



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

**PROGRAMA CURSO: MA0307
GEOMETRÍA Y ÁLGEBRA LINEAL**

Datos Generales

Sigla: MA0307

Nombre del curso: Geometría y Álgebra Lineal

Tipo de curso: Bajo virtual

Número de créditos: 4

Número de horas semanales presenciales: 5

Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante: 5

Requisitos: M0205-MA0270

Ubicación en el plan de estudio: Segundo Año

Horario del curso: L 7:00 a 10:00; J 7:00 a 9:00 (San Ramón)

Datos del Profesor

Nombre: Carlos Márquez Rivera

Correo Electrónico: carlos.marquez@ucr.ac.cr – cmarques@gmail.com

Horario de Consulta: L 10:00 a 10:50 – 14:00 a 16:50. J 14:00 a 15:50. V 8:00 a 9:50

1. Descripción del curso:

Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Dotar al estudiante de maquinaria del álgebra lineal necesaria para hacer frente a cursos avanzados en la carrera. Para lograr este fin el curso inicia con la teoría de matrices de componentes reales y su relación con el estudio de sistemas de ecuaciones lineales. En la segunda parte del curso se estudia la resolución de problemas de tipo geométrico. Posteriormente, se estudian los espacios vectoriales y las transformaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita. Finalmente, se hace una aplicación al estudio de las transformaciones cuadráticas. En este curso se requiere que el estudiante desarrolle su capacidad de razonamiento abstracto. Se busca que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin será necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos. Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que el estudiante dedique suficiente tiempo para comprender y asimilar los diferentes conceptos y resultados teóricos estudiados en la clase. Además, es importante señalar que el estudiante debe dedicar bastante tiempo a la resolución de problemas.

2. Objetivo General:

- Proporcionar al estudiante conocimientos y habilidades básicas del álgebra lineal, los cuales serán instrumentos necesarios para el aprendizaje de cursos avanzados de la carrera.
- Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.

3. Objetivos específicos:

- Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales y expresar en forma adecuada el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Conocer el álgebra de matrices y el cálculo de determinantes, así como sus propiedades.
- Determinar si existe la inversa de una matriz cuadrada.
- Conocer las estructuras de espacio vectorial y espacios vectoriales relacionados con matrices y polinomios.
- Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita.
- Conocer y aplicar las propiedades de productos vectoriales en \mathbb{R}^3 .
- Identificar las ecuaciones de recta y planos en \mathbb{R}^3 .
- Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial y obtener una base vectorial a partir de una base dada.
- Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y representar una transformación mediante una matriz.
- Determinar la base y el núcleo de una transformación lineal.
- Obtener la matriz de cambio de base de una transformación lineal.
- Obtener los valores y vectores propios asociados a una matriz.
- Determinar si una matriz es o no diagonalizable.
- Aplicar los conceptos de ortogonalización al estudio de las ecuaciones cuadráticas en dos y tres variables y su representación gráfica.

4. Contenidos:

Capítulo 1: Matrices.

- Matrices y tipos de matrices: cuadrada, diagonal, identidad, triangular superior e inferior, simétrica, antisimétrica, vector fila y vector columna.
- Producto vectorial y matricial. Álgebra de matrices: multiplicación de una matriz por un número. Suma y resta de matrices. Multiplicación de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices.

Capítulo 2: Sistemas de ecuaciones lineales y matrices.

- Sistemas de ecuaciones lineales y matrices.
- Operaciones elementales por fila sobre una matriz.

- Matriz coeficientes de un sistema. Matriz ampliada.
- Matrices equivalentes.
- Forma escalonada reducida de una matriz y forma escalonada.
- Rango de una matriz.
- Solución de un sistema que depende de uno y dos parámetros. Sistema con un número infinito de soluciones. Sistemas de ecuaciones sin solución y con solución única.
- Método de eliminación de Gauss.
- Método de Gauss-Jordan.

Capítulo 3 Matrices invertibles.

- Inversa de una matriz cuadrada.
- Matriz inversa y matrices invertibles.
- Transpuesta de una matriz y sus propiedades.
- Matrices idempotente y nilpotente.
- Ecuaciones con matrices.

Capítulo 4: Determinantes.

- Conceptos básicos de los determinantes y desarrollo en cofactores.
- Propiedades de los determinantes. Cálculo del determinante de una matriz triangular.
- Determinante de una matriz invertible.
- Determinante de una matriz transpuesta y sus propiedades.
- Cálculo de la inversa una matriz usando la matriz adjunta.
- Regla de Cramer y matrices inversas.
- Relación entre el rango de un matriz y su determinante.

Capítulo 5: Geometría vectorial.

- Representación geométrica de vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
- Norma de un vector.
- Producto escalar.
- Producto cruz.
- Ángulo entre vectores.
- Aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes.
- Proyección ortogonal en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

Capítulo 6: Rectas y planos.

- Descripción de una recta en \mathbb{R}^3 .
- Ecuación vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en \mathbb{R}^3 .
- Planos en \mathbb{R}^3 . Ecuación vectorial y normal de un plano.
- Distancia entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta.
- Distancia entre dos planos. Distancia entre un punto y un plano.
- Distancia entre dos rectas.

Capítulo 7: Espacios vectoriales.

- Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales.
- Subespacios.

- Combinación lineal.
- Conjunto generador.
- Independencia y dependencia lineal.
- Bases y dimensión de un espacio vectorial.
- Espacio fila de una matriz.
- Espacio de columna de una matriz.
- Rango y nulidad.
- Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada.
- Cambio de base.

Capítulo 8: Ortogonalidad y proyecciones.

- Conjunto de vectores, bases y subespacios ortogonales.
- Bases ortonormales. Complemento ortogonal de subespacios.
- Proyecciones ortogonales sobre subespacios.
- Método de ortonormalización de Gram-Schmidt

Capítulo 9: Transformaciones lineales.

- Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base.
- Núcleo e imagen de una transformación lineal.
- Relación entre la dimensión entre las dimensiones del núcleo, dominio de una transformación lineal.
- Rango y nulidad de una transformación lineal.
- Transformación lineal inyectiva, sobreyectiva y biyectiva.
- La matriz asociada a una transformación lineal.
- Composición de transformaciones lineales.
- Transformaciones lineales inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.
- Transformaciones lineales invertibles.
- Matriz de cambio de base.

Capítulo 10: Valores, vectores propios: diagonalización.

- El concepto de valor y vector propio.
- Subespacio propio asociado a un valor propio.
- Polinomio característico de una matriz.
- Multiplicidad geométrica y algebraica de un valor propio.
- Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables.
- Valor y vector propio de una transformación lineal.
- Diagonalización de transformaciones lineales.
- Transformaciones lineales ortogonalmente diagonalizables
- Matrices semejantes y diagonalización.

Capítulo 11: Curvas y superficies cuadráticas.

- Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Secciones cónicas: parábolas, elipses e hipérbolas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas.
- Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

5. Metodología:

- Exposiciones del profesor.
- Resolución de problemas con participación de los estudiantes y el profesor.

6. Evaluación:

Descripción	Porcentaje
Parcial I - Cap 1, 2 y 3	25%
Parcial II - Cap 4, 5 y 6	25%
Parcial III - Cap 7, 8 y 9	25%
Parcial IV - Cap 9,10 y 11	25%

Consideraciones sobre la evaluación.

ARTÍCULO 25: La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La escala numérica tiene el siguiente significado:

- 9,5 y 10,0 Excelente. □ 8,5 y 9,0 Muy bueno.
- 7,0 Suficiente.
- 7,5 y 8,0 Bueno.
- 6,0 y 6,5 Insuficiente, con derecho a prueba de ampliación.
- Menores de 6,0 Insuficiente.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente „coma veinticinco” (,25) o „coma setenta y cinco” (,75), debería redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar un curso.

Para justificar ausencias a un examen, se debe entregar una carta dirigida a la profesora del curso, explicando el motivo de la ausencia y acompañado de la respectiva documentación.

7. Cronograma:

Semana 1	10 al 14 de agosto	Capítulo 1 y 2
Semana 2	17 al 21 de agosto	Capítulo 2
Semana 3	24 al 28 de agosto	Capítulo 3
		Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I parcial
Semana 4	31 de agosto al 04 de septiembre	Capítulo 4
Semana 5	07 al 11 de septiembre	Capítulo 4 y 5
Semana 6	14 al 18 de septiembre	Capítulo 5
Semana 7	21 al 25 de septiembre	Capítulo 6
Semana 8	28 septiembre al 02 de octubre	Capítulo 6 y 7
		Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II parcial
Semana 9	05 al 09 de octubre	Capítulo 7
Semana 10	12 al 16 de octubre	Capítulo 7 y 8

Semana 11	19 al 23 de octubre	Capítulo 8
Semana 12	26 al 30 de octubre	Capítulo 9
Semana 13	02 al 06 de noviembre	Capítulo 9
		Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III parcial
Semana 14	09 al 13 de noviembre	Capítulo 10
Semana 15	16 al 20 de noviembre	Capítulo 10 y 11
Semana 16	23 al 27 de noviembre	Capítulo 11
		Hasta aquí los contenidos a evaluar en el IV parcial

8. Fechas de Evaluación:

- I Examen Parcial: sábado 05 de septiembre del 2020 a las 2:00 pm.
- II Examen Parcial: sábado 10 de octubre del 2020 a las 2:00 pm.
- III Examen Parcial: sábado 14 de noviembre del 2020 a las 2:00 pm.
- IV Examen Parcial: sábado 05 de diciembre del 2020 a las 2:00 pm.

Examen de Ampliación: sábado 12 de diciembre del 2020 a las 2:00 pm.

Las fechas de las pruebas de los exámenes de reposición serán contempladas y programadas por los docentes en el transcurso del curso lectivo.

9. Bibliografía:

1. Grossman, Stanley I. **Álgebra lineal**. Editorial McGraw Hill, Quinta edition, 1996.
2. Fonseca Mora, Christian. **Ejercicios de Álgebra Lineal**, 2012.
3. Arce S. Carlos, Castillo E. William, González V. Jorge. **Álgebra Lineal**, Segunda Edición, Editorial Universidad de Costa Rica, 2002.
4. Echeverría, Mariano. **Apuntes de Álgebra Lineal**. Cátedra UCR MA1004
5. Barrantes, Hugo. **Álgebra lineal**. Editorial UNED.
6. Nakos, G. Joyner y D. **Álgebra lineal (con aplicaciones)**. Editorial Thomson, edición 1999.