

**MA-1004 ÁLGEBRA LINEAL**  
**CARTA AL ESTUDIANTADO I CICLO 2022**

**Naturaleza del curso: Teórico**

**Número de horas sincrónicas: 4**

**Número de horas estudio independiente: 11**

**Horas totales: 15**

**Modalidad: Bimodal o Alto virtual**

**Créditos: 3**

**Requisito: Ninguno, Correquisitos: Ninguno**

**Estimada persona estudiante:**

Reciba una cordial bienvenida y esperamos que este curso contribuya significativamente a su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenidos, evaluación, cronograma y bibliografía del curso.

**1. Descripción**

Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Su utilidad práctica se ha consolidado en la explicación de principios fundamentales y en la simplificación de cálculos en distintas ramas como ingeniería, ciencias de la computación, matemáticas, física, biología, procesamiento de imágenes, economía y estadística. Lo que esperamos se convierta en un estímulo para el trabajo que deberán realizar en el curso.

El objetivo principal de este curso es dotar a la persona estudiante de la maquinaria del álgebra lineal necesaria para hacer frente a cursos avanzados de su respectiva carrera es . Para lograr este fin el curso inicia con el estudio de sistemas de ecuaciones lineales y la teoría de matrices, como una herramienta para resolver estos sistemas. Posteriormente se utilizarán herramientas algebraicas en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la segunda parte del curso se tiene al estudio de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita.

En este curso se requiere que la persona estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto. Se busca que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin será necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo. Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que la persona estudiante dedique suficiente tiempo para comprender y asimilar los diferentes conceptos y resultados teóricos estudiados en la clase. Además para fortalecer el estudio es importante que dedique tiempo a la resolución de problemas. Como apoyo a esta tarea, **todo el cuerpo docente de la cátedra cuentan con horas**

**de consulta destinadas a atender las dudas de los y las estudiantes del curso.** Los horarios de atención en la sección 10 de este documento.

Otro apoyo adicional en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los llamados **Estudiaderos**, los cuales funcionan los miércoles de cada semana a partir de las 8 a.m. y son atendidos por asistentes, quienes le ayudarán a salir adelante cuando tenga dudas sobre los ejercicios. **Este espacio se desarrollará de manera remota.** Para mayor información al respecto puede consultar la Oficina de Vida Estudiantil.

El curso tiene 3 **créditos**. Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente”. De esta forma, de acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, a 3 **créditos** corresponde una dedicación de 9 horas por semana para la persona estudiante.

## 2. Objetivos generales del curso

Los objetivos generales del curso son:

1. Contribuir a la formación matemática de los y las estudiantes, esencial para describir, entender y resolver problemas propios de su disciplina.
2. Contribuir al desarrollo de los y las estudiantes, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y aplicar éstos a su disciplina de estudio.
3. Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
4. Tener el dominio de los temas básicos del álgebra lineal.
5. Introducir a los y las estudiantes en el uso de tecnologías computacionales que le permitan comprender mejor algunos conceptos que se estudian en el curso y así resolver mas eficientemente problemas del álgebra lineal.

## 3. Objetivos específicos

Durante este curso la persona estudiante será capaz de:

1. Resolver, manualmente y mediante uso de software apropiado, sistemas de ecuaciones lineales.
2. Expresar en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
3. Conocer el álgebra de matrices.
4. Reconocer en un sistema de ecuaciones lineales la multiplicación matricial, para aplicarlo adecuadamente a la solución y análisis de dichos sistemas.
5. Conocer y aplicar el concepto de determinantes para el análisis y la solución de sistemas de ecuaciones lineales.

6. Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada. Calcular, manualmente y mediante uso de software apropiado, la inversa de una matriz invertible.
7. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
8. Conocer la estructura de espacio vectorial y espacios vectoriales relacionados con matrices y polinomios.
9. Identificar el conjunto  $\mathbb{R}^n$  como un espacio vectorial con producto interno, conocer su geometría, e identificar sus subespacios vectoriales.
10. Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial.
11. Conocer y aplicar el algoritmo de Gram-Schmidt a sus conjuntos de  $\mathbb{R}^n$ .
12. Determinar el complemento ortogonal de un subespacio de  $\mathbb{R}^n$ .
13. Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
14. Representar transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita mediante una matriz.
15. Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
16. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
17. Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.
18. Determinar si una matriz o una transformación lineal, es diagonalizable o no.

#### 4. Contenidos

##### **TEMA 1: Sistemas de ecuaciones lineales y matrices**

Sistemas de  $n$  ecuaciones lineales en  $m$  variables homogéneos y no homogéneos. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Dependencia e independencia lineal entre las filas de una matriz. Matrices/sistemas equivalentes por filas. Forma escalonada y forma escalonada reducida de una matriz. Rango de una matriz.

##### **TEMA 2: Álgebra matricial y resolución de sistemas de ecuaciones lineales**

Concepto general de una matriz. Operaciones con matrices: igualdad, suma, producto por escalar, multiplicación de matrices, transposición. Matrices invertibles. Matrices elementales. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades. Definición y propiedades del determinante. Regla de Cramer.

##### **TEMA 3: Geometría vectorial**

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto

cruz en  $\mathbb{R}^3$  y sus propiedades. Aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes. Proyecciones ortogonales en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .

#### **TEMA 4: Rectas y planos**

Descripción de una recta en  $\mathbb{R}^3$ . Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en  $\mathbb{R}^3$ . Planos en  $\mathbb{R}^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en  $\mathbb{R}^3$ . Hiperplanos en  $\mathbb{R}^n$ . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos planos. Distancia entre un punto y un plano, y entre dos rectas.

#### **TEMA 5: Espacios vectoriales**

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases ordenadas y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada. Espacio fila y espacio columna de una matriz.

#### **TEMA 6: Ortogonalidad y proyecciones**

Conjuntos de vectores, bases y subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio vectorial. Método de ortogonalización de Gram-Schmidt.

#### **TEMA 7: Transformaciones lineales**

Concepto de transformación lineal. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Teorema del rango-nulidad. Representación matricial de una transformación lineal. Matriz de cambio de base. Transformaciones lineales invertibles.

#### **TEMA 8: Valores y vectores propios: Diagonalización**

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización y diagonalización ortogonal.

#### **TEMA 9: Curvas cuadráticas**

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Secciones cónicas: parábolas, elipses e hipérbolas. Ecuaciones canónicas de las curvas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

## 5. Modalidad

Según las resoluciones [VD-11502-2020](#), [VD-11489-2020](#) y [VD-R-12055-2022](#), este curso se llevará a cabo en dos modalidades: **Alto Virtual** y **Bimodal**.

- **Bimodal (Presencial-virtual)**: una de las lecciones semanales se recibe de manera presencial en la Universidad de Costa Rica y la otra lección de forma remota sincrónica.
- **Alto Virtual**: ambas lecciones se reciben de forma remota sincrónica.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad emitan restricciones para el desarrollo de la práctica docente, las sesiones presenciales que hayan sido previstas se trasladarán a la modalidad virtual, según las indicaciones que dé la coordinación del curso.

Para las lecciones remotas, se utilizará alguna plataforma para realizar videoconferencias como Zoom, Teams, Google Meet u otra (que cada persona docente informará a sus estudiantes oportunamente), por lo que se requiere que las personas estudiantes cuenten con recursos digitales mínimos para el desarrollo del curso, como una computadora y acceso a internet.

Además se utilizará la plataforma virtual oficial [Mediación Virtual](#) en el entorno [I-S-2022-RRF-Álgebra Lineal](#), en el cual se publicará de manera oportuna material del curso (videos de la web, grabaciones de las clases sincrónicas, documentos con la teoría, listas de ejercicios, etc), así como comunicados a la comunidad estudiantil.

El papel de la persona docente será de acompañamiento y de guía en todas las actividades, mientras que la persona estudiante debe asumir un papel activo, responsabilizándose de la organización de su trabajo y de la adquisición de las diferentes competencias según su propio ritmo. Se busca con ello que la persona estudiante sea capaz de lograr aprendizajes significativos de manera independiente, que ejecute estrategias cognitivas de exploración y descubrimiento, así como de planificación y regulación de su propia actividad.

## 6. Evaluación

El avance de los temas del curso será evaluado por medio de **pruebas parciales** y **tareas**:

### 1. Exámenes parciales (Valor: 30% cada uno)

Se realizarán **dos** exámenes parciales en las fechas indicadas en el cronograma. El primer parcial se llevará a cabo de forma **presencial**, mientras que el segundo parcial se realizará de forma **sincrónica virtual** en la plataforma [Mediación Virtual](#). Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual. La revisión de los exámenes será colegiada, lo que significa que cualquier docente de la cátedra podrá ser quien revise su examen, no necesariamente la persona docente a cargo del curso en el cual se encuentra matriculada.

Las fechas de los exámenes parciales son las siguientes:

Actividad	Fecha
1 Parcial	Sábado 28 Mayo, 8:00 am (Presencial)
2 Parcial	Sábado 16 Julio, 8:00 am (Virtual)

## 2. Tareas (Valor: 4% cada una)

Se realizarán **diez** tareas en las fechas indicadas en el cronograma. Las tareas se llevaran a cabo en Mediación Virtual, y consistirá de preguntas de respuesta restringida, las cuales serán calificadas automáticamente por la plataforma. Cada tarea estará habilitada durante una semana hasta el domingo de la semana en curso a las 23:59. Para cada tarea se habilitarán hasta 3 intentos, siendo la nota de la misma la calificación mas alta de los intentos realizados.

La persona docente puede convocar al estudiante a que aclare, mediante una reunión, los resultados obtenidos en cualquiera de las evaluaciones que se realizarán en el curso, de modo que si la persona estudiante no es capaz de justificar su procedimiento, entonces será invalidado, recibiendo un cero en dicha evaluación.

Para quien no pueda realizar alguno de los exámenes parciales, la realización de una prueba de reposición está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del [Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica](#), el cual se cita a continuación:

**Artículo 24.** Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. **Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso**, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

Para solicitar la realización del examen de reposición debe llenar la [boleta de solicitud de examen de reposición](#), acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo.

Las fechas de las pruebas de reposición son las siguientes:

Actividad	Fecha
Reposición 1 Parcial	Sábado 4 Junio, 8:00 am (Presencial)
Reposición 2 Parcial	18-19 Julio, horario de clase (Virtual)
Suficiencia	1 Junio 9:00 am (Presencial)

La nota final del curso se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del [Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica](#). Dicha nota se notifica a la Oficina de Registro e Información en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La calificación final de siete (7.0) es la mínima para aprobar un curso. En el caso de obtener un 6.0 o 6.5, el estudiante tiene derecho a realizar un exámen de ampliación. El estudiante que obtenga en la prueba de ampliación una nota de 7.0 o superior, tendrá una nota final de 7.0. En caso contrario, mantendrá 6.0 o 6.5, según corresponda.

**Examen de ampliación:** consistirá de una prueba comprensiva, donde se evaluarán todos los temas evaluados en las pruebas parciales y las tareas.

## 7. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el [Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica](#). Esta normativa establece como faltas muy graves:

**Artículo 4c.** Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

**Artículo 4k.** Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

**Artículo 5c.** Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

Dichas faltas se sancionan con una suspensión de la condición de estudiante, por un tiempo definido según el tipo de falta.

## 8. Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución semanal de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial.

Semana	Temas	Tarea
28/03 - 01/04	Carta al estudiantado. SEL. Reducción Gaussiana	–
04/04 - 08/04	Operaciones de fila. FERF. Rango.	1
11/04 - 15/04	Semana Santa	–
18/04 - 22/04	Álgebra matricial	2
25/04 - 29/04	Matrices y SEL. Determinantes. Regla de Cramer	–
02/05 - 06/05	Vectores. Producto escalar. Norma. Ángulos	3
09/05 - 13/05	Producto cruz. Proyección ortogonal. Rectas y planos	4
16/05 - 20/05	Distancias. Espacios vectoriales	5
23/05 - 27/05	Bases, dimensión. Coordenadas	–
28/05 8am	Primer examen parcial	–
30/05 - 03/06	Ortogonalidad.	–
06/06 - 10/06	Transformaciones Lineales.	6
13/06 - 17/06	Representación matricial de TL	7
20/06 - 24/06	Diagonalización	8
27/06 - 01/07	Diagonalización. Curvas cuadráticas	9
04/07 - 08/07	Curvas cuadráticas	10
11/07 - 15/07	Repaso	–
16/07 8am	Segundo examen parcial	–
28 8am	Ampliación	–

## 9. Referencias bibliográficas

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

1. Anton, H. (2004) Introducción al Álgebra Lineal. Quinta edición. Limusa. México.
2. Arce, C.; Castillo, W.; y González, J. (2004) Álgebra lineal. Tercera edición. UCR. San Pedro.
3. Del Valle, Juan C. (2012) Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias. Mc Graw Hill. México.
4. Guillén, H., Ramirez, J., Segura, E. y Sequerira, F. (2022) Álgebra Lineal: un enfoque práctico y consiso. Editorial Universidad Nacional
5. Hill, R. (1996) Álgebra Lineal Elemental con Aplicaciones. Tercera edición. Prentice Hall. México.
6. Howard, A. (1992) Introducción al Álgebra lineal. Tercera edición. Limusa. México.
7. Grossman, S. (1996) Álgebra lineal con aplicaciones. Quinta edición. Mc Graw Hill. México.
8. Grossman, S-Flores, José. (2012). Álgebra lineal. Mc Graw Hill. México.



9. Lay, D. (2012) Álgebra Lineal y sus aplicaciones. Cuarta edición. Pearson. México.
10. Noble, D. (1989) Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones. Tercera edición. Prentice Hall. México.
11. Pita, Claudio. (1991) Álgebra lineal con aplicaciones. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.
12. Sánchez, Jesús. (2020) Álgebra lineal fundamental: teoría y ejercicios. Editorial UCR.
13. Sánchez, Jesús. (2020) MA1004 álgebra lineal: Exámenes resueltos. En revisión.

## **10. Horas de consulta de los y las profesoras de MA 1004**

Esta información estará disponible oportunamente en el entorno del curso.

## 11. Anexos



**DISCRIMINACIÓN**

Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

**DISCRIMINACION:**

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

**DENUNCIA**

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.

 2511-6345  [facultad.ciencias@ucr.ac.cr](mailto:facultad.ciencias@ucr.ac.cr)





Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

#### SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

#### DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

#### CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898  
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr  
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909  
defensoriahs@ucr.ac.cr

