



---

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente  
Departamento de Ciencias Naturales  
Programa del curso  
Principios de Análisis II  
II Ciclo, 2021

## Datos Generales

---

**Nombre del curso:** Principios de Análisis II

**Sigla:** MA-0551

**Tipo de curso:** Teórico

**Modalidad:** Alto virtual

**Número de créditos:** 5

**Número de horas semanales presenciales:** 5 horas

**Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante:** 10 horas

**Requisitos:** MA0540 Principios de Análisis I

**Horario del curso:** Lunes de las 13:00 hs a las 15:50 hs, Jueves de las 13:00 hs a las 14:50 hs.

## Datos del Profesor:

---

**Nombre:** Mario Andrés Álvarez Guadamuz

**Correo Electrónico:** [mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr](mailto:mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr)

**Horario de Consulta:** Martes de las 16:00 hs a las 18:00 hs y Jueves de las 15:00 hs a las 16:00 hs.

## Descripción del curso

---

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0551, Principios de Análisis II, dirigido a estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. En este curso se dan a conocer los conceptos más importantes que son parte fundamental del cálculo multivariado y el análisis matemático a un nivel elemental e intermedio. De usted como estudiante se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Para este curso es indispensable su disposición en términos de asistencia al curso, estudio individual y constante fuera de horario lectivo, solución de listas de ejercicios, y la participación en clases. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.



---

## Objetivo General

Interiorizar los principales teoremas del cálculo integral en varias variables.

---

## Objetivos específicos

Durante este curso el estudiante será capaz de:

1. Resolver integrales de línea
2. Resolver integrales dobles
3. Resolver integrales triples
4. Resolver integrales de superficie
5. Aplicar los Teoremas de Green, Stokes, y de la Divergencia en la resolución de distintos problemas matemáticos.

## Contenidos del curso

- CAPÍTULO I: **Preliminares** (5 Semanas)
  - Vectores
    - (a) Producto escalar
    - (b) La norma de un vector
    - (c) Rectas y planos en el espacio
    - (d) El producto cruz
  - Funciones de Varias Variables
    - (a) Gráficos y curvas de nivel.
    - (b) Derivadas parciales
    - (c) Diferenciabilidad y gradiente
  - La regla de la cadena y el gradiente
    - (a) La regla de la cadena
    - (b) Plano tangente
    - (c) Derivada direccional
  - Curvas en el espacio
    - (a) Límites y continuidad
    - (b) Diferenciabilidad: Curvas regulares
    - (c) Longitud de una curva
    - (d) Curvatura y torsión



(e) Plano Osculador, Normal y Rectificante

○ **CAPÍTULO II: Integrales de línea e Integrales dobles (5 Semanas)**

- Funciones Potenciales
  - (a) Existencia y unicidad de funciones potenciales.
  - (b) Existencia local de funciones potenciales.
  - (c) Diferenciación bajo el signo de integral.
- Integrales de línea
  - (a) Definición y cálculo de curvas integrales.
  - (b) Curvas integrales cuando el campo vectorial tiene una función potencial.
  - (c) Dependencia de la integral sobre la trayectoria.
- Integrales dobles
  - (a) Integrales dobles.
  - (b) Integrales iteradas.
  - (c) Coordenadas polares.
- Teorema de Green
  - (a) La versión standard.
  - (b) La divergencia y la rotación de un campo vectorial.

○ **CAPÍTULO III: Integrales de superficie e integrales triples (5 Semanas)**

- Integrales triples
  - (a) Integrales triples
  - (b) Coordenadas esféricas y cilíndricas.
  - (c) Centro de masa.
- Integrales de Superficie
  - (a) Parametrización, plano tangente y vector normal.
  - (b) Integrales de superficie.
  - (c) El rotacional y la divergencia de un campo vectorial.
  - (d) El Teorema de divergencia en el 3-espacio dimensional.
  - (e) Teorema de Stokes.

---

## Metodología

Debido a las limitaciones para asistencia presencial y a todo el contexto que se vive en el país provocado por el virus [SARS-CoV-2](#), el presente curso se desarrollará bajo **modalidad virtual**, para lo cual se utilizará la siguiente metodología:



1. Las clases se dictarán virtualmente, y de manera sincrónica, mediante la plataforma **Zoom**, dentro del horario oficial del curso.
2. Las clases se desarrollarán mediante presentaciones Beamer y/o trabajo en pizarra virtual. A su vez, estas se complementarán con asignación de listas de ejercicios, aplicación de evaluaciones, y otros recursos, que se dispondrán a través de **Mediación Virtual**: <https://mv1.mediacionvirtual.ucr.ac.cr/login/index.php>. Más precisamente, en: **II - S - 2021 - OSR - PRINCIPIOS DE ANÁLISIS II- 001**.
3. Todos los comunicados y/o avisos en relación con el curso se comunicaran mediante el correo institucional UCR.
4. Fuera de clases, las horas de consulta se atenderán exclusivamente dentro del horario establecido para ello. Para tal efecto, las consultas se pueden realizar mediante el foro para consultas del entorno virtual del curso (**que su profesor le indicará**), a través del correo institucional, o bien mediante Zoom comunicándolo con suficiente anticipación.
5. Debido a la naturaleza del presente curso y a los tópicos que en el se abordan la presencialidad en las clases virtuales es fundamental.

## Evaluación

Durante el desarrollo del curso se realizarán tres exámenes parciales, cuyos porcentajes respectivos se detallan en la siguiente tabla.

Descripción	Porcentaje
1 <sup>er</sup> Examen Parcial	25%
2 <sup>do</sup> Examen Parcial	35%
3 <sup>er</sup> Examen Parcial	40%
Total	100%

## Consideraciones sobre la metodología y la evaluación:

- **Sobre las listas de ejercicios:** A lo largo del curso se asignarán constantemente listas ejercicios con el objetivo de que el y la estudiante alcancen madurez en el manejo de los conceptos matemáticos, logren una adecuada articulación de los teoremas vistos en clase, y desarrollen fluidez en el razonamiento para poder abordar **nuevos ejercicios** que se le presentarán en las pruebas parciales.
- **Sobre los Exámenes parciales:**  
Cada examen parcial de este curso estará constituido de dos partes:



- o **I Parte:** Esta parte consistirá en preguntas de desarrollo que el docente le asignará en archivo.pdf a través del entorno virtual respectivo, y cuyas soluciones deberá remitir bajo el mismo formato, **considerando las instrucciones que su docente le indicará previamente**. Los aspectos a evaluar se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Uso correcto de la escritura matemática
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #1

- o **II Parte:** Esta parte consistirá en la asignación de una pregunta de desarrollo para cuya solución usted tendrá que explicar en detalle mediante un **video** los argumentos que justifican su respuesta. Para tal efecto, tendrá que **seguir las instrucciones que su docente le comunicará previamente**.. Los aspectos que se evaluarán se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN DEL VIDEO
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Fluidez y precisión en la <b>expresión oral y escrita</b>
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #2

- **Sobre la nota de aprovechamiento:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
  1. Si  $6.75 \leq NA$  el o la estudiante aprueba el curso, con calificación  $NA$  redondeada a la media más próxima. Los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5.
  2. Si  $5.75 \leq NA < 6.75$  el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota será 6.0 ó 6.5, la más cercana a  $NA$ .
  3. Si  $NA < 5.75$  el o la estudiante pierde el curso.

**Nota:** Detalles adicionales sobre el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil se anexan después de la bibliografía.

- **Sobre los exámenes de reposición:** Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso. No hay reposición de la reposición de ningún parcial.



## Cronograma de contenidos del curso

Semana	Actividad	Observación
Semana 1-5	Capítulo I	Hasta aquí el I Parcial
Semana 6-8	Capítulo II	
Semana 9	Capítulo II	Semana de la Desconexión
Semana 10	Capítulo II	Hasta aquí el II Parcial
Semana 11-15	Capítulo III	Hasta aquí el III Parcial
Semana 16	Evaluaciones finales	

Se advierte que el cronograma puede sufrir cambios según lo considere el docente, o bien debido a normativas o situaciones que afecten a la universidad.

### Fechas Importantes

I Parcial	Lunes 27 de Septiembre a las 13:00 hs.
II Parcial	Lunes 25 de Octubre a las 13:00 hs.
III Parcial	Viernes 03 de Diciembre a las 13:00 hs.
Reposición I, II y III parcial	Lunes 06 de Diciembre a las 13:00 hs.
Ampliación	Lunes 13 de Diciembre a las 8:00 hs.

## Bibliografía

- [1] APOSTOL, TOM. *Análisis Matemático*. Barcelona: Segunda Edición, Editorial Reverté. 1986.
- [2] APOSTOL, TOM. *Calculus*. Barcelona: Editorial Reverté, 1997.
- [3] BARTLE, ROBERT G. *Introducción al Análisis Matemático*. México D.F: Editorial Limusa, 1992.
- [4] BUCK, C. *Advanced Calculus*. McGraw Hill, México, 1978.
- [5] FLEMING, WENDELL H. *Functions of Several Variables*. Primera Edición, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Estados Unidos, 1965.
- [6] GONZÁLEZ, CARMEN MARÍA. *Análisis Real*. Costa Rica: Editorial UNED, 1999.
- [7] GHORPADE, S; LIMAYE, B. *A Course in Multivariable Calculus and Analysis*. Springer, USA, 2010.
- [8] LANG, SERGE. *Calculus of Several Variables*. Tercera Edición, Springer-Verlag, New York, 1987.
- [9] MARSDEN, JERROLD; TROMBA J. ANTHONY. *Cálculo vectorial*. Cuarta edición, México, Editorial Prentice Hall, 1998.



- [10] MENA, BALTASAR. *Introducción al cálculo vectorial*. México, Editorial Thomsom, 2003.
- [11] PITA, CLAUDIO RUIZ. *Cálculo vectorial*. México: Editorial Prentice Hall, 1995.
- [12] WADE, WILLIAM R. *An Introduction to Analysis*. PEARSON: Prentice Hall, 3rd edition, 2004.



24 de febrero de 2021

### **Personal Docente y Estudiantado, Sede de Occidente**

Estimados compañeros y compañeras,

En consideración a la cercanía del I ciclo del 2021, desde la Comisión de Evaluación y Orientación de la Sede, se recuerda a la comunidad universitaria las disposiciones establecidas en el Reglamento del Régimen Académico Estudiantil con respecto a las normas de evaluación vigentes, así como los procedimientos para su impugnación en vía administrativa:

1. El estudiantado debe conocer al menos con cinco días hábiles de antelación a la realización de todo tipo de evaluación: la fecha, los temas sujetos a evaluación (no se podrán evaluar los contenidos que los estudiantes no hayan tenido la oportunidad de analizar con el profesorado en el desarrollo del curso), el lugar donde se realizará la prueba y el tiempo real o duración de esta. Esta norma exceptúa a las pruebas cortas (quizes) que hayan sido definidas y acordadas en la carta al estudiante como realizadas al azar, no obstante, los contenidos a evaluar en estas, si deben haber sido vistos al menos con 5 días hábiles de anticipación.
2. Cuando el estudiantado tenga conocimiento, con anterioridad a la realización de una evaluación, del incumplimiento de alguna de las condiciones anteriores, podrá plantear un reclamo de forma inmediata ante la persona docente y, si ésta no la atiende, debe hacerlo por escrito ante la Dirección de la Sede, en los dos días hábiles siguientes. Si el reclamo no es atendido por la persona docente, antes de la realización de la prueba, el estudiantado no estará en la obligación de realizarla, hasta que no reciba respuesta de la Dirección de la Sede.
3. Si el incumplimiento de las condiciones anteriores se verifica en el momento de la realización de la evaluación, el estudiante tendrá tres días hábiles, después de efectuada ésta, para plantear por escrito, el reclamo ante la persona docente, quien deberá resolver en los tres días hábiles siguientes. De no ser así, podrá apelar ante la Dirección de la Sede en los tres días hábiles posteriores a la recepción de la respuesta de la persona docente, o cuando no haya recibido su respuesta en el tiempo establecido.



4. Con respecto a la calificación, entrega e impugnación de los resultados de cualquier prueba de evaluación, debe seguirse el siguiente procedimiento:

- La persona docente debe entregar al estudiantado todo documento o material sujeto a evaluación a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado las evaluaciones y haber recibido los documentos; de lo contrario, el estudiantado podrá presentar reclamo por escrito, ante la Dirección de la Sede.
- La calificación de toda evaluación debe realizarla únicamente la persona docente, de manera fundamentada y en respuesta a los criterios de evaluación. El uso de la rúbrica es deseable, por cuanto permite especificar y aclarar los criterios de evaluación, su uso facilita la comprensión por parte del estudiantado, sobre los aspectos que las personas docentes van a considerar en la revisión y calificación de tareas y pruebas.

Si el estudiantado considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a:

- a. **Aclaración y Adición:** Solicitar a la persona docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles, posteriores a la devolución de esta. La persona docente atenderá la petición, en un plazo no mayor a cinco días hábiles.
- b. **Recurso de Revocatoria:** Se presenta por escrito a la persona docente, en un plazo no mayor a cinco días hábiles posteriores a la devolución de la prueba. En caso de haber realizado la gestión de aclaración o adición, podrá presentar la revocatoria en un plazo de cinco días hábiles posteriores a haber obtenido la respuesta respectiva o al prescribir el plazo de respuesta correspondiente.
- c. **Recurso de Apelación:** Si la revocatoria es rechazada o no es atendido en el plazo previsto, la persona estudiante podrá interponer la apelación, en forma escrita y razonada, ante la Dirección de la Sede. Deberá presentarse en los cinco días hábiles posteriores a la notificación de lo resuelto por la persona docente, o al vencimiento del plazo que se tenía para contestar.



**Nota importante:** A todo escrito formal, que se presente ante la Dirección de la Sede, se le debe anexar el programa del curso. Además, se recomienda referirse de manera detallada: a los hechos que suscitan la impugnación, el fundamento de derecho que le ampara, la prueba que respalda sus alegatos, las pretensiones que desea, y debe estar firmado por la persona estudiante que interpone el proceso. El contenido íntegro de la normativa puede ser consultado en el Reglamento del Régimen Académico Estudiantil.

Mag. Lynnethe Chaves Salas  
Coordinadora  
Comisión de Evaluación y Orientación

# ¿Sabés qué es el Hostigamiento Sexual?

Es una **conducta sexualizada, indeseada** por quien la recibe. Puede ser repetida o darse una vez, si es grave y **causa efectos perjudiciales en la víctima.**

## ¿Cómo se regula en la universidad?

La UCR cuenta con el **Reglamento contra Hostigamiento Sexual**, reformado en el 2020, que se aplica tanto a la **comunidad estudiantil**, como a **personal docente y administrativo**, y ahora también a las **personas que tienen relaciones contractuales no laborales con la universidad** (convenios, tratados, etc.

Recordá que **el tiempo para denunciar es de 2 años** a partir del último hecho de hostigamiento, o bien desde que cesó la causa que no te permitía denunciar

## ¿Cómo se me protege mientras dura el procedimiento?

El reglamento permite **solicitar medidas cautelares o de protección**, para que la persona denunciante esté segura durante el procedimiento.

Por ejemplo, puede **solicitar un cambio de grupo** si comparte clase con la persona hostigadora, o bien **solicitar que la persona denunciada no le contacte por ningún medio.**

## ¿Cuáles son algunos ejemplos de Hostigamiento Sexual?

- **No verbales:** miradas intrusivas, sonidos, silbidos, dibujos sexualizados.
- **Verbales:** "piropos", invitaciones insistentes a salir, comentarios sexualizados, propuestas sexuales
- **Escritos:** correos, chats, fotografías, imágenes, mensajes sexualizados
- **Físicos:** toqueteos, abrazos, besos, etc.

## ¿Cómo puedo denunciar?

**La denuncia se interpone en la Comisión Institucional contra Hostigamiento Sexual.** Puede ser de manera física o mediante correo electrónico.

También, podés **buscar ayuda** primero en la **Defensoría contra Hostigamiento Sexual** para tener acompañamiento legal y psicológico, antes de denunciar.

## ¿Cuáles son los contactos de apoyo?

### Comisión institucional contra el Hostigamiento Sexual:

Podés enviar tu denuncia:

**comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr**  
**2511-4898**

### Defensoría contra Hostigamiento Sexual:

Podés solicitar, de manera gratuita, asesoramiento legal y acompañamiento psicológico durante el proceso.

Contactanos si tenés preguntas, si necesitás ayuda para redactar tu denuncia o apoyo para interponerla.

**Correo: defensoriahs@ucr.ac.cr**  
**Teléfono: 2511-1953**

**¡Escaneá para leer el Reglamento!**

