ellas (ecuación de Bernoulli y de Ricatti).
  - 1.7 Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
  - 1.8 Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.
2. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:
  - 2.1 Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.
  - 2.2 Desintegración radiactiva. Vida media. Fechado de fósiles.
  - 2.3 Ley de enfriamiento de Newton
  - 2.4 Reacciones químicas.
  - 2.5 Mezclas.

3. Ecuaciones diferenciales lineales de orden mayor que uno:
  - 3.1 Combinación lineal de un conjunto de funciones.
  - 3.2 Conjunto de funciones linealmente dependiente e independiente.
  - 3.3 Wronskiano de un conjunto de  $n$  soluciones de una ecuación diferencial de orden  $n$ .
  - 3.4 Operadores diferenciales. Anuladores.
  - 3.5 Métodos de solución para una ecuación diferencial lineal homogénea de orden  $n$ .
  - 3.6 Fórmula de Abel.
  - 3.7 Reducción de orden, conocida una solución de la ecuación de la ecuación homogénea asociada a una ecuación diferencial lineal de segundo orden.
  - 3.8 Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Método de coeficientes indeterminados.
  - 3.9 Método de variación de parámetros.
  - 3.10 Ecuación de Euler.
  
4. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales:
  - 4.1 Solución de un sistema de ecuaciones diferenciales.
  - 4.2 Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden.
  - 4.3 Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, de orden arbitrario, con coeficientes constantes, aplicando el método de eliminación de operadores para transformar un sistema dado en uno equivalente que tenga forma triangular.
  - 4.4 Tanques interconectados.
  
5. Transformada de Laplace:
  - 5.1 Integrales impropias en intervalos no acotados.
  - 5.2 Transformada de Laplace y su inversa. Definición y propiedades básicas.
  - 5.3 Transformada de Laplace de algunas funciones elementales.
  - 5.4 Transformada de Laplace de la derivada de una función y de la integral de una función.
  - 5.5 Teoremas de traslación de la Transformada de Laplace sobre los ejes  $s$  y  $t$ . Funciones escalón unitario.
  - 5.6 Derivación de la transformada de Laplace.
  - 5.7 Transformada de Laplace de una función periódica.
  - 5.8 Teorema de convolución. Ecuaciones Integrodiferenciales.
  - 5.9 Problemas de valor inicial.

## 5. Metodología y actividades para el logro de los objetivos

Entre las estrategias principales de instrucción estarán la clase magistral, el trabajo individual, la discusión de los temas vistos en clase y la solución de ejercicios. Es sumamente importante que el estudiante participe activamente durante las lecciones, aportando ideas, trabajando los ejercicios propuestos y manifestando sus dudas. Además debe realizar trabajo extra clase resolviendo las prácticas disponibles y repasando los temas vistos en clase para reforzar los conocimientos y desarrollar las destrezas y las habilidades que se requieren. Para el logro de estos objetivos se recomienda el trabajo en equipo y la consulta permanente con el profesor del curso.

Para el logro de los objetivos del curso el estudiante debe:

Conocer los principales métodos de solución para las ecuaciones diferenciales de primer orden, poder identificar una ecuación de variables separables, ecuaciones homogéneas, ecuaciones lineales, ecuaciones exactas, determinar si una función dada es un factor integrante, hallar un factor integrante de una forma indicada y poder efectuar transformaciones que convierta una ecuación dada en una de otro tipo conocido.

Poder modelar problemas concretos, que siguen leyes conocidas, mediante ecuaciones diferenciales, e interpretar las soluciones obtenidas.

Identificar ecuaciones diferenciales lineales de cualquier orden. Calcular el Wronskiano de un conjunto finito de funciones diferenciables dado. Determinar si un conjunto de soluciones dado, de una ecuación diferencial lineal homogénea, constituye un sistema fundamental de soluciones y en caso afirmativo escribir su solución general. Conocer y aplicar los métodos de variación de parámetros y de coeficientes indeterminados para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales lineales. Reconocer una ecuación de Euler, aplicar una transformación adecuada para convertirla en una ecuación con coeficientes constantes y resolverla. Resolver una ecuación diferencial lineal de segundo orden, conocer una solución de la ecuación homogénea asociada. Conocer y aplicar la fórmula de Abel.

Identificar sistemas de ecuaciones lineales y el método de eliminación de operadores para resolver sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes.

Conocer y aplicar la definición de transformada de Laplace, así como las propiedades básicas de ésta (linealidad, comportamiento respecto a la derivación e integración, a la multiplicación por funciones escalón unitario y a la convolución). Poder calcular la transformada inversa de una función dada, haciendo uso de tablas y de las propiedades de la transformada de Laplace. Aplicar la transformada de Laplace a la solución de problemas con valor inicial, modelados mediante una ecuación diferencial, o mediante ecuaciones integrodiferenciales. Modelar problemas de tanques interconectados mediante sistemas de ecuaciones diferenciales y resolverlos.

## 6. Evaluación

Exámenes (2)	35% cada uno
Quices	30%
Total	100%

Los exámenes parciales serán de 3 horas y estarán programados en el cronograma, además por cada parcial se realizarán 3 quices en el aula con un valor de 10% cada uno.

Los siguientes criterios, se refieren a la nota de aprovechamiento NA, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

Si NA es mayor a 6,75 el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios, por ejemplo, como 8,25 se redondean hacia arriba, es decir, 8,5. Si NA es mayor o igual a 5,75 y menor a 6,75, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA. Si NA es

menor a 5,75 pierde el curso. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

### **Examen de Ampliación:**

Las personas con nota 6 o 6.5 tendrán derecho a realizar este examen, en el que se podrá evaluar cualquier contenido del curso.

Calendario de evaluaciones:

<b>Evaluación</b>	<b>Fecha</b>	<b>Hora</b>
Quiz 1	Semana 4	En Clases
I Parcial	5 de febrero	2:00 pm
Quiz 2	Semana 6	En Clases
Quiz 3	Semana 7	En Clases
II Parcial	28 de febrero	2:00 pm
<b>Ampliación</b>	<b>04 de marzo</b>	<b>2:00 pm</b>

### **Disposiciones para la realización de las evaluaciones:**

El estudiante debe presentarse puntualmente el día de cada evaluación, en el salón de clases o en el caso de los parciales en el aula que fue asignada a su grupo. El estudiante debe traer un cuadernillo de examen y bolígrafo de tinta azul o negra. También es indispensable portar identificación con foto (cédula, pasaporte, licencia de conducir o carné universitario) de lo contrario no podrá realizar la prueba. En los exámenes de este curso no se permite el uso de calculadoras científicas programables ni grabadoras. Durante la aplicación de la prueba, se prohíbe el uso de teléfonos celulares, tabletas electrónicas y cualquier otro dispositivo de transferencia de información.

### **Reposición de Evaluaciones:**

#### **Exámenes:**

Aquellos casos de estudiantes con ausencia justificada a un examen, tales como enfermedades o muerte de algún familiar de primer grado (con justificación médica), choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición. Para solicitar el examen de reposición debe llenar la boleta de justificación (se descarga en la página de la escuela de matemática: [www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr)), con esta adjuntar la respectiva constancia y entregarla al profesor, en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba ordinaria. Solo los estudiantes autorizados mediante este proceso pueden realizar el examen de reposición. La entrega de los documentos no implica la autorización para hacer el examen de reposición, el profesor debe aprobar la autorización una vez revisada la documentación.

## Quices:

Éstas evaluaciones no se repondrán, por lo que se les recomienda presentarse a clases los días que se programen las mismas.

## Calificación de exámenes:

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de que este se realizó, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la coordinación.

La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones en los otros dos exámenes, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

## 7. Avisos y contacto

El medio de comunicación oficial será el correo electrónico, por este medio se enviará una copia de este documento, así como prácticas periódicamente, las aulas de los exámenes y cualquier aviso importante.

## 8. Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos. Sin embargo el profesor está en libertad de exponer los conceptos o realizar modificaciones según el avance del grupo, sin alterar los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial, ni las fechas de las evaluaciones.

Semana	Fechas	Temas
1	Lunes 06 al Viernes 10 de enero	Definición de una ecuación diferencial ordinaria. Orden, solución particular y solución general de una ecuación diferencial. Existencia y unicidad de solución para un problema de valor inicial. Ecuaciones diferenciales en variables separables. Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas. Ecuaciones lineales y reducibles a ellas (ecuación de Bernoulli y de Riccati).
2	Lunes 13 al viernes 17 de enero	Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante. Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente. Crecimiento y decrecimiento de poblaciones, Desintegración radiactiva, Vida media, Fechado de fósiles. Ley de enfriamiento de Newton.
3	Lunes 20 al viernes 24 de enero	Reacciones químicas. Mezclas. Operadores diferenciales. Anuladores. Métodos de solución para una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n.

4	Lunes 27 al Viernes 31 de enero	Reducción de orden, conocida una solución de la ecuación homogénea asociada a una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Fórmula de Abel. Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Método de coeficientes indeterminados. Repaso para I Parcial <b><u>Quiz 1</u></b>
5	Lunes 3 al Viernes 7 de febrero	Método de variación de parámetros. Ecuación de Euler Solución de un sistema de ecuaciones diferenciales. Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden. Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, de orden arbitrario, con coeficientes constantes, aplicando el método de eliminación de operadores para transformar un sistema dado en uno equivalente que tenga forma triangular.
	<b>I Parcial</b>	5 de febrero
6	Lunes 10 al viernes 14 de febrero	Integrales impropias en intervalos no acotados. Transformada de Laplace y su inversa. Definición y propiedades básicas. <b><u>Quiz 2</u></b>
7	Lunes 17 al Viernes 21 de febrero	Transformada de Laplace de algunas funciones elementales. Transformada de Laplace de la derivada de una función y de la integral de una función. Teoremas de traslación de la Transformada de Laplace sobre los ejes s y t. Funciones escalón unitario. Derivación de la transformada de Laplace. <b><u>Quiz 3</u></b>
8	Lunes 24 al Viernes 28 de febrero	Transformada de Laplace de una función periódica. Teorema de convolución. Ecuaciones Integrodiferenciales. Problemas de valor inicial. Repaso para II Parcial
	<b>II Parcial</b>	28 de febrero

## 9. Referencias

Las referencias incluidas en esta carta constituyen una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas incluidos en el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de su preferencia.

- [1] Cespedes, J. Ecuaciones Diferenciales para Ciencias de la Vida. Editorial UCR, San Jose, 2010.
- [2] Zill, D.G. and Cullen, M.R. Ecuaciones Diferenciales con Problemas con Valores en la Frontera. Septima edicion.
- [3] Zill, D.G. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. Novena edicion. Cengage Learning, Mexico, 2009.
- [4] Spiegel, M.R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas. Prentice Hall Hispanoamerica, S.A., Mexico, 1987.
- [5] Arce, C., Castillo, W., Gonzalez, J. Algebra Lineal. Tercera edicion. Editorial UCR, San Jose, 2005.
- [6] Herrera, E., Ernesto, J., et al. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Editorial Reverte, Barcelona, 2010.
- [7] Braun, M. Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamerica, S.A., Mexico, 1990.
- [8] Simmons, G. E. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Historicas. Segunda edicion. McGraw-Hill, Mexico, 1993.
- [9] Barrantes, H. Introduccion a las Ecuaciones Diferenciales. Editorial Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica, 2015.
- [10] Tenenbaum, M. and Pollard, H. Ordinary Dierential Equations. Dover Publications, Inc., New York, 1985.
- [11] Finney, R.L. and Ostberg, D.R. Elementary Dierential Equations with Linear Algebra. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1976.

Javier Morera Soto  
napajah@yahoo.es