



Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente
Departamento de Ciencias Naturales
Programa del curso
MA 0307 Geometría y Álgebra Lineal
II Ciclo, 2024

Datos Generales

Carrera: Enseñanza de la Matemática

Sigla: MA0307

Tipo de curso: Teórico

Modalidad: Bajo virtual

Número de créditos: 4 créditos

Número de horas semanales presenciales: 5 horas

Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante: 7 horas

Requisitos: MA0205 Álgebra y Análisis I, y MA0270 Geometría I

Ubicación en el plan de estudios: Segundo año, II Semestre

Horario del curso: Lunes de 14:00 hs a 16:50 hs, Jueves de 14:00 hs a 15:50 hs

Datos del Profesor:

Nombre: Jorge Luis Salazar Chaves

Correo Electrónico: jorgeluis.salazar@ucr.ac.cr

Horario de Consulta: Martes de 13:00 hs a 16:45 hs.

Oficina: # 3, Sección de Matemática.

Descripción del curso

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA0307, Geometría y Álgebra Lineal, dirigido a estudiantes del programa de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. El álgebra lineal es el estudio de los sistemas (de ecuaciones) lineales, matrices, espacios vectoriales y las transformaciones lineales entre estos espacios. En este curso se presentan la totalidad de los conceptos del álgebra lineal en un marco concreto antes de pasar a considerarlos con toda generalidad. Además se hace hincapié en la intuición geométrica. Es importante destacar que álgebra lineal constituye una de las áreas fundamentales de la Matemática, con ramificaciones no solo en el ámbito meramente teórico de la Matemática, si no que cuenta con numerosas aplicaciones en distintas áreas de la ciencia y la tecnología. De esta forma, en este curso se pretende proporcionarle las herramientas teóricas y prácticas que le serán de utilidad para estudiar ya sea temas más abstractos de la Matemática, o bien áreas más aplicadas. De usted, como estudiante, se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios.



Para este curso es indispensable su disposición en términos de asistencia al curso, estudio individual fuera de horario lectivo, realización de tareas, y la participación en clases. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivo General

Conducir al estudiante por los conceptos básicos del álgebra lineal que constituyen el punto de partida hacia ramas de las matemáticas más abstractas y que además tienen vínculos con otras muchas áreas de las matemáticas aplicadas.

Objetivos específicos

1. Manejar adecuadamente el álgebra de matrices.
2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con ayuda del componente matricial (eliminación Gaussiana)
3. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea invertible.
4. Conocer y aplicar las propiedades básicas del cálculo de determinantes.
5. Emplear el cálculo de determinantes en la solución de sistemas de ecuaciones lineales, en los casos que sea factible.
6. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
7. Definir formalmente el concepto de espacio vectorial, base y dimensión.
8. Profundizar en el concepto de transformación lineal y conocer los resultados teóricos clásicos para su estudio.
9. Conocer las transformaciones geométricas relevantes para las aplicaciones gráficas en el espacio bidimensional y tridimensional, y entender su relación con el álgebra lineal.
10. Operar con vectores, bases, subespacios, matrices y transformaciones lineales.
11. Calcular las coordenadas de un vector con respecto a una base.
12. Representar transformaciones lineales, matricialmente.
13. Calcular valores y vectorios propios



14. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea diagonalizable.

Contenidos del curso

○ CAPÍTULO 1: Sistemas de ecuaciones lineales

- Sistemas de m ecuaciones lineales y n variables.
- Conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales.
- Operaciones elementales sobre las filas de una matriz.
- Matriz escalonada, matriz escalonada reducida, y matrices equivalentes.
- Método de eliminación Gauss-Jordan.
- Rango de una matriz, sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y no homogéneos.
- Solución de un sistema de ecuaciones lineales que dependen de uno o más parámetros.

○ CAPÍTULO 2: Matrices

- Concepto general de una matriz, álgebra de matrices y propiedades básicas de matrices.
- Matrices especiales: Matriz identidad, diagonal, triangular, idempotente, nilpotente, y transpuesta.
- Matriz transpuesta y sus propiedades.
- Matrices elementales e inversa de una matriz.
- Método de Gauss-Jordan para encontrar la inversa de una matriz.
- Conexión entre matrices invertibles y la solución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Descomposición LU .

○ CAPÍTULO 3: Determinantes

- Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales.
- Cálculo del determinante mediante el desarrollo de filas o columnas.
- Determinante de la transpuesta de una matriz, y determinante de la inversa de una matriz.
- Regla de Cramer.
- Definición de matriz adjunta, y cálculo de la inversa de una matriz mediante la matriz adjunta.
- Relación entre el rango de una matriz y su determinante.



○ **CAPÍTULO 4: Geometría Vectorial**

- Vectores en \mathbb{R}^n : Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades.
- Producto escalar de vectores y sus propiedades. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en \mathbb{R}^3 y sus propiedades.
- Proyecciones ortogonales. Área de un paralelogramo y volumen de un paralelepípedo.

○ **CAPÍTULO 5: Rectas y Planos en \mathbb{R}^n**

- Ecuaciones vectorial, paramétricas, escalares y simétricas de una recta.
- Ecuaciones vectorial, paramétricas y normal de un plano en \mathbb{R}^3 . Concepto de hiperplano.
- Distancias entre puntos, rectas y planos.

○ **CAPÍTULO 6: Espacios vectoriales, bases y dimensión**

- Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales.
- Subespacios vectoriales.
- Subespacio generado.
- Combinación lineal e independencia lineal.
- Bases, dimensión, y coordenadas de un vector con respecto a una base.
- Espacio fila de una matriz.
- Espacio de columnas de una matriz.
- Intersección y suma de subespacios vectoriales.

○ **CAPÍTULO 7: Ortogonalidad y proyecciones**

- Conjunto de vectores ortogonales.
- Bases ortonormales.
- Complemento ortogonal de un subespacio.
- Proyección ortogonal sobre un subespacio.
- Construcción de bases ortonormales mediante el método de Gram-Schmidt.
- Distancia de un punto a un subespacio vectorial.

○ **CAPÍTULO 8: Transformaciones lineales**

- Transformaciones lineales: Definición y propiedades elementales.
- Determinación de una transformación lineal a partir de su acción sobre una base.
- Núcleo e imagen de una transformación.



- Inyectividad y sobreyectividad de transformaciones lineales.
 - Rango y nulidad de una transformación lineal.
 - Matriz asociada a una transformación lineal/ Transformación lineal asociada a una matriz.
 - Matriz de cambio de base, y composición de transformaciones lineales.
 - Transformaciones lineales invertibles.
- **CAPÍTULO 9: Diagonalización**
- Concepto de valor propio y vector propio.
 - Subespacio asociado a un valor propio.
 - Polinomio característico de una matriz.
 - Diagonalización de matrices.
 - Matrices ortogonalmente diagonalizables.
 - Valor y vector propio de un operador lineal.
 - Diagonalización de operadores lineales.
 - Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.
- **CAPÍTULO 10: Formas cuadráticas y cónicas**
- Formas cuadráticas y diagonalización.
 - Curvas y superficies cuadráticas.
 - Rotación y traslación de secciones cónicas.
-

Metodología

Las clases y las evaluaciones de este curso serán presenciales, se contemplará principalmente una participación expositiva por parte del docente, dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Se presentarán suficientes ejemplos, principalmente para dirigir el estudio. También se valorará la respectiva atención a las interrogantes de los y las estudiantes. Se trabajará con las listas de ejercicios recomendados por el profesor, con el fin de reforzar la comprensión de los contenidos estudiados en clases. La asignación de listas de ejercicios y material bibliográfico complementario se realizará mediante el entorno virtual: [II - S - 2024- OSR - GEOMETRÍA Y ÁLGEBRA LIENAL - 001](#).



Evaluación

En este curso se realizarán un total de tres exámenes parciales. El desglose porcentual de estas evaluaciones así como la fecha y hora respectiva se detalla en la siguiente tabla:

Descripción	Porcentaje	Fecha	Hora
I Parcial	30%	19/09/2023	14:00 hs
Exposición Grupal	15%	Fechas Asignadas	14:00 hs
II Parcial	20%	24/10/2023	14:00 hs
III Parcial	35%	28/11/2023	14:00 hs
Reposición I, II y III examen parcial		02/12/2023	8:00 hs
Examen de Ampliación		09/12/2022	8:00 hs

Consideraciones sobre la metodología y la evaluación:

- **Sobre las listas de ejercicios:** A lo largo del curso se asignarán constantemente listas ejercicios con el objetivo de que el y la estudiante alcancen madurez en el manejo de los conceptos matemáticos, logren una adecuada articulación de los teoremas vistos en clase, y desarrollen fluidez en el razonamiento para poder abordar **ejercicios de naturaleza similar** que se le presentarán en las pruebas parciales.
- **Sobre los exámenes parciales:**
 - Es importante aclarar que las fechas establecidas en el calendario anterior, pueden cambiar de acuerdo con el desarrollo de los contenidos del curso.
 - Los temas por evaluar en cada examen parcial quedan a criterio del docente.
 - Puesto que es un curso teórico, los exámenes parciales contemplarán principalmente análisis, correspondientes al área de álgebra lineal. Esto significa que los y las estudiantes deberán enfrentarse tanto a ejercicios para los que hay procedimientos matemáticos, como a ejercicios en los que deberán hacer demostraciones, las cuales requieren una comprensión más profunda de los contenidos que se evaluán.
 - Los exámenes parciales se realizarán de manera presencial dentro del horario de clase. Cada examen parcial consistirá en preguntas de desarrollo que el docente le asignará en documento .pdf impreso, y que deberá resolver de manera individual bajo las instrucciones que se detallan en el encabezado de cada prueba. Los aspectos a evaluar en cada prueba se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Uso correcto de la escritura matemática
Fundamentación y prueba correcta



Tabla #2

- **Sobre la nota de aprovechamiento:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
 1. Si $6.75 \leq NA$ el o la estudiante aprueba el curso, con calificación NA redondeada a la media más próxima. Los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5.
 2. Si $5.75 \leq NA < 6.75$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota será 6.0 ó 6.5, la más cercana a NA .
 3. Si $NA < 5.75$ el o la estudiante pierde el curso.

Nota: Detalles adicionales sobre el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil se anexan después de la bibliografía.

- **Sobre los exámenes de reposición:** Sólo se podrá reponer un examen. La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil. No hay reposición de la reposición de ningún parcial.
-

Otras generalidades del curso

- No se permite el uso de celulares y tablets durante las horas de clase ni durante los exámenes. El uso no relacionado con temas de clase equivale a la exclusión de dicha clase.
- Los exámenes deben entregarse debidamente grapados e identificados. Exámenes con hojas sueltas NO serán calificados.
- Luego de 30 minutos de iniciado el examen, no se permite el ingreso de estudiantes.
- El tiempo mínimo de permanencia en el aula, luego de iniciado el examen, es de 1 hora.



Bibliografía

- [1] ANTON, H. *Introducción al Álgebra lineal*. Tercera Edición, Editorial Limusa Wiley, 2003.
- [1] AXLER, S. *Linear Algebra Done Right*. Tercera Edición, Editorial Springer, 2010.
- [2] BARRANTES, H. *Álgebra lineal*. Editorial UNED, 1999.
- [3] FRIEDBERG S., INSEL A., AND SPENCE, L. *Linear Algebra*. Four Edition, Editorial Prentice Hall, 2003.
- [4] GROSSMAN, S. *Álgebra lineal*. Quinta Edición, Editorial McGraw Hill, 1996.
- [5] HOFFMAN K. Y KUNZE R. *Álgebra Lineal*. Editorial Prentice Hall Internacional. 1979.
- [6] KOLMAN, B. *Álgebra lineal (con aplicaciones y Matlab)*. Sexta Edición, Editorial Prentice Hall (Pearson), 1999.
- [7] NAKOS, G. Y JOYNER D. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Editorial Thomson, 1999.
- [8] NICHOLSON, K. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Cuarta Edición, Editorial McGraw Hill, 2003.
- [9] POOLE, D. *Álgebra lineal (una moderna introducción)*. Editorial Thomson, 2004.
- [10] ZEGARRA, L. *Álgebra lineal*. Editorial McGraw Hill, 2001.

Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provisionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
Semana 1,2, y 3	Capítulo 1 y 2
Semana 4	Capítulo 3
Semana 5	Capítulo 4
Semana 6	Capítulo 5
Semana 7 y 8	Capítulo 6
Semana 9	Capítulo 7
Semana 10 y 11	Capítulo 8
Semana 12 y 13	Capítulo 9
Semana 14, 15, y 16	Capítulo 10