



**MA1004 ÁLGEBRA LINEAL  
CARTA AL ESTUDIANTE  
Departamento de Matemática Aplicada  
I CICLO 2020**

<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico- práctico</b>
<b>No de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>No de horas estudio independiente:</b>	<b>10</b>
<b>Horas totales:</b>	<b>15</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>3</b>
<b>Requisito:</b>	<b>Ingreso a carrera</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>

**Estimado(a) estudiante:**

Le damos una cordial bienvenida y esperamos que este curso contribuya de manera significativa en su formación profesional. Este documento le proporcionará la información referente a la descripción, objetivos, contenido, evaluación, cronograma y bibliografía del mismo.

**I Descripción:**

Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Su utilidad práctica se ha consolidado en la explicación de principios fundamentales y en la simplificación de cálculos en distintas ramas como ingeniería, ciencias de la computación, matemáticas, física, biología, procesamiento de imágenes, economía y estadística. Lo que esperamos se convierta en un estímulo para el trabajo que deberán realizar en el curso. Dotar al estudiante de la maquinaria del álgebra lineal necesaria para hacer frente a cursos avanzados de su respectiva carrera es el objetivo principal. Para lograr este fin el curso inicia con la teoría de matrices de componentes reales y su relación con el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales. Posteriormente se utilizarán herramientas algebraicas en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la segunda parte del curso se tiene al estudio de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita. Finalmente se hace una aplicación al estudio de las formas cuadráticas. A cada concepto principal tratado se le dará una interpretación geométrica, lo cual ayudará a visualizar mejor los conceptos.

En este curso se requiere que el estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto. Se busca que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin será

necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo. Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que el estudiante dedique suficiente tiempo para comprender y asimilar los diferentes conceptos y resultados teóricos estudiados en la clase. Además para fortalecer el estudio es importante que el estudiante dedique tiempo a la resolución de problemas. Como apoyo a esta tarea, **todos los profesores de la cátedra contamos con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes del curso.**

Las horas de consulta de cada profesor están disponibles conjuntamente con la distribución de los grupos en la sección **X** de este documento.

Otro apoyo adicional en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los llamados **Estudiaderos**, los cuales funcionan los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes, quienes le ayudarán a salir adelante cuando tenga dudas sobre los ejercicios. Este espacio se desarrollará en el aula 102 FM y se extenderá durante todo el semestre. Para mayor información al respecto puede consultar la Oficina de Vida Estudiantil, ubicada en el segundo piso de la Escuela de Matemática.

## **II Objetivos generales del curso:**

1. Contribuir a la formación matemática del estudiante, esencial para describir, entender y resolver problemas propios de su disciplina.
2. Contribuir al desarrollo del estudiante, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y aplicar éstos a su disciplina de estudio.
3. Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
4. Que el estudiante adquiera el dominio de los temas básicos del álgebra lineal.

## **III Objetivos específicos:**

1. Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales y expresar, en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
2. Conocer el álgebra de matrices y el cálculo de determinantes, así como sus propiedades, para aplicarlo adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.
3. Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada.
4. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
5. Conocer la estructura de espacio vectorial y espacios vectoriales relacionados con matrices y polinomios.
6. Identificar el conjunto  $\mathbb{R}^n$  como un espacio vectorial con producto interno, conocer su geometría y poder generalizar los conceptos de recta y plano.
7. Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita de  $\mathbb{R}^3$ .
8. Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$ .
9. Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial y obtener una base ortogonal a partir de una base dada.
10. Determinar el complemento ortogonal de un subespacio de  $\mathbb{R}^n$ .
11. Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
12. Determinar si una función de  $\mathbb{R}^m$  en  $\mathbb{R}^n$  es una transformación lineal y representar una transformación de este tipo mediante una matriz.
13. Determinar transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita.
14. Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.

15. Representar una transformación lineal mediante una matriz, asociada a cualquier par de bases dadas de su dominio y de su codominio respectivamente.
16. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
17. Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.
18. Determinar si una matriz o una transformación lineal, es diagonalizable o no.
19. Aplicar los conceptos sobre ortogonalización al estudio de las ecuaciones cuadráticas en dos y tres variables con sus representaciones gráficas.

#### **IV Actividades para lograr los objetivos:**

1. Para cumplir los objetivos del 1 al 3 el estudiante debe repasar las propiedades de los números reales, la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en dos variables, así como el tema de factorización.
2. Para cumplir los objetivos del 4 al 11 el estudiante debe repasar la suma de vectores, además los temas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, álgebra matricial y determinantes.
3. Para cumplir los objetivos del 12 al 17 el estudiante debe revisar el concepto de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Además debe manejar con solvencia los temas anteriores.
4. Para cumplir los objetivos del 18 al 19 el estudiante debe repasar la teoría sobre cónicas y tener presente todo lo visto anteriormente.

#### **V Programa:**

---

##### **1- Matrices**

Concepto general de una matriz. Matrices especiales: cuadrada, diagonal, identidad, triangular superior y triangular inferior, simétrica, antisimétrica, vector fila y vector columna. Álgebra de matrices: suma y multiplicación de matrices, y multiplicación por escalar. Propiedades básicas del álgebra de matrices.

##### **2- Sistemas de ecuaciones lineales y matrices**

Sistemas de  $n$  ecuaciones lineales en  $m$  variables homogéneos y no homogéneos. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas consistentes, inconsistentes, con solución única y con infinitas soluciones.

##### **3- Matrices invertibles**

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Matrices elementales y matrices inversas. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matrices idempotentes y nilpotentes. Matriz transpuesta y sus propiedades.

##### **4- Determinantes**

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Menores y cofactores de una matriz  $n \times n$ . Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando

operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

## **5- Geometría vectorial**

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en  $\mathbb{R}^3$  y sus propiedades. Aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes. Proyecciones ortogonales en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .

## **6- Rectas y planos**

Descripción de una recta en  $\mathbb{R}^3$ . Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en  $\mathbb{R}^3$ . Planos en  $\mathbb{R}^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en  $\mathbb{R}^3$ . Hiperplanos en  $\mathbb{R}^n$ . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos planos. Distancia entre un punto y un plano, y entre dos rectas.

## **7- Espacios vectoriales**

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases ordenadas y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

## **8.- Ortogonalidad y proyecciones**

Conjuntos de vectores, bases y subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio vectorial. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt.

## **9- Transformaciones lineales**

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Espacio nulo y espacio imagen de una matriz. Composición de transformaciones lineales. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.

## **10- Valores y vectores propios: Diagonalización**

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Multiplicidad algebraica y geométrica. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de una transformación lineal. Diagonalización de transformaciones lineales. Transformaciones lineales ortogonalmente diagonalizables.

## 11- Curvas y superficies cuadráticas

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Secciones cónicas: parábolas, elipses e hipérbolas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

## VI Cronograma:

Este cronograma es una guía de la distribución semanal de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial.

1	9 al 14 de marzo	<u>Tema 1 / Tema 2</u>
2	16 al 21 de marzo	<u>Tema 2</u>
3	23 al 28 de marzo	<u>Tema 3</u>
4	30 de marzo al 4 de abril	<u>Tema 4</u>
5	6 al 11 de abril	<b>SEMANA SANTA</b>
6	13 al 18 de abril	<u>Tema 4 / Tema 5</u>
7	<b>Semana U</b> 20 al 25 de abril	<u>Tema 5:</u>
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el Parcial I</b>
8	27 de abril al 2 de mayo	<u>Tema 6:</u>
9	4 al 9 de mayo	<u>Tema 6: y Tema 7:</u>
10	11 al 16 de mayo	<u>Tema 7:</u>
11	18 al 23 de mayo	<u>Tema 7: / Tema 8:</u>
12	25 al 30 de mayo	<u>Tema 8:</u>
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el Parcial II</b>
13	1 al 6 de junio	<u>Tema 9:</u>
14	8 al 13 junio	<u>Tema 9:</u>
15	15 al 20 de junio	<u>Tema 10:</u>
16	22 al 27 de junio	<u>Tema 10: / Tema 11:</u>
17	29 de junio al 4 de julio	<u>Tema 11:</u>
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el Parcial III</b>

Feriado: [semana 8] 1 de mayo.

## VI Evaluación:

Se realizarán tres exámenes parciales con los siguientes pesos: el primero 30%, el segundo 35% y el tercero 35% para obtener así la nota de aprovechamiento NA.

### Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si  $NA \geq 6,75$  el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5
- Si  $5,75 \leq NA < 6,75$ , el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.
- Si  $NA < 5,75$  pierde el curso.

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

### VII Calendario de exámenes:

Las fechas de las pruebas parciales (sujetas a la disponibilidad de aulas) son las siguientes:

Examen	Día	Hora
Parcial I	Sábado 2 de mayo	1 pm
Reposición parcial I	Miércoles 13 de mayo	1pm
Parcial II	Sábado 6 de junio	1 pm
Reposición parcial II	Miércoles 17 de junio	1 pm
Parcial III	Martes 7 de julio	1 pm
Reposición parcial III	viernes 10 de julio	1 pm
Ampliación	Viernes 17 de julio	1pm
Suficiencia	Miércoles 6 de mayo	9 am.

### Uso de calculadoras:

En los exámenes solamente se permitirán calculadoras científicas básicas o de menor potencia, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables. Tampoco se permite el uso del teléfono ni aparatos electrónicos similares.

**Disposiciones para la realización de las evaluaciones:** Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular, tabletas o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante los exámenes. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente.

El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA 1004. **No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.** Además, el estudiante debe traer un **cuadernillo de examen** y **bolígrafo de tinta azul o negra**, no se permitirán hojas sueltas. También es indispensable portar algún tipo de identificación (cédula, licencia de conducir o carné universitario con foto, vigentes) **de lo contrario no podrá efectuar la prueba.**

### **Exámenes de reposición:**

Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición, ***siempre que llenen la boleta de justificación*** (se pide en la secretaría de la Escuela de Matemática), adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero del coordinador de MA 1004 (casillero 05, segundo piso FM), en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba.

### **Calificación de exámenes:**

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

El estudiante tendrá derecho a reclamar ante el profesor lo que considere mal evaluado del examen, en los tres días hábiles posteriores a la finalización del plazo señalado en el inciso anterior.

En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el profesor y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante el Director de La Unidad Académica en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. El Director de la Unidad Académica, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.

Más detalles de los puntos anteriores y otros (como pérdida de exámenes, reclamos) el estudiante puede consultar el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

## **VIII Metodología y Recursos**

En las clases se utiliza la técnica expositiva con posibilidad de involucrar a los estudiantes y si es posible, usar recursos tecnológicos. Las clases se deben de complementar con trabajo individual por parte del estudiante para resolución de ejercicios y asimilación de la materia. También algunos profesores utilizan la plataforma institucional **Mediación Virtual** en modalidad virtual baja. Bajo el nombre **I-S-2020-RRF-Cátedra de Álgebra Lineal-000**, se encuentra la página del curso MA-1004. En ese sitio se publicarán anuncios pertinentes al curso, y además, se pueden encontrar documentos útiles como prácticas, exámenes de semestres anteriores, la carta al estudiante, notas de clase, etc. Para ingresar a esta plataforma, se debe usar la información del correo institucional **nombreapellidos@ucr.ac.cr**.

## **IX Objetivos de evaluación**

### **1- Matrices**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer una matriz, establecer su dimensión, identificar sus filas y sus columnas, referirse a sus elementos de acuerdo al puesto que ocupan en la matriz.
- Clasificar una matriz como cuadrada, triangular inferior, triangular superior, o diagonal.
- Calcular la matriz transpuesta de una matriz, e identificar si una matriz dada es simétrica o antisimétrica.
- Determinar cuándo es posible sumar dos matrices.

- Sumar matrices, multiplicar matrices por números reales, identificar la matriz nula como elemento neutro de la suma de matrices.
- Determinar en cuales casos es posible multiplicar dos matrices.
- Multiplicar matrices y conocer la no conmutatividad del producto de matrices.
- Identificar a la matriz identidad como elemento neutro para la multiplicación de matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la multiplicación de matrices: asociatividad, distributividad respecto de la suma de matrices, producto de un escalar por el producto de dos matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la trasposición de matrices en relación con la suma y el producto de matrices y la multiplicación por escalar.
- Conocer el concepto de inverso multiplicativo de una matriz y su unicidad, cuando exista la matriz inversa.
- Determinar en qué casos una matriz cuadrada tiene inversa.
- Calcular la inversa de una matriz, cuando esta exista.
- Resolver ecuaciones matriciales, aplicando las propiedades algebraicas de la suma y la multiplicación, de la transposición y de la inversión de matrices.
- Identificar el producto de una matriz por un vector columna como una combinación lineal de las columnas de dicha matriz.

## **2- Sistemas de ecuaciones lineales**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Determinar si una ecuación dada es lineal o no, respecto de las variables involucradas.
- Identificar la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales.
- Escribir un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial (matriz aumentada).
- Aplicar operaciones elementales a las filas de la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales para obtener el conjunto solución del sistema.
- Expresar, adecuadamente, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Calcular la forma escalonada reducida de una matriz.
- Determinar si dos matrices dadas son equivalentes por filas.
- Determinar el rango fila de una matriz.
- Determinar si un sistema de ecuaciones lineales es inconsistente, comparando los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada del sistema.
- Estudiar sistemas de ecuaciones lineales, homogéneos o no, con coeficientes alfa numéricos, determinando condiciones algebraicas sobre los coeficientes para que el sistema sea inconsistente, o tenga solución única, o tenga infinitas soluciones y en este último caso determinar el número de parámetros libres de los cuales depende el conjunto solución del sistema.

## **3- Determinantes:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Calcular el determinante de una matriz  $2 \times 2$ .
- Calcular el determinante de una matriz triangular.
- Conocer las propiedades del determinante de una matriz respecto a las operaciones elementales sobre sus filas o sus columnas.
- Aplicar operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz para llevarla a forma triangular y calcular su determinante.
- Conocer y aplicar la linealidad por filas (columnas) del determinante de una matriz.



- Conocer y aplicar las propiedades del determinante respecto a la multiplicación y la trasposición de matrices.
- Calcular el determinante de la matriz inversa de una matriz dada, invertible.
- Determinar, calculando el determinante, si una matriz cuadrada dada es invertible o no.
- Conocer y aplicar la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con igual número de ecuaciones que de variables y matriz de coeficientes invertible.
- Determinar la inversa usando la matriz adjunta.

#### **4- Geometría vectorial:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Interpretar flechas entre puntos de  $\mathbb{R}^n$  como vectores.
- Interpretar geoméricamente la suma de dos vectores y el producto de un escalar por un vector.
- Calcular el producto punto de dos vectores y la norma de un vector.
- Determinar el coseno del ángulo formado por dos vectores.
- Conocer y aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz.
- Determinar la proyección ortogonal de un vector sobre otro.
- Calcular el producto vectorial de dos vectores en  $\mathbb{R}^3$  y conocer sus propiedades algebraicas.
- Aplicar el producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$  para calcular áreas de paralelogramos y volúmenes de paralelepípedos.
- Interpretar el valor absoluto del determinante de una matriz  $3 \times 3$  como el volumen del paralelepípedo formado por sus vectores fila.
- Aplicar los conceptos de la geometría vectorial para resolver problemas geométricos.

#### **5- Rectas y planos:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Determinar una ecuación vectorial para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar ecuaciones paramétricas para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar ecuaciones simétricas para una línea recta en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar una ecuación vectorial para un plano en  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinar una ecuación normal para un plano en  $\mathbb{R}^3$ .
- Generalizar el concepto de ecuación normal para un plano en  $\mathbb{R}^3$  al concepto de hiperplano en  $\mathbb{R}^n$ .
- Determinar intersecciones entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.
- Determinar la distancia entre dos puntos de  $\mathbb{R}^n$ .
- Determinar la distancia entre un punto y una línea recta, entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.
- Resolver problemas geométricos relacionados con líneas rectas y planos.

#### **6- Espacios vectoriales:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer la estructura algebraica de espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ .

- Determinar si una estructura algebraica dada, sobre un conjunto, lo hace espacio vectorial o no.
- Reconocer a  $\mathbb{R}^n$ , al conjunto de matrices de dimensión  $m \times n$ , al conjunto de polinomios de grado menor o igual que  $n$ , a conjuntos de funciones de valor real definidos adecuadamente y a otras estructuras conocidas por los estudiantes, como espacios vectoriales sobre  $\mathbb{R}$ .
- Conocer las propiedades algebraicas básicas de un espacio vectorial.
- Determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un subespacio vectorial.
- Reconocer subespacios formados por las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores de un espacio vectorial.
- Hallar un conjunto generador de vectores para un subespacio vectorial dado.
- Conocer el concepto de base y dimensión de un espacio vectorial.
- Hallar bases para los espacios fila y columna de una matriz.
- Hallar bases para subespacios generados por un conjunto de vectores conocidos.
- Determinar el vector coordenado de un vector de un espacio vectorial, con respecto a una base fija.
- Determinar condiciones para que un conjunto de vectores, que dependen de uno o más parámetros, sea linealmente independiente.

#### **7- Ortogonalidad y proyecciones:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Reconocer un conjunto ortogonal de vectores de un espacio vectorial con producto interno o escalar.
- Reconocer un conjunto ortonormal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.
- Determinar el complemento ortogonal de un subespacio dado.
- Obtener la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.
- Obtener una base ortonormal a partir de una base dada de un subespacio. (Proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt.)

#### **8- Transformaciones lineales:**

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer el concepto de transformación lineal y sus propiedades básicas.
- Determinar si una función dada entre dos espacios vectoriales es una aplicación o transformación lineal.
- Reconocer los subespacios vectoriales núcleo e imagen de una transformación lineal.
- Obtener bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- Determinar completamente una transformación lineal, a partir de las imágenes de los elementos de una base de su dominio.
- Determinar si una transformación lineal es inyectiva.
- Determinar si una transformación lineal es sobreyectiva.
- Conocer y aplicar la relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- Conocer que la suma de transformaciones lineales, la multiplicación por escalar de una transformación lineal y la composición de transformaciones lineales es una transformación lineal.
- Reconocer que toda matriz de dimensión  $m \times n$  determina una transformación lineal de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ .

- Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  con respecto a las bases canónicas, e identificar la acción de la transformación lineal como una multiplicación de una matriz por un vector.
- Obtener una representación matricial para una aplicación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  con respecto a bases dadas para el dominio y el producto de matrices.
- Reconocer una representación matricial de la transformación identidad, como una matriz de cambio de base.
- Obtener distintas representaciones matriciales de una transformación lineal, mediante multiplicación por matrices de cambio de base.
- Determinar si una aplicación lineal es invertible y en caso afirmativo obtener la transformación lineal inversa.
- Conocer la relación entre transformaciones lineales invertibles y matrices invertibles y aplicarlo a obtener inversas de aplicaciones lineales inyectivas.

### 9- Valores y vectores propios: Diagonalización

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer los conceptos de valor y vector propio de una matriz cuadrada.
- Calcular el polinomio característico de una matriz cuadrada.
- Identificar los valores propios de una matriz cuadrada con las raíces de su polinomio característico.
- Conocer el concepto de espacio propio correspondiente a un valor propio.
- Determinar los espacios propios correspondientes a los distintos valores propios de una matriz cuadrada, obteniendo una base para cada uno de tales espacios propios.
- Identificar la multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
- Determinar si una matriz dada  $A$  es diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz invertible  $C$  tal que  $C^{-1}AC$  sea diagonal.
- Determinar si una matriz dada  $A$  es ortogonalmente diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz ortogonal  $P$  tal que  $P^tAP$  sea diagonal.
- Conocer que una matriz real es ortogonalmente diagonalizable si y solo si es simétrica.

### 10- Curvas y superficies cuadráticas:

Al concluir esta sección el estudiante estará en capacidad de:

- Conocer el concepto de forma cuadrática.
- Expresar una forma cuadrática en forma matricial. (Representada por una matriz simétrica)
- Eliminar los términos mixtos de una forma cuadrática, mediante la diagonalización ortogonal de la matriz asociada y un cambio de variables apropiado.
- Aplicar la diagonalización ortogonal de las formas cuadráticas a la representación, en forma canónica, de las secciones cónicas.
- Dada una ecuación cuadrática en dos variables, identificar la sección cónica correspondiente, llevarla a una representación canónica y representarla gráficamente, dibujando, en un mismo gráfico, los ejes correspondientes a las variables originales, los ejes correspondientes a la transformación efectuada para llevar la sección cónica a su forma canónica; e indicar el valor del ángulo de rotación de los ejes originales (si hay rotación).
- Dada una ecuación cuadrática en tres variables, identificar la superficie cuadrática correspondiente, llevarla a una ecuación canónica, e indicar el valor de los ángulos de rotación de los ejes originales (si hay rotación) respecto de cada uno de los nuevos ejes.

## **X Horas de consulta de los profesores de MA 1004:**

Marco Alfaro C.

L: 16-19

J: 16-17

V: 9-10

En la Oficina 330 Edificio Anexo, Finca 2.

Miguel Alpízar Roldán:

K: 16:00-18:50 ;

V: 17:00-18:50

250 IF

Pedro Díaz Navarro:

L: 10:00 a.m a 12:00 m;

K: 10:00 am a 12 m;

J: 9:00 am a 12 m

Oficina 436 FM

Oscar Roldán Santamaría:

L: 9-11 y 16-17

J: 14-16 en oficina 423 FM

Olman Trejos Martínez:

L: 14:00 - 16:00

K: 10:00 - 11:00

V: 09:00 - 10:00 ECCE- 256 IF

David Vallejos Meléndez:

L: de 10am a 12md y de 5pm a 7pm.

J: de 5pm a 6pm.

V: de 9:30am a 12md.

Oficina: 263 IF.

Mario Villalobos Arias:

L, J: 6 a 7 pm, oficina 6 del CIMPA

Carlos Enrique Azofeifa Z:

K: 10 a 12m

V: 9 a 12m. Oficina 420 FM.

Fabián Gutiérrez Fallas:

L: 8 am - 10:30 am

J: 9 am - 10 am

J: 2 pm - 3 pm Oficina 424 FM.

Félix Núñez Vanegas:

K: 9 a 11am y V: 9:50 a 10:20. Oficina por definir

Luis Acuña:

V: 14- 16:30 251 IF

**XI Profesores y grupos de MA-1004:**

<b>MA1004 - Álgebra Lineal</b>			
<b>Grupo</b>	<b>Horario</b>	<b>Aula</b>	<b>Profesor</b>
1	K 07:00-09:50	302 AU	Carlos Azofeifa Zamora
	V 07:00-08:50	302 AU	
2	L 07:00-09:50	222 AU	Pedro Díaz Navarro
	J 07:00-08:50	222AU	
3	L 11:00-12:50	202 AU	Fabián Gutiérrez Fallas
	J 10:00-12:50	202 AU	
4	L 11:00-12:50	205 AU	Oscar Roldán Santamaría
	J 10:00-12:50	205 AU	
5	L 13:00-15:50	101 IN	Pedro Díaz Navarro
	J 13:00-14:50	101 IN	
6	K 07:00-08:50	220 AU	Félix Núñez Vanegas
	V 07:00-09:50	330 AU	
7	L 13:00-14:50	405 FC	Marco Alfaro Carranza
	J 13:00-15:50	405 FC	
8	L 11:00-12:50	210 AU	Luis Gmo Acuña Valverde
	J 10:00-12:50	301 AU	
9	L 17:00-18:50	203 FC	Miguel Alpízar Roldán
	J 16:00-18:50	203 FC	
10	L 19:00-21:50	204 FC	Mario Villalobos Arias
	J 19:00-20:50	204 FC	
11	K 11:00-12:50	102 IN	Olman Trejos Martínez
	V 10:00-12:50	102 IN	
12	K 10:00-12:50	203 AU	Marco Alfaro Carranza
	V 11:00-12:50	203 AU	
13	K 13:00-15:50	305 IN	Carlos Enrique Azofeifa Z
	V 13:00-14:50	305 IN	
14	K 13:00-14:50	405 IN	Alvin David Vallejos M
	V 13:00-15:50	405 IN	
15	K 13:00-14:50	203 AU	Miguel Alpízar Roldán
	V 13:00-15:50	203 AU	
16	K 16:00-18:50	404 FC	Alvin David Vallejos M
	V 17:00-18:50	404 FC	

## XI Referencias:

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

1. Anton, H. (2004) *Introducción al Álgebra Lineal*. Quinta edición. Limusa. México.
2. Arce, C, Castillo, W y González, J. (2004) *Álgebra lineal*. Tercera edición. UCR. San Pedro.
3. Del Valle, Juan C. (2012) *Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias*. Mc Graw Hill. México.
4. Hill, R. (1996) *Álgebra Lineal Elemental con Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
5. Howard, A. (1992) *Introducción al Álgebra lineal*. Tercera edición. Limusa. México.
6. Grossman, S. (1996) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Quinta edición. Mc Graw Hill. México.
7. Grossman, S-Flores, José. (2012). *Álgebra lineal*. Mc Graw Hill. México.
8. Lay, D. (2012) *Álgebra Lineal y sus aplicaciones*. Cuarta edición. Pearson. México.
9. Noble, D. (1989) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
10. Pita, Claudio. (1991) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.
11. Sánchez, Jesús. *Álgebra lineal fundamental: teoría y ejercicios*. Editorial UCR, 2020.
12. Sánchez, Jesús. *MA1004 álgebra lineal: Exámenes resueltos*. En revisión, 2020.

Se recomiendan como libros guía de MA-1004: 2. , 11. y 12. 8. Es un libro excelente para aplicaciones.

Esta Carta al Estudiante estará disponible en la página de la Escuela de Matemática y en Mediación Virtual, para los estudiantes interesados en obtenerla para su consulta.

Atentamente:

Prof: Carlos Enrique Azofeifa Zamora. Coordinador.

Oficina 420 FM, extensión 6580

Correos: enrique\_a\_z@hotmail.com

carlos.azofeifazamora@ucr.ac.cr

Casillero: 05

Departamento de Matemática Aplicada

Universidad de Costa Rica

Sede Rodrigo Facio

Tel: (506) 2511-6555

<http://www.emate.ucr.ac.cr>

[aplicada.em@ucr.ac.cr](mailto:aplicada.em@ucr.ac.cr)

