

MA0307 Geometría y Álgebra Lineal II ciclo 2021

Datos Generales.

Sigla: MA0307.

Nombre del curso: Geometría y Álgebra Lineal.

Tipo de curso: Teórico. Virtual

Número de créditos: 4 créditos.

Número de horas semanales: 5 horas.

Requisitos: MA0205 Álgebra y Análisis I, MA0270 Geometría I

Ubicación en el plan de estudio: IV semestre.

Horario del curso: Lunes de 2pm a 4:50 pm, Jueves de 2pm a 3:50pm.

Profesor: Héctor Barrantes González

Correo: hector.barrantes@ucr.ac.cr, hectormbg@gmail.com

Horario de Consulta: Martes 10 am-12md, Miércoles 2pm -4pm, Jueves 10 am 12md. .

Descripción del curso

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0307, Geometría y Álgebra Lineal, dirigido a estudiantes del programa de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. El álgebra lineal es el estudio de los sistemas (de ecuaciones) lineales, matrices, espacios vectoriales y las transformaciones lineales entre estos espacios. En este curso se presentan la totalidad de los conceptos del álgebra lineal en un marco concreto antes de pasar a considerarlos con toda generalidad. Además se hace hincapié en la intuición geométrica. Es importante destacar que el álgebra lineal constituye una de las áreas fundamentales de la Matemática, inclusive cuenta con numerosas aplicaciones en distintas áreas de la ciencia y la tecnología.

De esta forma, en este curso se pretende proporcionar las herramientas teóricas y prácticas que son de utilidad para estudiar, ya sea temas más abstractos de la Matemática, o bien áreas más aplicadas. De usted, como estudiante, se espera una actitud positiva que

le permita llevar a cabo su tarea con la dedicación y el esfuerzo necesarios. Para este curso es indispensable su disposición en términos de asistencia al curso, estudio individual fuera de horario lectivo, realización de ejercicios, y la participación en clases. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Como apoyo a la labor realizada en el curso, se utilizará la plataforma de Mediación Virtual. Para acceder a la plataforma diríjase a la dirección:

<https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr/login/index.php> . Necesita utilizar su usuario y clave del correo institucional.

Objetivo General

Estudiar los conceptos básicos del álgebra lineal que constituyen el punto de partida hacia ramas de la Matemáticas más abstractas y que además tienen vínculos con otras muchas áreas de las matemáticas aplicadas.

Objetivos específicos

1. Manejar adecuadamente el álgebra de matrices.
2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con ayuda del componente matricial (eliminación Gaussiana)
3. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea invertible.
4. Conocer y aplicar las propiedades básicas del cálculo de determinantes.
5. Emplear el cálculo de determinantes en la solución de sistemas de ecuaciones lineales, en los casos que sea factible.
6. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
7. Definir formalmente el concepto de espacio vectorial, base y dimensión.
8. Profundizar en el concepto de transformación lineal y conocer los resultados teóricos clásicos para su estudio.

9. Conocer las transformaciones geométricas relevantes para las aplicaciones gráficas en el espacio bidimensional y tridimensional, y entender su relación con el álgebra lineal.
10. Operar con vectores, bases, subespacios, matrices y transformaciones lineales.
11. Calcular las coordenadas de un vector con respecto a una base.
12. Representar transformaciones lineales, matricialmente.
13. Calcular valores y vectorios propios
14. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea diagonalizable.

Contenidos del Curso

Capítulo 1: Sistemas de ecuaciones lineales.

Introducción a los sistemas de ecuaciones lineales. Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables. Conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matriz escalonada y matriz escalonada reducida. Matrices equivalentes. Método de eliminación de Gauss-Jordan. Rango de una matriz. Sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y homogéneos. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros.

Capítulo 2: Matrices.

Concepto general de una matriz. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del Álgebra de matrices. Matrices especiales (matriz identidad, diagonal, triangular, idempotente, nilpotente, transpuesta, etc) . Matriz transpuesta y sus propiedades. Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Descomposición LU .

Capítulo 3: Determinantes.

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz. Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

Capítulo 4: Geometría Vectorial.

Vectores en \mathbb{R}^n . Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en \mathbb{R}^3 y sus propiedades. Proyecciones ortogonales. Área de un paralelogramo y volumen de un paralelepípedo.

Capítulo 5: Rectas y planos.

Ecuaciones vectorial, paramétricas, escalares y simétricas de una recta. ecuaciones vectorial, paramétricas y normal de un plano en \mathbb{R}^3 . Concepto de hiperplano. Distancias entre puntos, rectas y planos.

Capítulo 6: Espacios vectoriales.

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

Capítulo 7: Ortogonalidad y proyecciones.

Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.

Capítulo 8: Transformaciones lineales.

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal a partir de su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales. Matriz de una composición de transformaciones lineales. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.

Capítulo 9: Valores y vectores propios.

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.

Capítulo 10: Formas cuadráticas.

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Curvas y superficies cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

Metodología

1. Ante la coyuntura actual que limita la presencialidad en los cursos, debido al Estado de Emergencia Nacional por el contagio de COVID-19 y considerando las diversas resoluciones emitidas por los diferentes órganos institucionales, se considera el curso en la categoría virtual, según la clasificación establecida por la Universidad de Costa Rica. En caso de cambios en dichas directrices, se podrá valorar el cambio de esta modalidad a modalidad bajo virtual. Para garantizar la comunicación continua y permanente se utilizarán medios de comunicación electrónicos o virtuales (teléfono, videoconferencia, chats, mensajería instantánea, etc). Se priorizará el uso de la plataforma oficial de docencia asistida por tecnología de la Universidad, <http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>
2. Las clases se llevarán a cabo de manera sincrónica con una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes que tengan los y las estudiante. No obstante, se contemplará también la opción de realizar clases asincrónicas cuando el docente lo considere necesario.
3. Resolución de ejercicios, de manera extraclase por parte de los estudiantes con el fin de reforzar la comprensión de los conceptos vistos en clases. Para ello se le entregará al estudiante listas de ejercicios o bien se sugerirá a los y las estudiantes, cuáles ejercicios realizar, de los textos que aparecen en la bibliografía.

La disponibilidad del docente será en horario de clase y horario de consulta por medio de correos, chats, foros y/o vídeo comunicación.

Evaluación

1. Se realizarán tres exámenes parciales. Los exámenes serán en modalidad virtual. Cada examen se habilitará en el sitio de mediación virtual del curso. El valor de cada examen así como la fecha y hora respectivas, se especifican en la siguiente tabla:

Descripción	Porcentaje	Fecha	Hora
I Examen Parcial	30 %	Sábado 25 /09 /2021	1 pm
II Examen Parcial	35 %	Lunes 18 /10 2021	1 pm
III Examen Parcial	35 %	Jueves 09/12/2021	1 pm
Reposición I, II y III examen parcial		Lunes 13/12/2021	1pm
Examen de Ampliación		Jueves 16 / 12/2021	1 pm

Es importante aclarar que estas fechas pueden cambiar de acuerdo con el desarrollo de los contenidos del curso.

2. Los temas por evaluar en cada examen parcial quedan a criterio del docente.
3. Puesto que es un curso teórico, los exámenes parciales contemplarán principalmente análisis, correspondientes al área de álgebra lineal. Esto significa que los y las estudiantes deberán enfrentarse tanto a ejercicios para los que hay procedimientos matemáticos, como a ejercicios en los que deberán hacer demostraciones, las cuales requieren una comprensión más profunda de los contenidos que se evalúan.
4. Es importante aclarar, que las listas de ejercicios brindadas por el profesor, son de carácter formativo y tienen la finalidad de ayudar a comprender los conceptos vistos en clases. Por lo tanto, los exámenes parciales pueden contener algunos de los ejercicios indicados por el profesor en las listas de ejercicios, pero también pueden contener un alto porcentaje de ejercicios que no están contemplados en dichas listas.
5. Para cada examen parcial, el porcentaje de ejercicios tomados de las listas de ejercicios o de las referencias bibliográficas, mencionadas en la metodología, queda a criterio del docente.
6. Puesto que el curso es de modalidad virtual, con el fin de dar seguimiento al avance de cada estudiante con respecto a los objetivos y contenidos del curso, se contemplará la opción de hacer exámenes individualizados a cada estudiante. Para ello, los ejercicios de examen asignados a cada estudiante, serán elegidos de manera aleatoria.
7. **Sobre las reposiciones:**

- a) Sólo se podrá reponer un examen.
- b) El examen de reposición se realizará el jueves 5 de agosto, en modalidad virtual y se habilitará en el sitio de mediación virtual del curso, de la 1:00 pm a 5:00 pm.
- c) La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.
- d) El o la estudiante que se vea afectado o afectada, durante un examen parcial, por problemas técnicos de internet, deberá demostrar ante el profesor, mediante evidencia fehaciente emitida por su proveedor de Internet, la degradación del servicio durante la fecha y hora de dicho examen y tendrá que realizar igualmente un Examen de Reposición al final del curso

Consideraciones sobre la evaluación:

1. **Sobre los exámenes parciales:** como se escribió en el apartado anterior, se realizarán tres exámenes parciales, los cuales se llevarán a cabo en las fechas establecidas en el cronograma del curso, aunque estas pueden variar a consideración del docente. Los capítulos por evaluar en cada examen parcial pueden variar según considere el docente.
2. **Sobre la nota de final:** La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
 - a) Si $70 \leq NF$ el o la estudiante aprueba el curso.
 - b) Si $60 \leq NF < 70$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
 - c) Si $NF < 60$ el o la estudiante pierde el curso.
3. La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

Cronograma

Las fechas propuestas a continuación son provicionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
1 , 2, 3	Capítulos 1 y 2
4	Capítulo 3
5	Capítulo 4
6	Capítulo 5
7, 8	Capítulo 6
9	Desconexión (No hay clases)
10, 11	Capítulo 7
12, 13	Capítulo 8
14, 15	Capítulo 9
16	Capítulo 10

Bibliografía

- [1] ANTON, H. *Introducción al Álgebra lineal*. Tercera Edición, Editorial Limusa Wiley, 2003.
- [2] BARRANTES, H. *Álgebra lineal*. Editorial UNED, 1999.
- [3] ECHEVERRÍA, MARIANO. *Apuntes de Álgebra lineal*. Tomado de <http://people.virginia.edu/~me3qr/>
- [4] FRIEDBERG S., INSEL A., AND SPENCE, L. *Linear Algebra*. Four Edition, Editorial Prentice Hall, 2003.
- [5] GROSSMAN, S. *Álgebra lineal*. Quinta Edición, Editorial McGraw Hill, 2007.
- [6] HOFFMAN K. Y KUNZE R. *Álgebra Lineal*. Editorial Prentice Hall Internacional. 1979.
- [7] KOLMAN, B. *Álgebra lineal (con aplicaciones y Matlab)*. Sexta Edición, Editorial Prentice Hall (Pearson), 1999.
- [8] NAKOS, G. Y JOYNER D. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Editorial Thomson, 1999.
- [9] NICHOLSON, K. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Cuarta Edición, Editorial McGraw Hill, 2003.
- [10] POOLE, D. *Álgebra lineal (una moderna introducción)*. Editorial Thomson, 2004.
- [10] STRANG, H. *Introduction to Lineal Algebra*. Fifth Edition. Wellesley-Cambridge Press, 2016.
- [11] ZEGARRA, L. *Álgebra lineal*. Editorial McGraw Hill, 2001.