



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias Básicas
Escuela de Matemática
Departamento de Matemática Aplicada

EMat Escuela de
Matemática

MA1021 CÁLCULO I PARA CIENCIAS ECONÓMICAS

CARTA AL ESTUDIANTE

I CICLO 2020

Tipo de curso: Teórico

Carga académica: 4 créditos

Requisitos: MA-0001 Precálculo

Modalidad: Semestral

Horas lectivas por semana: 5

Correquisitos: Ninguno

Estimado y estimada estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-1021 Cálculo I para Ciencias Económicas. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, parte de la bibliografía propuesta, cronograma, horario del curso y de consulta de los profesores de la cátedra. Se utilizará la plataforma Mediación Virtual (<https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>) como uno de los medios de comunicación oficial de esta cátedra.

I. Aspectos generales del curso

Descripción del curso y objetivos generales

El objetivo principal de este curso es el estudio de los conocimientos básicos del cálculo diferencial e integral en una variable, cuyo propósito es que el estudiante los utilice en la resolución de problemas matemáticos; en algunas ocasiones, contextualizados en las Ciencias Económicas. Así, durante este curso se espera que el estudiante se capaz de:

1. Aplicar las funciones de variable real para modelar y resolver problemas propios de su área de estudio.
2. Utilizar el cálculo diferencial en una variable como herramienta en la solución de problemas.
3. Utilizar el cálculo integral en una variable como herramienta en la solución de problemas.

Este es un curso de **cuatro créditos** y cinco horas semanales lectivas. Por lo que, se recomienda dedicar al menos doce horas semanales, fuera del horario de clase, al estudio y desarrollo de la teoría y ejercicios propuestos. El aprendizaje de los conceptos y el desarrollo de habilidades en el curso MA-1021 requiere de gran cantidad de práctica y dedicación de su parte, así como el repaso de conceptos, definiciones y teoremas.

Los contenidos y habilidades matemáticas adquiridos durante la educación secundaria son esenciales para un buen desarrollo en el curso. Si usted considera que tiene deficiencias en algunos de ellos, es importante que dedique tiempo adicional a su estudio y potencialización.

Apoyo adicional a las clases:

1. Al final de este documento encontrará las horas consulta de los profesores de la cátedra. Puede asistir a la que le resulte conveniente, este es un espacio que el docente ofrece para que los estudiantes aclaren dudas que surgieron en el momento de estudio.
2. En la plataforma institucional mediacionvirtual.ucr.ac.cr puede revisar diversos documentos y material de apoyo para complementar su estudio.
3. En los Estudiaderos, bajo la coordinación del Centro de Asesoría Estudiantil (CASE), encontrará asistentes capacitados para aclarar sus dudas respecto a los contenidos del curso. Se realizarán los miércoles de 9:00 a.m. a 6:00p.m. en el aula 102 de FM. Para obtener más detalles diríjase al CASE de Ciencias Básicas, ubicado en el segundo piso del edificio de Física-Matemática.

Publicación de información importante:

Las horas de consulta de cada profesor de la cátedra, las aulas asignadas para la realización de las pruebas, así como cualquier otra información importante del curso, se publicará en Mediación Virtual (mediacionvirtual.ucr.ac.cr) y en la pizarra de MA1021, que se ubica en el pasillo del segundo piso del edificio de Física-Matemática.

II. Objetivos

En sintonía con los objetivos generales, durante este curso se espera que el estudiante se capaz de:

1. Formular y resolver problemas propios de su área utilizando las funciones de variable real.
2. Resolver problemas propios de su área aplicando las progresiones (aritméticas y geométricas).
3. Calcular límites de funciones de variable real, aplicando las principales propiedades de los mismos
4. Reconocer cuándo una función es continua en un punto o en un conjunto.
5. Calcular derivadas de funciones en una variable, tanto por medio de la definición como por reglas de derivación.
6. Construir gráficas de funciones elementales utilizando el cálculo diferencial.
7. Resolver problemas propios de su área de estudio utilizando la derivación como herramienta.
8. Calcular integrales definidas e indefinidas mediante el uso de diferentes métodos.
9. Calcular áreas entre curvas utilizando la integral definida.
10. Determinar la convergencia o divergencia de integrales impropias de primera especie, por métodos elementales.

III. Contenidos**TEMA 1: Aplicación de funciones y progresiones**

Costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, curva de oferta, curva de demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado). Progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple e interés compuesto. Resolución de problemas.

TEMA 2: Límites y continuidad

(a) **Límites:** Concepto de límite y sus propiedades, incluyendo límites laterales. Cálculo de límites de las formas $\frac{0}{0}$, $+\infty - \infty$, $0 \cdot \pm\infty$, $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$, por diferentes métodos (a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable, definición de valor absoluto). Cálculo de límites en funciones de criterio dividido y a partir de gráficas. Límites infinitos, límites al infinito, asíntotas (verticales, horizontales, oblicuas).

(b) **Continuidad:** Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio y sus propiedades algebraicas.

TEMA 3: Derivación

(a) **Derivadas:** Cálculo de derivadas por definición. La derivada como una razón de cambio. Reglas de derivación (incluye regla de la cadena y derivación implícita). Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivadas de orden superior.

(b) **Extremos de una función:** Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada.

(c) **Aplicaciones de la derivada a las Ciencias Económicas:** Trazado de curvas (incluye el estudio de asíntotas). Problemas de optimización. Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro. El Teorema de L'Hôpital para calcular límites.

TEMA 4: Integración en una variable

(a) **La integral:** Antiderivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Problemas con condiciones iniciales. Integral definida y sus propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo. Técnicas de integración: sustitución, integración por partes, fracciones simples. Valor promedio de una función.

(b) **Aplicaciones:** Área entre curvas. Excedente del consumidor y del productor.

(c) **Integrales impropias:** Integrales impropias de primera, segunda y tercera especie: definición, análisis de la convergencia usando la definición.

IV. Metodología

En las sesiones de clase se dispondrá de espacios para desarrollo de la teoría y aplicación de los conceptos mediante el planteamiento de ejemplos o ejercicios. Por ejemplo, en algunos momentos el docente explica la teoría o ejemplos, mediante la discusión con los estudiantes. En otros momentos, asigna uno o varios ejercicios para que los estudiantes trabajen en forma individual o grupal. Luego, si es necesario, se discute el trabajo destacando ideas o conceptos centrales.

V. Evaluación

Para alcanzar los objetivos propuestos, se propone un seguimiento formativo del progreso de estudio. Particularmente, el estudiante debe cuestionar constantemente sus prácticas en el momento de estudio. Además, el docente efectuará evaluaciones diagnósticas orales que garanticen los conocimientos previos necesarios para el estudio de los temas. La evaluación sumativa se llevará a cabo al finalizar ciertos contenidos, con el propósito de medir el alcance de los objetivos propuestos. Para tal efecto se realiza la siguiente distribución:

| RUBRO | PORCENTAJE |
|---|------------|
| Tres exámenes parciales con el mismo valor porcentual | 80 % |
| Tres exámenes cortos con el mismo valor porcentual | 20 % |

Reporte de la nota final

Con las calificaciones obtenidas por el estudiante se calculará su nota de aprovechamiento (*NA*) en una escala de 0 a 10. De acuerdo con esa nota se tienen tres posibilidades:

- i. Si $NA \geq 6,75$ el estudiante aprueba el curso.
- ii. Si $5,75 \leq NA < 6,75$ el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7,0 para aprobar el curso. En caso de aprobar dicho examen se le reportará 7,0 como nota final, de lo contrario se le reportará 6,0 ó 6,5, según corresponda.
- iii. Si $NA < 5,75$ el estudiante reprueba el curso.

Según lo establecido en el **Artículo 25 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil**, la calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente “punto veinticinco” (,25) o “ punto setenta y cinco” (,75) , deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar el curso.

Exámenes parciales

Se proyecta la realización de tres exámenes parciales. Las fechas asignadas para cada prueba se detallan en la siguiente tabla. Es importante aclarar que estas fechas son provisionales y su ratificación o variación dependen de la ubicación en el calendario general de exámenes de la Facultad de Ciencias. Se le sugiere pasar con frecuencia a la **pizarra del curso** (ubicada en el pasillo del segundo piso del edificio de Física-Matemática) para confirmar la fecha y hora de cada prueba, consultarlo a su profesor, o bien, verificar en Mediación Virtual.

| Examen | Fecha | Hora |
|-------------------------|-----------------------|-----------|
| Suficiencia | Miércoles 06 de mayo | 9:00 a.m. |
| I Parcial | Miércoles 15 de abril | 8:00 a.m. |
| Rep. I Parcial | Miércoles 22 de abril | 8:00 a.m. |
| II Parcial | Sábado 23 de mayo | 8:00 a.m. |
| Rep. II Parcial | Miércoles 03 de junio | 8:00 a.m. |
| III Parcial | Martes 07 de julio | 8:00 a.m. |
| Rep. III Parcial | Viernes 10 de julio | 8:00 a.m. |
| Ampliación | Miércoles 15 de julio | 8:00a.m. |

Todo estudiante debe realizar sus exámenes **en el grupo en que está matriculado**. Para tener derecho a realizar la prueba el estudiante **debe presentar una identificación con foto**: cédula de identidad, carné de la UCR, pasaporte o licencia de conducir, **en buen estado**.

En ninguna de las pruebas se permitirá el uso de calculadoras programables, graficadoras ni que realicen cálculo simbólico. Además, se debe llevar un cuaderno de examen que debe estar en blanco, sin anotar fórmulas hasta que el aplicador del examen lo revise. Puede hacer las anotaciones que desee en el enunciado del examen que se le entregará al inicio.

Objetivos específicos por examen parcial

A continuación se detallan los objetivos específicos que se espera que logren los estudiantes, organizados por examen parcial. Los mismos son considerados para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

I PARCIAL

1. Utilizar funciones de variable real en la formulación y resolución de problemas que involucren los conceptos de costos totales, componentes del costo total, costo medio, ingresos totales, utilidad, punto de equilibrio de una empresa, curvas de oferta y de demanda, punto de equilibrio de mercado.
2. Resolver problemas en los que se requiere el uso de progresiones aritméticas y geométricas, por ejemplo, de interés simple o compuesto.
3. Calcular límites (incluye laterales) a partir de la gráfica de una función, tanto en valores puntuales como al infinito.
4. Calcular límites de las formas $0/0$, $-$, 0 , $/$, por diferentes métodos: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, sustitución, con definición de valor absoluto.
5. Calcular límites laterales, infinitos y al infinito. Calcular límites en funciones de criterio partido, funciones elementales. En caso de que el límite no exista, argumentar las razones que sustenten tal afirmación.
6. Determinar la ecuación de asíntotas horizontales y verticales de una función.

II PARCIAL

1. Analizar la continuidad de una función en un punto.
2. Determinar los valores de parámetros para que una función sea continua en todo su dominio.
3. Determinar las discontinuidades (incluye clasificarlas) de una función dado su criterio o gráfica.
4. Calcular la primera derivada, utilizando la definición de derivada (inclusive derivada puntual).
5. Determinar los valores de parámetros para que una función sea derivable en todo su dominio.
6. Determinar ecuaciones para las rectas tangente y normal a una curva derivable en un punto.
7. Calcular derivadas (inclusive de orden superior) de funciones algebraicas, exponenciales y logarítmicas, usando las reglas de derivación correspondientes. Incluye la Regla de la Cadena, derivación implícita y logarítmica.
8. Identificar valores extremos (absolutos y relativos) a partir una gráfica.
9. Determinar los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado.
10. Relacionar el signo de la primera derivada con la monotonía de la función y el signo de la segunda derivada con la concavidad.
11. Conocer y aplicar correctamente los criterios de la primera y la segunda derivada para determinar extremos relativos.
12. Determinar valores críticos y puntos de inflexión de una función.
13. Resolver problemas vinculados con valores críticos y puntos de inflexión.
14. Determinar asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función a partir de su criterio.

15. Graficar funciones a partir del estudio completo (dominio, intersecciones con los ejes, análisis de monotonía, puntos críticos, análisis de concavidad, puntos de inflexión, análisis de asíntotas, cuadro resumen). El estudio completo puede ser dado o se solicita elaborarlo de forma parcial.
16. Resolver problemas que involucren los conceptos: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.

III PARCIAL

1. Resolver problemas de optimización de funciones de una variable con una restricción. Aquí se contemplan funciones de área y perímetro para cuadrados y rectángulos; además de costos, ingresos y utilidades.
2. Calcular límites aplicando la regla de L'Hôpital.
3. Calcular integrales indefinidas mediante las reglas básicas de integración.
4. Resolver problemas con condiciones iniciales.
5. Extender los algoritmos de integración a integrales definidas. Su relación con el Teorema Fundamental del Cálculo.
6. Aplicar las reglas de integración: sustitución, por partes y fracciones parciales.
7. Calcular el valor promedio de una función.
8. Calcular el área comprendida entre curvas.
9. Aplicar los conceptos de integración al excedente del consumidor y del productor.
10. Determinar la convergencia de integrales impropias de primera segunda y tercera especie, utilizando la definición.

Ausencias a los exámenes

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (**con dictamen médico que indique la situación que le incapacita a realizar la prueba, no solo comprobante de asistencia**), haber presentado dos exámenes el mismo día o choque de exámenes (**con constancia del coordinador respectivo**), la muerte de un pariente hasta segundo grado de consanguinidad (**acta de defunción**), o casos de giras (**reportadas por escrito donde conste su participación**) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo.

En cualquier caso, el estudiante debe descargar la boleta de solicitud de reposición en emate.ucr.ac.cr y llenar **todos los datos que se le solicitan con letra legible**. Además, debe anexar los documentos que justifican el motivo de su ausencia. Dichos papeles deben ser entregados al profesor del curso de forma presencial o en el casillero respectivo; durante los primeros **tres días hábiles** después de haberse realizado el examen, a excepción de la reposición del tercer parcial, cuya justificación debe ser entregada antes de la fecha establecida en el punto anterior de este documento.

Si el estudiante no se presenta a la realización de la prueba en la fecha y hora establecida por olvido o desconocimiento de cuándo y dónde sería efectuada, o bien, se presenta 30 minutos después de haberse iniciado; no se le aplicará una reposición del examen, por lo que la calificación correspondiente a dicho parcial será cero.

Justificación de una ausencia por haberse presentado a realizar el examen de MA-1021

Si el estudiante debe justificar la ausencia a un examen u otra actividad por presentarse a realizar una prueba de MA-1021, debe descargar la boleta para tal fin en emate.ucr.ac.cr, **llenarla con todos los datos que se solicitan y llevarla el día de la aplicación de la prueba** para que el profesor la autorice. Posteriormente, debe llevarse nuevamente a la secretaría de la Escuela de Matemática para que la **sellen**.

Exámenes cortos

Los exámenes cortos serán efectuados, a convenir con el profesor, durante las semanas 4, 8 y 13 (ver cronograma) y la materia que se evaluará será notificada por el docente en el momento oportuno.

En caso de que algún estudiante no pueda presentarse a realizar un examen corto por una razón justificable (como se señala en el apartado de ausencias a los exámenes) podrá hacer una solicitud de reposición ante su profesor, con la presentación de la boleta y los documentos que justifican su ausencia. En caso de que el docente autorice la reposición, éste asignará una fecha para la aplicación de la prueba, la cual debe ser realizada a más tardar cuatro días naturales después de la fecha en que se efectuó la prueba corta ordinaria.

Examen de ampliación

Como se mencionó anteriormente, aquellos estudiantes cuya nota de aprovechamiento sea inferior a 6,75 pero mayor o igual a 5,75 podrán realizar el examen de ampliación. **Al estudiante se le evaluarán los contenidos correspondientes a el o los exámenes con calificación por debajo de 7.**

Disposiciones para la realización de pruebas escritas

1. Se debe presentar una **identificación con foto**: cédula de identidad, carné de la UCR, pasaporte o licencia de conducir, **en buen estado**.
2. Deben realizarse de manera individual.
3. Las pruebas **deben realizarse en un cuaderno de examen**, sin utilizar hojas sueltas, en forma ordenada, e indicando todas las justificaciones y pasos necesarios en cada respuesta.
4. Se debe resolver todo el examen utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble. Si la solución de un ejercicio tiene partes en lápiz, con tachones o líquido corrector, podría afectarle en caso de reclamos posteriores en ese ejercicio.
5. Debe **llevar todos los materiales que necesite**, tales como bolígrafo (con los requisitos señalados antes), lápiz, borrador, tajador y regla, puesto que no se permite el préstamo de ningún tipo de instrumento durante la realización de la prueba.
6. No se permite el ingreso de estudiantes a realizar la prueba después de **treinta minutos** de haberse iniciado la misma, como tampoco se podrá abandonar el recinto de examen en ese periodo de tiempo (salvo casos de fuerza mayor).
7. **No se permite el uso de calculadoras programables ni graficadoras, celulares o cualquier otro aparato electrónico**. En caso de portar alguno, debe apagarlo antes de que inicie la prueba.
8. Se recomienda utilizar el servicio sanitario (si se necesita) antes de iniciarse la prueba. En caso de tener que utilizarlo durante la aplicación, debe **solicitar permiso a la persona encargada del cuidado de la prueba y esperar a que se autorice su salida, cerrar su cuaderno de examen y dejar su teléfono celular apagado encima del pupitre**.
9. **No se contestan preguntas** durante la administración del examen, salvo que éstas se refieran al formato del mismo.

Calificación de exámenes

El profesor del grupo debe entregar a los alumnos los exámenes calificados, a más tardar diez días hábiles después de haberse realizado la prueba.

La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de su aprovechamiento o, a criterio del estudiante, a repetir el examen.

El estudiante tiene derecho a reclamar ante el profesor lo que considere mal evaluado del examen, en los tres días hábiles posteriores a la finalización del plazo señalado. El profesor deberá atender la petición en un plazo no mayor a cinco días hábiles.

Los promedios finales serán colocados por el profesor en la pizarra del curso. Junto a los mismos no aparecerá el nombre de los estudiantes, solamente el número de carné.

VI. Cronograma del curso

| S | FECHAS | CONTENIDOS |
|---|---------------------------|---|
| 1 | 09 al 13 de marzo | Presentación del curso y lectura de los elementos más importantes de la Carta al Estudiante. Costo total, componentes del costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, oferta, demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado), curvas de oferta y curvas de demanda. |
| 2 | 16 al 20 de marzo | Progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple e interés compuesto. Resolución de problemas. |
| 3 | 23 al 27 de marzo | Concepto de límite y sus propiedades, incluyendo límites laterales. Cálculo de límites de las formas $\frac{0}{0}$, $+\infty - \infty$, $0 \cdot \pm\infty$, $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$, por diferentes métodos (a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable), definición de valor absoluto. Cálculo de límites en funciones de criterio dividido y a partir de gráficas. |
| 4 | 30 de marzo al 3 de abril | Límites infinitos, límites al infinito, asíntotas lineales (verticales, horizontales). Primer Examen Corto |
| * | 6 al 10 de abril | Semana Santa |
| 5 | 13 al 17 de abril | Repaso de los contenidos para el I Examen Parcial. Miércoles 15 de abril: Primer Parcial (8:00 a.m.) Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio. Clasificación de las discontinuidades. |
| 6 | 20 al 24 de abril | Continuación de la semana anterior (continuidad). Cálculo de derivadas por definición. La derivada como una razón de cambio. Recta tangente. Reglas de derivación (incluye regla de la cadena y derivación implícita). Relación entre continuidad y derivabilidad. |
| 7 | 27 de abril al 1 de mayo | Derivadas de orden superior. Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable, la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada. |
| 8 | 4 al 8 de mayo | Trazado de curvas (incluye el estudio de asíntotas lineales). Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Segundo Examen Corto |

| | | |
|----|------------------------------|--|
| 9 | 11 al 15 de mayo | Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro. |
| 10 | 18 al 22 de mayo | Repaso de los contenidos para el II Examen Parcial. Sábado 23 de mayo: Segundo Parcial (8:00 a.m.) |
| 11 | 25 al 29 de mayo | Problemas de optimización de funciones de una variable. El teorema de L'Hôpital para calcular límites. |
| 12 | 1 al 5 de junio | Antiderivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Integración por sustitución. Problemas con condiciones iniciales. Integral definida y sus propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo. |
| 13 | 8 al 12 de junio | Integración por partes. Integrales por fracciones parciales o simples. Tercer Examen Corto |
| 14 | 15 al 19 de junio | Continuación de la semana anterior. Integrales con valor absoluto. Valor promedio de una función. Área entre curvas. Excedente del consumidor y del productor. |
| 15 | 22 al 26 de junio | Excedente del consumidor y del productor. Integrales impropias. Integrales impropias de primera, segunda y tercera especie: definición, análisis de la convergencia usando la definición. |
| 16 | 29 de junio al 3 de julio | Integrales impropias de primera, segunda y tercera especie: definición, análisis de la convergencia usando la definición. Repaso de los contenidos para el III Examen Parcial |
| * | Martes 7 de julio | Tercer Parcial (8:00 a.m.). |
| * | Miércoles 15 de julio | Examen de Ampliación (8:00a.m.). |

VII. Referencias Bibliográficas

El libro recomendado es “*Matemáticas para Administración y Economía*”, cuyos autores son Ernest F. Haeussler, Jr. Richard S. Además, puede complementar su estudio consultando cualquier texto de Cálculo en una variable. Sin embargo, debe tener presente que el enfoque y el orden de los temas puede variar de un libro a otro.

A continuación se le sugieren algunos textos para consulta, los cuales puede revisar en la biblioteca Luis Demetrio Tinoco o en internet.

Referencias

- [1] ACUÑA, L. y CALDERÓN, C. (2010). *Ejercicios de Matemáticas para administración, Cálculo*. Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- [2] AGÜERO, E. y FALLAS, J. (2011). *Introducción al Cálculo en una variable*. 1da edición, Cartago: ET.
- [3] ARAYA, J. y LARDNER, R. (2002). *Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía*. 4ta edición, México: Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A.
- [4] ÁVILA, J. (2003). *Ejercicios de Cálculo: límites, derivadas e integrales*. 3da edición, Cartago: ET.
- [5] EDWARDS, C y PENNEY, D. (1999). *Cálculo y Geometría Analítica*. 2da edición, México: Mc Grw Hill.

Nota: Cualquier otro aspecto que no se haya tomado en cuenta en este documento, será sometido a consideración del profesor para su solución.

VIII. Anexo: Horarios de consulta

En la siguiente tabla se detallan los horarios y aulas que los profesores de la cátedra disponen para consulta durante el I Ciclo del 2020.

| Grupo | Horario | Aula | Profesor | Consulta | Oficina |
|-------|---------------------|--------|--------------------------|----------------------|----------------|
| 1 | L 07 : 00 – 08 : 50 | 303 AU | Jiménez Cubero Douglas | L 13 : 00 – 15 : 00 | 319 CIMPA |
| | J 07 : 00 – 09 : 50 | 303 AU | | K 13 : 00 – 16 : 30 | |
| 2 | L 10 : 00 – 12 : 50 | 303 AU | Méndez Gómez Héctor | L 14 : 30 – 19 : 00 | |
| | J 11 : 00 – 12 : 50 | 303 AU | | V 16 : 00 – 19 : 00 | |
| 3 | L 13 : 00 – 14 : 50 | 329 AU | Solano Herrera Byron | K 13 : 00 – 17 : 00 | 322 CIMPA |
| | J 13 : 00 – 15 : 50 | 213 AU | | M 08 : 00 – 12 : 00 | |
| 4 | L 16 : 00 – 18 : 50 | 304 IN | Solano Herrera Byron | K 13 : 00 – 17 : 00 | 322 CIMPA |
| | J 17 : 00 – 18 : 50 | 404 IN | | M 08 : 00 – 12 : 00 | |
| 5 | K 07 : 00 – 09 : 50 | 403 IN | Zúñiga Retana Claudio | K 13 : 30 – 16 : 30 | 441 FM |
| | V 07 : 00 – 08 : 50 | 403 IN | | V 13 : 00 – 15 : 00 | |
| 6 | K 10 : 00 – 12 : 50 | 205 AU | Ayala Alonso Valeria | J 13 : 00 – 18 : 00 | |
| | V 11 : 00 – 12 : 50 | 205 AU | | | |
| 7 | K 13 : 00 – 15 : 50 | 402 IN | Segura Corella Norma | L 13 : 00 – 14 : 30 | 319 CIMPA |
| | V 13 : 00 – 14 : 50 | 402 IN | | J 14 : 00 – 15 : 00 | |
| 8 | K 19 : 00 – 21 : 50 | 112 IN | Méndez Gómez Héctor | L: 14 : 30 – 19 : 00 | |
| | V 19 : 00 – 20 : 50 | 102 AU | | V 16 : 00 – 19 : 00 | |
| 9 | K 17 : 00 – 18 : 50 | 102 FM | Ayala Alonso Valeria | J 13 : 00 – 18 : 00 | |
| | V 16 : 00 – 18 : 50 | 213 FM | | | |
| 10 | K 07 : 00 – 08 : 50 | 304 AU | Jiménez Cubero Douglas | K 13 : 00 – 16 : 30 | 319 CIMPA |
| | V 07 : 00 – 09 : 50 | 214 AU | | J 14 : 00 – 16 : 00 | |
| 10 | K 07 : 00 – 09 : 50 | 201 CS | Salazar Solorzano Lorena | K 13 : 00 – 16 : 00 | 411(III) FM |
| | V 07 : 00 – 08 : 50 | 201 CS | | M 10 : 00 – 12 : 00 | |

Cordialmente,

Norma Segura Corella
 Coordinadora MA1021 Cálculo I para Ciencias Económicas
 Oficina 319 CIMPA
 Casillero #92 II Piso Escuela de Matemática
 Correo: nseguracorella@gmail.com

MA1021 CÁLCULO I PARA CIENCIAS ECONÓMICAS

ANEXO A LA CARTA AL ESTUDIANTE

I CICLO 2020

Estimado y estimada estudiante:

Dada la situación de emergencia nacional COVID-19, y como bien los señaló la Dirección de la Escuela de Matemática, las clases presenciales y virtuales se suspenden hasta el 04 de abril. El ciclo lectivo se restablece el 13 de abril, bajo la modalidad virtual. Para ello, se proponen una serie de modificaciones al curso MA1021. Este documento constituye un anexo a la Carta al Estudiante que su profesor presentó durante la primera clase. Encontrará los principales cambios en la metodología, evaluación, contenidos y cronograma que se adoptan.

I. Aspectos generales del curso bajo la modalidad virtual

En la modalidad virtual se organizan las actividades de formación utilizando la plataforma Mediación Virtual como medio de comunicación oficial de la cátedra. Además, cada profesor se comunicará con los estudiantes mediante la plataforma o aplicación que considere pertinente.

IV. Metodología

El curso se desarrollará mediante una comunicación asincrónica y sincrónica:

- * **Comunicación asincrónica:** Los docentes asignarán dentro de la plataforma oficial del curso, Mediación Virtual, una serie de actividades que el estudiante debe realizarlas durante la semana correspondiente.
 - a) *Actividad 1:* Introdutoria, en la que se explican mediante algún medio virtual los temas correspondientes, de modo que el material se encuentra disponible en la plataforma Mediación Virtual durante todo el ciclo. Incluye la teoría, así como, algunos ejemplos y ejercicios resueltos.
 - b) *Actividad 2:* Mecanización, en la plataforma se plantea una serie de ejercicios con la respuesta y procedimiento respectivo. Se recomienda al estudiante utilizar los recursos dispuestos en la Actividad 1 para resolver las listas de ejercicios y, posteriormente, verificar sus respuestas mediante los recursos dispuestos en la Actividad 2.

Las sesiones son en su mayoría asincrónicas, por lo que se requiere un alto grado de autonomía; es decir, el estudiante debe desarrollar autoregulación, lo cual significa que planea y ejecuta las acciones precisas para cumplir con las actividades propuestas. El estudiante debe ser consciente de su habilidad para autogestionar el tiempo, lo cual inicia con un diagnóstico previo de las necesidades propias de su aprendizaje, con o sin la ayuda de otros.

- * **Comunicación sincrónica:** Los estudiantes (en su totalidad, o bien, en subgrupos) deben realizar conexiones en tiempo real con el docente por medio de la plataforma Mediación Virtual, o cualquier otra plataforma que este considere pertinente.

V. Evaluación

Para alcanzar los objetivos del curso, se propone un seguimiento formativo del progreso de estudio; para ello el docente puede citar a un subgrupo de estudiantes y efectuar una comprobación oral o escrita formativa. Particularmente, el estudiante debe cuestionar y autogestionar constantemente sus prácticas en el momento de estudio. La evaluación sumativa se llevará a cabo todas las semanas, con el propósito de medir el alcance de los objetivos propuestos. Para tal efecto se realiza la siguiente distribución:

| RUBRO | MODALIDAD | PORCENTAJE |
|--|-----------------|------------|
| Tres tareas con el mismo valor porcentual. | Entrega virtual | 45 % |
| De siete a diez quices con el mismo valor porcentual. | Virtual | 45 % |
| Comentario de una noticia a la luz de la teoría del curso. | Entrega virtual | 10 % |

Tareas

Las tareas serán asignadas y entregadas, a convenir en el momento oportuno, durante las semanas 6, 10 y 14 (ver cronograma). En estas interesa el procedimiento que el estudiante efectúa para llegar a la solución del tarea propuesta. Por ello, el docente le solicitará dicho trabajo; así como, bien podría citarlo (con un grupo de compañeros) a una reunión virtual para la verificación de la misma.

Los objetivos que se evaluarán serán ratificados por el docente y la cátedra en el momento oportuno. Sin embargo, a continuación se efectúa una proyección de los posibles los objetivos específicos a evaluar por tarea:

Tarea 1. Se evaluarán los objetivos desarrollados desde la Semana 1 hasta la Semana 5:

1. Utilizar funciones de variable real en la formulación y resolución de problemas que involucren los conceptos de costos totales, componentes del costo total, costo medio, ingresos totales, utilidad, punto de equilibrio de una empresa, curvas de oferta y de demanda, punto de equilibrio de mercado.
2. Resolver problemas en los que se requiere el uso de progresiones aritméticas y geométricas, por ejemplo, de interés simple o compuesto.
3. Calcular límites (incluye laterales) a partir de la gráfica de una función, tanto en valores puntuales como al infinito.
4. Calcular límites de las formas $0/0$, $\infty - \infty$, 0∞ , ∞/∞ , por diferentes métodos: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, sustitución, con definición de valor absoluto.
5. Calcular límites laterales, infinitos y al infinito. Calcular límites en funciones de criterio partido, funciones elementales. En caso de que el límite no exista, argumentar las razones que sustenten tal afirmación.
6. Determinar la ecuación de asíntotas horizontales y verticales de una función.

Tarea 2. Se evaluarán los objetivos desarrollados desde la Semana 6 hasta la Semana 9:

1. Analizar la continuidad de una función en un punto.
2. Determinar los valores de parámetros para que una función sea continua en todo su dominio.
3. Determinar las discontinuidades (incluye clasificarlas) de una función dado su criterio o gráfica.
4. Calcular la primera derivada, utilizando la definición de derivada (inclusive derivada puntual).

5. Determinar los valores de parámetros para que una función sea derivable en todo su dominio.
6. Calcular derivadas de funciones algebraicas, exponenciales y logarítmicas, usando las reglas de derivación correspondientes (incluye la Regla de la Cadena).
7. Relacionar el signo de la primera derivada con la monotonía de la función y el signo de la segunda derivada con la concavidad.
8. Conocer y aplicar correctamente los criterios de la primera y la segunda derivada para determinar extremos relativos.
9. Determinar valores críticos y puntos de inflexión de una función.
10. Determinar asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función a partir de su criterio.
11. Graficar funciones a partir del estudio completo (dominio, intersecciones con los ejes, análisis de monotonía, puntos críticos, análisis de concavidad, puntos de inflexión, análisis de asíntotas, cuadro resumen). El estudio completo puede ser dado o se solicita elaborarlo de forma parcial.
12. Resolver problemas que involucren los conceptos: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.
13. Calcular la derivada de una curva dada en forma implícita.
14. Identificar valores extremos (absolutos y relativos) a partir una gráfica.
15. Determinar los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado.
16. Resolver problemas vinculados con valores críticos y puntos de inflexión.

Tarea 3. Se evaluarán los objetivos desarrollados desde la Semana 10 hasta la Semana 13:

1. Resolver problemas de optimización de funciones de una variable con una restricción. Aquí se contemplan funciones de área y perímetro para cuadrados y rectángulos; además de costos, ingresos y utilidades.
2. Calcular límites aplicando la regla de L'Hôpital.
3. Calcular integrales indefinidas mediante las reglas básicas de integración.
4. Resolver problemas con condiciones iniciales.
5. Extender los algoritmos de integración a integrales definidas y su relación con el Teorema Fundamental del Cálculo.
6. Aplicar las reglas de integración: sustitución, por partes y fracciones parciales.
7. Calcular el valor promedio de una función.
8. Calcular el área comprendida entre curvas.
9. Aplicar los conceptos de integración al excedente del consumidor y del productor.

Quices

En la plataforma Mediación Virtual, cada semana (ver cronograma), se asignarán una serie de ejercicios de selección única que cada estudiante debe efectuar durante el miércoles de la semana correspondiente. Para efectuar esta prueba cuenta con 2 horas y 2 oportunidades; de las cuales se considera la de mayor puntaje.

Por ejemplo, para la Semana 3 en el cronograma aparece "Quiz 1: Semana 1 y 2"; esto significa que durante el miércoles 15 de abril los estudiantes tienen acceso al Quiz 2 en el que se evalúan los contenidos estudiados durante las semanas 1 y 2. Para resolver este quiz, cuenta con 2 horas apartir del ingreso a la prueba; así como, 2 oportunidades para efectuarla durante todo el día del miércoles.

Noticiero

Noticias sobre la situación económica nacional e internacional, rebosantes de cifras y conceptos matemáticos y económicos, invaden los medios de comunicación. Por ello, los estudiantes deben efectuar una selección de una noticia nacional o internacional para explorar a la luz de algún contenido del curso. Deben presentar un informe al profesor respectivo, mediante un instrumento de trabajo que será colgado en la plataforma Mediación Virtual. La entrega de este informe se coordina con el profesor del grupo respectivo.

Ampliación

Al estudiante se le evaluarán todos los contenidos y objetivos del curso, mediante una herramienta que se le definirá oportunamente.

VI. Cronograma del curso

| S | FECHAS | CONTENIDOS |
|---|---|--|
| 1 | 09 al 13 de marzo Presencial-Virtual | Presentación del curso y lectura de los elementos más importantes de la Carta al Estudiante. Costo total, componentes del costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, oferta, demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado), curvas de oferta y curvas de demanda. |
| * | 6 al 10 de abril | Semana Santa |
| 2 | 13 al 17 de abril | Presentación de los posibles cambios que se efectuarían al curso. Se asigna a los estudiantes la lectura de este Anexo a la Carta al Estudiante. Logística y organización de grupos. Repaso de costo, ingreso y utilidad. Resolución de ejercicios. |
| 3 | 20 al 24 de abril | Progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple e interés compuesto. Resolución de problemas. Quiz 1: Semana 1 y 2 |
| 4 | 27 de abril al 01 de mayo | Concepto de límite y sus propiedades, incluyendo límites laterales. Cálculo de límites de las formas $\frac{0}{0}$, $+\infty - \infty$, $0 \cdot \pm\infty$, $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$, por diferentes métodos (a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización), definición de valor absoluto. Cálculo de límites en funciones de criterio dividido y a partir de gráficas. Quiz 2: Semana 3 |
| 5 | 04 al 08 de mayo | Límites infinitos, límites al infinito, asíntotas lineales (verticales, horizontales). Quiz 3: Semana 4 |

| S | FECHAS | CONTENIDOS |
|----|----------------------------|---|
| 6 | 11 al 15 de mayo | Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio. Clasificación de las discontinuidades. Tarea 1 |
| 7 | 18 al 22 de mayo | Cálculo de derivadas por definición. La derivada como una razón de cambio. Recta tangente. Relación entre continuidad y derivabilidad. Reglas de derivación. Regla de la cadena. Quiz 4: Semana 5 y 6 |
| 8 | 25 al 29 de mayo | Derivación implícita. Derivadas de orden superior. Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro. Quiz 5: Semana 7 |
| 9 | 01 al 05 de junio | Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable, la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada. Trazado de curvas (incluye el estudio de asíntotas lineales). Quiz 6: Semana 8 |
| 10 | 08 al 12 de junio | Problemas de optimización de funciones de una variable. El teorema de L'Hôpital para calcular límites. Tarea 2 |
| 11 | 15 al 19 de junio | Antiderivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Integración por sustitución y Fracciones Parciales. Quiz 7: Semana 10 |
| 12 | 22 al 26 de junio | Integración por partes. Integral definida y sus propiedades. Teorema Fundamental del Cálculo. Áreas entre curvas. Quiz 8: Semana 11 |
| 13 | 29 de junio al 04 de julio | Valor promedio de una función. Excedente del consumidor y del productor. Integrales impropias Quiz 9: Semana 12 |
| 14 | 06 al 10 de julio | Tarea 3 |
| * | 13 al 17 de julio | Ampliación |

NOTA: Se sabe que el tema Integrales Impropias es esencial para el curso MA1023, por lo que se le asignará al estudiante este contenido durante las semanas 13 y 14, utilizando la metodología propuesta. Sin embargo, no se evalúa.

Cordialmente,

Profesores de la cátedra MA1021 Cálculo I para Ciencias Económicas
 Coordinadora: Norma Segura Corella
 Casillero #92 II Piso Escuela de Matemática
 Correo: nseguracorella@gmail.com
 Oficina 319 CIMPA