



Datos Generales.

Sigla: MA0552.

Nombre del curso: Introducción a la Topología.

Tipo de curso: Teórico. Bajo Virtual

Número de créditos: 5 créditos.

Número de horas semanales presenciales: 5 horas.

Requisitos: MA0552 Principios de Análisis II.

Ubicación en el plan de estudio: V año, I ciclo 2022.

Horario del curso: Lunes de las 8:00 a las 10:50. Jueves de las 8:00 a las 9:50.

Profesor: Jesús Rodríguez Rodríguez

Correo: jesus.rodriguez@ucr.ac.cr, chuz.rod@gmail.com

Horario de Consulta:

Lunes 11:00 am a 12:00 pm (Presencial oficina) y 3.00 pm a 5:00 pm (Entorno Virtual).

Jueves: 10:00 am a 12:00 pm (Presencial Oficina) y 4:00 pm a 5:00 pm (Entorno Virtual).

Viernes 3:00 pm a 5:00 pm (Entorno Virtual)

Descripción del curso.

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA0552: Introducción a la Topología. Este curso está dirigido a estudiantes de licenciatura de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Sede Occidente y que cuentan con conocimientos básicos de análisis matemático. El objetivo principal es estudiar los principales conceptos y resultados que son parte de la Topología, a un nivel elemental e intermedio. En el presente documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, contenidos, evaluación y bibliografía, principalmente. Es su derecho y su deber, estar informado sobre lo que se espera que aprenda en este curso, así como sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Se le sugiere leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de la Matemática requiere del dominio de los conceptos propios de la materia, así como de gran cantidad de práctica. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos, así como para la solución de los ejercicios. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, del cual se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con la dedicación y el esfuerzo necesarios. De parte del

docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivos generales

1. Introducir los conceptos básicos de la topología.
2. Dar una visión amplia de los métodos topológicos.
3. Desarrollar la capacidad de abstracción.
4. Manejar el lenguaje topológico.

Objetivos Específicos

Con respecto a los objetivos específicos, se pueden indicar los siguientes:

1. Conocer las propiedades básicas de espacios métricos.
2. Estudiar distintos conceptos dentro de la estructura de espacio métricos.
3. Conocer las propiedades básicas de espacios topológicos.
4. Estudiar el significado topológico de conceptos fundamentales como cerradura, interior, adherencia, continuidad, entre otros.
5. Generalizar los tópicos de continuidad y convergencia.
6. Detallar sobre conjuntos compactos, conjuntos conexos.
7. Dar una introducción básica de propiedades de separación.
8. Manipular en forma correcta los conceptos compacidad, conexidad y continuidad en espacios topológicos.
9. Manipular en forma correcta los conceptos de base, espacio primero y segundo numerable y topología producto.
10. Estudiar el concepto de homeomorfismo.
11. Estudiar el concepto de topología cociente.
12. Introducir la teoría de homotopía.

Contenidos del Curso:

Capítulo 1. Breve introducción a la teoría de conjuntos y numerabilidad (2 semanas)

1. Conjuntos y subconjuntos, operaciones con conjuntos. Leyes de De Morgan.
2. Colecciones de conjuntos, operaciones con colecciones de conjuntos, leyes de De Morgan con colecciones de conjuntos.
3. Relaciones, producto cartesiano, relaciones de orden, relaciones de equivalencia, particiones y conjunto cociente.
4. Funciones, función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, función inversa.
5. Conjuntos finitos. Cardinalidad.
6. Equipotencia y numerabilidad.

Capítulo 2. Topología en \mathbb{R}^n . (2 semanas)

1. Conjuntos abiertos y cerrados. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados. Interior, frontera adherencia y clausura.
2. Sucesiones de números reales., subsucesiones, sucesiones de Cauchy.
3. Puntos de acumulación, Teorema de Bolzano Weierstrass, Puntos interiores, Puntos frontera, Puntos adherentes.
4. Conjuntos compactos. Teorema de intersección de Cantor, Teorema de Heine-Borel
5. Conjuntos conexos.

Capítulo 3. Topología en espacios métricos. (4 semanas)

1. Definición y ejemplos de espacio métricos.
2. Conjuntos abiertos y cerrados.
3. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados.
4. Interior, frontera, adherencia y clausura de un conjunto.
5. Sucesiones, subsucesiones y sucesiones de Cauchy.
6. Espacios métricos completos.
7. Conjuntos compactos.

8. Conjuntos conexos.
9. Funciones continuas, funciones continuas y convergencia de sucesiones, continuidad y compacidad, continuidad y conexidad.

Capítulo 4. Espacios topológicos.(8 semanas)

1. Definición y ejemplos de espacios topológicos.
2. Topología indiscreta, discreta, de complementos finitos, de complementos numerables. Topología relativa (subespacios topológicos).
3. Interior, frontera adherencia y clausura de un conjunto.
4. Axiomas de separación. Espacio T_1 , de Hausdorff (T_2), Regular (T_3) y normal (T_4).
5. Conjuntos compactos. Continuidad y compacidad.
6. Conjuntos conexos. Continuidad y conexidad. Conjuntos arcoconexos.
7. Funciones continuas. Continuidad y compacidad. Continuidad y conexidad. Topología cociente.
8. Subconjuntos densos.
9. Base de un espacio topológico. Espacio primero y segundo numerable.
10. Topología producto.
11. Homeomorfismos.
12. Curvas homotópicas y grupo fundamental (Breve introducción).

Metodología:

El curso contemplará principalmente:

1. Una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes que tengan las y los estudiantes.
2. Resolución de ejercicios, por parte de las y los estudiantes con el fin de reforzar la comprensión de los conceptos vistos en clases.
3. Cada estudiante, deberá crear contenido audiovisual expone contenidos del curso.

Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provicionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente y acuerdo con los estudiantes.

Semana	Actividad
1-2	Capítulo 1
3-4	Capítulo 2
4-8	Capítulo 3
9-16	Capítulo 4

Evaluación:

1. Se realizará un exámen final, con un porcentaje de 20 % de la nota del curso.
2. Cada estudiante realizará tres vídeos, con una duración de entre 10 y 15 minutos, presentado de manera básica contenidos del curso. La entrega del vídeo se hará mediante un enlace de YouTube, cada vídeo debe tener introducción, desarrollo y cierre, un tema musical del uso libre como sonido de fondo y el presentador debe ser visible en todo momento del vídeo. El vídeo podrá ser compartido en la pantalla informativa de la Sección de Matemática. Cada vídeo tendrá un porcentaje de 20 % de la nota del curso.
3. Cada estudiante realizará dos infografías, sobre aplicaciones de la topología. Cada infografía deberá tener entre tres y cinco diapositivas. La infografía podrá ser compartida en la pantalla informativa o en el Facebook de la Sección de Matemática. Cada infografía tendrá un porcentaje de 10 % de la nota del curso.

Para la elaboración de los vídeos e infografías las y los estudiantes pueden trabajar de forma colaborativa. Sin embargo, cada trabajo se debe presentar de forma individual.

Descripción	Fecha
Entrega vídeo 1	Semana del 16 al 22 de mayo
Entrega infografía 1	Semana del 30 de mayo al 04 de abril
Entrega vídeo 2	Semana del 20 al 26 de junio
Entrega infografía 2	Semana del 4 al 10 de julio
Examen final	Jueves 21 de julio
Entrega vídeo 3	Semana del 25 al 31 de julio

4. Sobre las reposiciones:

- a) La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

- b) El exámen de reposición se aplicará el lunes 25 de julio.
5. **Sobre la nota de final:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en las diferentes actividades del curso.
- a) Si $67,5 \leq NA$ el o la estudiante aprueba el curso.
- b) Si $57,5 \leq NA < 67,5$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
- c) Si $NA < 57,5$ el o la estudiante pierde el curso.
- d) El examen de ampliación se aplicará el jueves 4 de agosto.

Bibliografía:

1. Amstrong, M.A. **Topología Básica**. Editorial Reverté. S.A. España. 1987.
2. Apostol, Tom. **Análisis Matemático**. Barcelona: Editorial Reverté, 1993.
3. Bartle Robert. **Introducción al Análisis Matemático**. México: Editorial Limusa, 1989.
4. Chandrasekhara Rao, K. **Topology**. Alpha Science International Ltd. Oxford, U.K. 2009
5. Dieudonné, J. **Fundamentos de Análisis Moderno**. Barcelona: Editorial Reverté, 1975.
6. Dugundji, James. **Topology**. Boston: Allyn and Bacon, Inc, 1978.
7. Gamelin, Theodore W y Greene, E. Robert. **Introduction to Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1999.
8. Gemignani, Michael C. **Elementary Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1990.
9. Kelley, John. **General Topology**. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, Inc, 1955.
10. Lang, Serge. **Undergraduate Análisis**. Berlín: Springer Verlag, 1983.
11. Lipschutz. S. **Topología General**. McGraw Hill. 1967
12. Lorente, Chamizo **Topología**. <http://matematicas.uam.es/fernando.chamizo/>.
13. Munkres, James. **Topología**. Madrid: Prentice Hall, 2002.
14. Muñoz, José M. **Topología básica**. Colombia: Editorial Guadalupe, 2003.

15. Rudín, Walter. **Principios de Análisis Matemático**. México: Mc Graw Hill, 1980.
16. Simmons, George. **Introduction to Topology and Modern Análisis**. New York: McGraw-Hill, 1963.
17. Steen, Lynn Arthur y Seebach, J. Arthur. **Coounterexamples in Topology**. Dover Publications, Inc. New York 1978.