

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Departamento de Matemática Aplicada
II Ciclo-2021

Carta al estudiante

1. Información General

Nombre del curso: Cálculo para Ciencias Económicas II

Sigla: MA1022

Naturaleza del curso: Teórico

N^{ro} de horas presenciales: 5

Modalidad: Semestral

Créditos: 4

Requisito: MA-1021

Correquisito: Ninguno

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-1022, Cálculo para Ciencias Económicas II . En este documento encontrará información valiosa sobre aspectos esenciales del curso que usted debe conocer: descripción del curso, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso y de consulta del profesor. El conocimiento de estos aspectos le ayudará a tener una mejor organización de su tiempo requerido para la ejecución de las actividades a ser trabajadas a lo largo del ciclo lectivo, por lo que se le invita a leer con detalle el documento, siendo que es la guía de orientaciones a seguir en el curso. Para el mejor aprovechamiento de este curso, la persona estudiante debe contar con un manejo ágil de los temas y contenidos de un primer curso de cálculo.

El curso tiene 4 créditos. De acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil a 4 créditos corresponde una dedicación de 12 horas por semana para la persona estudiante. De estas 12 horas, aproximadamente 4 horas corresponden a los períodos de lecciones (250 minutos); en consecuencia, 8 horas corresponden a trabajo de la persona estudiante fuera de clases. La información puede consultarse en http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion_credito.pdf.

Este curso busca incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación, a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en dos contenidos generales: álgebra lineal y cálculo diferencial en varias variables. Este documento le brinda información general sobre los principales aspectos del curso que usted necesita para un desempeño adecuado en él. Es su responsabilidad leer y estar al tanto de toda la información que aquí se le suministra, así como estar al día con la materia y listas de ejercicios, de igual manera algunos temas o apartados pueden ser asignados para estudio independiente.

2. Objetivo general del curso

Aplicar conceptos, representaciones y procedimientos propios del álgebra lineal y del cálculo diferencial en varias variables, que le permitan al estudiante desarrollar habilidades para resolver problemas relacionados con su formación profesional.

3. Objetivos específicos del curso

Durante este curso, la persona estudiante debe ser capaz de:

1. Resolver operaciones que involucren matrices.
2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante diferentes algoritmos.
3. Clasificar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales a partir de los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada.
4. Resolver ecuaciones cuya incógnita sea una matriz.
5. Calcular la inversa de una matriz mediante operaciones de fila o con el uso de la matriz adjunta.
6. Calcular determinantes.
7. Aplicar las propiedades básicas del determinante en la simplificación de expresiones.
8. Aplicar las propiedades básicas del álgebra matricial en problemas relacionados con el modelo de Leontief.
9. Utilizar diferentes notaciones para representar una recta y un plano.
10. Interpretar el concepto de función real de varias variables reales.
11. Aplicar el concepto de derivada parcial en problemas de análisis marginal.
12. Calcular derivadas parciales y direccionales.
13. Determinar una ecuación para el plano tangente y la recta normal a una superficie.
14. Aplicar la regla de la cadena y el teorema de la función implícita en el cálculo de derivadas parciales.
15. Calcular los extremos absolutos de funciones de varias variables en regiones compactas.
16. Determinar los extremos de funciones de varias variables mediante el criterio del segundo diferencial o el Hessiano.
17. Determinar los extremos de funciones de varias variables con restricción de igualdad, mediante multiplicadores de Lagrange.
18. Clasificar los extremos de funciones de varias variables con restricción de igualdad, mediante el método del Hessiano orlado.

4. Programa del curso

1. Sistemas de ecuaciones lineales y determinantes

Matriz, vector fila y vector columna. Tipos y propiedades de matrices: nula, diagonal, identidad, triangular, transpuesta, invertible, ortogonal, idempotente, involutiva. Álgebra de matrices y propiedades. Sistema de ecuaciones lineales. Conjunto solución de un sistema. Métodos de reducción gaussiana y Gauss-Jordan. Rango de una matriz. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Sistemas con parámetros. Inversa de una matriz y propiedades básicas. Relación entre matrices invertibles y sistemas de ecuaciones lineales. Definición y cálculo de determinantes. Propiedades. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Vectores y su álgebra. Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario, dirección de un vector. Ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales. Producto punto y producto cruz. Proyecciones ortogonales. Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta. Ecuación vectorial, paramétrica y normal de un plano. Modelo de insumo producto de Leontief.

2. **Diferenciación en varias variables** Funciones de varias variables, dominio y codominio y su representación geométrica. Derivadas parciales de una función de dos y tres variables. Derivadas direccionales, gradiente, derivada direccional máxima. Plano tangente y recta normal a una superficie. Regla de la cadena. Teorema de la función implícita. Definición de máximos y mínimos (locales y globales), punto crítico y punto silla. Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Criterio de la segunda derivada para clasificar extremos locales de funciones de dos variables. Clasificación de puntos críticos mediante los criterios del diferencial de segundo orden o el Hessiano. Extremos absolutos de funciones de varias variables en regiones compactas. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano Orlado. Aplicaciones al análisis marginal y optimización en varias variables con y sin restricción de igualdad.

5. Metodología

Debido a la situación de la pandemia del Covid-19, este curso se desarrollará mediante sesiones con presencialidad remota, por lo que se requiere que las personas estudiantes cuenten con recursos digitales mínimos para el desarrollo del curso, como una computadora con cámara y acceso a internet. El papel de el o la docente será de acompañamiento y de guía en todas las actividades, mientras que la persona estudiante debe asumir un papel activo, responsabilizándose de la organización de su trabajo y de la adquisición de las diferentes competencias según su propio ritmo.

Todo material (videos de la web, grabaciones de las clases sincrónicas, documentos con la teoría, listas de ejercicios, etc) se irán subiendo semanalmente a la plataforma de Mediación Virtual en la pestaña de cada profesor.

En el transcurso del ciclo lectivo se incentivará tanto el trabajo individual, como el trabajo en equipo. Para ello el primer día de clases se organizarán grupos de trabajo, que se mantendrán en todo el semestre, para realizar todas las actividades de clases asignadas en el curso.

Salvo algunas diferencias entre los profesores de la cátedra, el trabajo de cada semana se organizará en ciertos momentos con exposiciones del docente con participación del alumnado. Otros momentos están destinados al trabajo individual y grupal dentro de las sesiones sincrónicas. Se dejarán materiales como videos, enlaces, y tareas para ser consultadas de manera asincrónica, mientras que el o la docente dará retroalimentación o evacuará dudas.

Sesión de consultas Cada profesor de la cátedra dispone de un horario de consulta para atender a el estudiantado en sus dudas respecto a la materia del curso, así como los ejercicios propuestos para cada sección. El estudiantado pueden evacuar sus dudas usando diferentes medios como se indican a continuación:

1. **Consultas Asincrónicas:** Cada docente creará un grupo en alguna de las redes sociales (WhatsApp, Telegram, facebook, etc), en donde el estudiantado podran recibir ayuda por medio de fotos, audios, o llamada directa. Por otro lado, para dudas no tan rápidas, pueden usar el foro de dudas habilitado en Mediación Virtual, el cual cada docente responderá en cuanto le sea posible.
2. **Consultas Sincrónicas** Cada docente estará disponible en sus horas de consulta, para lo cual se conectará en la plataforma que usa en sus clases, usando el enlace indicado por su profesor.

Los profesores de la cátedra MA-1022, horas de clases, consultas y correos, se muestran en el siguiente cuadro:

Sede o Recinto	Profesor	Horas de Clases	Horas Consulta
Rodrigo Facio	César Vargas	L:7 a 8:50, J: 7 a 9:50	L:10-13, L:15-20
Rodrigo Facio	Lorena Salazar	K:13 a 14:50, J:13 a 15:50	L:7-12, V:10-13
Rodrigo Facio	Lorena Salazar	K:10 a 12:50, J:11 a 12:50	L:7-12, V:10-13
Rodrigo Facio	Claudio Zúñiga	K: 16 a 18:50, V:17 a 18:50	M:9-11:30
Rodrigo Facio	Allan Lacy Mora	K 13:00-15:50, V:13 a 14:50	L:13-15:30
Paraíso	Catalina Camacho	K 8-10:50, J 8-9:50	K:11-11:50, J:10-10:50
Turrialba	Leonel Castro Soto	M:16-18:50, V:16-17:50	M:13-15, V:15-16
Guanacaste	Hellen Mena	K:13-16, V:13-15	J:7-9
Caribe	Andrés Herrera	K:16-17:50, J:13-15:50	K:18-21
Caribe	Domenech Castro	K:17-19:50, J:17-18:50	M:17-20
Occidente	Bryan Gómez	L:7-10, J:7-9	L:10-11, J:9-11
Guápiles	Maynor Jiménez	K:9-12, V:8-10	K:8-9, V:10-12
Sede Sur	Adriana Calvo	M:9-12, V:13-15	L:13-15, M:7-9, J:9-11, V:10-11, V:15-16.

Coordinadora: Lorena Salazar Solórzano.

6. Evaluación

El curso se evaluará mediante dos tareas, dos exámenes parciales, dos proyectos grupales sobre aplicaciones y al menos dos actividades de clases.

Dos exámenes parciales 30 % cada uno

En la semana 7 se realizará un primer examen para evaluar el tema de álgebra lineal y un segundo examen en la semana 14, que evaluará el tema de funciones en varias variables. Estos se implementarán en Mediación Virtual, en horario de clases y tendrán una duración de dos horas. Cada examen cuenta con 5 preguntas de respuesta corta (selección única, complete, asocie, etc) y una pregunta de desarrollo.

Actividades de clases: 15 %

Cada docente diseñará y aplicará diferentes actividades con el fin de incentivar la participación en las clases sincrónicas y el trabajo en equipo. El profesor adjuntará un anexo a este documento, indicando claramente cuántas y en que consistirán dichas actividades así como las fechas de aplicación.

Dos proyectos de aplicaciones (Valor: 15 %)

Se asignará dos proyectos grupales, donde los integrantes deberán estudiar por sí solos, un tema de aplicaciones siguiendo una guía. Deberán entregar un documento por grupo con las soluciones en mediación virtual y exponer ante sus compañeros los resultados. Se entregará una rúbrica para la evaluación de la exposición y parte escrita. Los temas de aplicaciones no se evaluará en los exámenes.

Las aplicaciones serán den los temas:

1. Modelo de insumo producto de Leontief. (5%)
2. Análisis marginal y problemas de optimización en varias variables (con y sin restricción de igualdad).(10%)

Dos tareas(10 %)

Se realizarán dos tareas grupales de cátedra, una antes de cada examen con un valor de (5%) cada una. Contarán con una semana para entregar la solución.

Las fechas de las evaluaciones de cátedra se listan en el siguiente cuadro:

Actividad	Valor	Fecha
Actividades de clase para IP	7.5 %	Fechas a definir por su profesor
Tarea 1	5 %	Del 18 a 25 de SEP
I Examen parcial	30 %	L:27, K:28 ó M:29 SET (según horario de clases)
Exposición de Aplicación 1	5 %	J 7 OCT o V 8 OCT (según horario de clases)
Actividades de clases para IIP	7.5 %	Fechas a definir por su profesor
Tarea 2	5 %	Del 13 a 20 NOV
II Examen parcial	30 %	L:22. K:23 ó M:24 NOV (según horario de clases)
Exposición Aplicación 2	10 %	J 2 o V 3 DIC (según horario de clases)
Total	100 %	

Las fechas de reposición de los exámenes y de ampliación son las siguientes:

Actividad	Fecha
Reposición I Examen	Viernes 8 de Octubre 17 pm
Reposición II Examen	Viernes 3 de Diciembre 17 pm
Examen de Ampliacion	Miércoles 15 de diciembre 13 pm
Examen de Suficiencia	Miércoles 6 de octubre a las 9:00 a.m.

6.1. Disposiciones para la realización de las evaluaciones

La persona estudiante debe conectarse y encender la cámara puntualmente el día del examen en Mediación Virtual. Debe tener hojas blancas, bolígrafo de tinta azul o negra, un celular para tomar fotos de las soluciones las cuales pegará en un archivo word, lo salvará en un solo archivo en pdf y subirá en el espacio indicado. Las especificaciones de cada evaluación se darán oportunamente.

6.2. Exámenes de reposición

Aquellos casos de estudiantes con ausencia justificada a un examen, tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición. Para solicitar el examen de reposición debe llenar la boleta de justificación (se descarga en la página de la escuela de matemática, www.emate.ucr.ac.cr), con esta adjuntar la respectiva constancia y entregarla al profesor del grupo correspondiente en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba ordinaria. Sólo el estudiantado autorizados mediante este proceso pueden realizar el examen de reposición. La entrega de los documentos no implica la autorización para hacer el examen de reposición, el profesor debe aprobar la autorización una vez revisada la documentación.

6.3. Examen de Suficiencia

La persona estudiante debe conectarse y encender la cámara puntualmente el día del examen en el enlace enviado por el Departamento de Matematica Aplicada. Inmediatamente terminada la prueba, la persona estudiante deberá exponer la solución del examen ante un jurado conformado por dos profesores de la cátedra. La parte escrita tiene un valor de 30 % y la parte oral 70 %.

6.4. Calificación de exámenes

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de que este se realizó, de lo contrario, la persona estudiante podrá presentar reclamo ante la coordinación de la cátedra.

La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones en los otros dos exámenes, o a criterio de la persona estudiante, a repetir el examen.

6.5. Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si $NA \geq 6,75$ la persona estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5
- Si $5,75 \leq NA < 6,75$, la persona estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.
- Si $NA < 5,75$ pierde el curso.
- La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

7. Avisos, contacto y material de apoyo.

Se utilizará el sitio Mediación Virtual, para crear la página del curso de MA-1022 II Ciclo 2021. En dicha página aparecerá copia de este documento, así como cualquier otra información importante referente al desarrollo del curso. Además de material de cátedra que ayudará a complementar su estudio (listas de ejercicios, solucionarios, etc).

Cada docente tiene además un espacio en Mediación Virtual, donde tendrá su propio material, grabaciones de las clases sincrónicas, las actividades de clases para su propio grupo y cualquier otra ayuda para el estudiante.

Cualquier consulta relacionada con la coordinación del curso se podrá enviar al correo lorena.salazarsolorzano@ucr.ac.cr.

8. Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial.

Semana	Fechas	Temas
1	16 - 21 AGO	Lectura de carta al estudiante. Matriz, vector fila y vector columna. Tipos y propiedades de matrices: nula, diagonal, identidad, triangular, transpuesta, invertible, ortogonal, idempotente, involutiva. Álgebra de matrices y propiedades.
2	23 - 27 AGO	Sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes del sistema y matriz aumentada. Operaciones elementales de las filas de un sistema. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Conjunto solución de un sistema. Métodos de reducción gaussiana y Gauss-Jordan.

3	30 AGO - 3 SET	Rango de una matriz. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Sistemas con parámetros. Inversa de una matriz y propiedades básicas. Relación entre matrices invertibles y sistemas de ecuaciones lineales.
4	6 - 10 SET	Definición y cálculo de determinantes. Propiedades. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.
5	13 - 17 SET	Vectores y su álgebra. Norma y dirección de un vector, vectores canónicos, vector unitario. Ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales. Producto punto y producto cruz. Proyecciones ortogonales. Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta. Ecuación normal de un plano.
6	20 - 24 SET	Repaso para examen. Actividad de clases. Entrega de Tarea 1.
7	27 SET - 1 OCT	I Examen Parcial Clase asincrónica: Modelo de insumo producto de Leontief (J ó V).
8	4 - 8 OCT	Funciones de varias variables, dominio y codominio y su representación geométrica. Imagen de un punto. Superficies cuadráticas sin términos mixtos. Software graficador. Derivadas parciales de primer y segundo orden de una función de dos y tres variables. Exposiciones: Modelo de insumo producto de Leontief.
9	11 - 15 OCT	SEMANA DE LA DESCONEXIÓN TECNOLÓGICA
10	18 - 22 OCT	Derivadas direccionales, gradiente, derivada direccional máxima. Plano tangente y recta normal a una superficie. Regla de la cadena.
11	25 - 29 OCT	Teorema de la función implícita. Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Criterio de la segunda derivada para clasificar extremos locales de funciones de dos variables.
12	1- 5 NOV	Clasificación de puntos críticos mediante los criterios del diferencial de segundo orden o el Hessiano. Extremos absolutos de funciones de varias variables en regiones compactas.
13	8- 12 NOV	Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano Orlado.

14	15- 19 NOV	Repaso para examen. Actividad de clases. Entrega de Tarea 2.
15	22- 27 NOV	II Examen parcial Clase Asincrónica: Problemas de optimización en varias variables. (J ó V)
16	29- 3 DIC	Exposiciones: Problemas de optimización en varias variables. Reposición II Examen Parcial.
17	6- 10 DIC	Entrega de promedios.
18	13- 17 DIC	Examen Extraordinario.

9. Referencias

Las referencias incluidas en esta carta constituye una guía para el profesor y la persona estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas incluidos en el programa.

- [1] Camacho Catalina, Notas del curso MA1022.
- [2] Apostol, Tom: Calculus. Segunda Edición, Vol I y II. Editorial Reverté, España, 1982.
- [3] Piza Volio, Eduardo: Introducción al Análisis Real en una variable. Editorial UCR, 2006.
- [4] Bartle, R. y Sherbert, D. : Introducción al Análisis matemático. Segunda edición. Editorial Limusa, México, 1979.
- [5] Demidovich, P.B.: Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial MIR, Moscú, 1977.
- [6] Demidovich, P.B.: 5000 Problemas de Análisis Matemático. Editorial MIR, Moscú, 1985.
- [7] Piskunov, N.: Cálculo Diferencial e Integral Tomo I y II. Editorial MIR, Moscú, 1978.
- [8] Stewart, J.: Cálculo Multivariable. Cuarta Edición , Thompson Learning, México DF.
- [9] J.Marsden y A. Tromba: Cálculo Vectorial. Tercera Edición. Adison Wesley, 1988.
- [10] Hammond,P., Sydsaeter, K.S.: Matemática para el análisis económico. Prentice Hall, Madrid (1996).
- [11] Lang, Serge: Cálculo. Addison-Wesley Iberoamericana, E.U.A. (1990).