



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SEDE DE OCCIDENTE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES

**Programa del curso**  
**MA 0322 Álgebra Lineal**  
**II ciclo 2024**

**Modalidad:** Bajo virtual

**Tipo de curso:** Teórico

**Créditos:** 4

**Requisitos:** MA0320, MA0321

**Horas semanales presenciales:** 5

**Horas semanales de trabajo independiente:** 6

**Horario de clases Sede de Occidente:**

Grupo 001. Profesor Jorge Luis Salazar Chaves. Sede San Ramón: M 17 a 19:50; V 17 a 18:50

Grupo 002. Profesora Sara Parra Torres. Recinto de Tacaes: M 13:00 a 15:50; V 8:00 a 9:50

**Horario de consulta:**

Grupo 001. W de 13:00 a 16:00, Oficina 3, Sección Matemática.

Grupo 002. M 16:00 a 17:00 y V 10:00 a 12:00 Módulos docentes.

## Descripción del curso

Bienvenidos al curso MA 0322 Álgebra Lineal, diseñado especialmente para estudiantes de informática. En este curso exploraremos conceptos fundamentales como vectores, matrices y sistemas de ecuaciones lineales, esenciales para la resolución de problemas en programación y desarrollo de algoritmos. A través de aplicaciones prácticas y ejemplos concretos, aprenderán a aplicar herramientas algebraicas para optimizar procesos y mejorar el rendimiento de sus proyectos informáticos. Prepárense para desarrollar habilidades clave en el análisis y diseño computacional. La importancia del álgebra lineal para los estudiantes de informática radica en su aplicación en diversas áreas como el aprendizaje automático, gráficos por computadora y procesamiento de imágenes. El álgebra lineal proporciona herramientas fundamentales para entender y manipular grandes volúmenes de datos, realizar transformaciones geométricas y optimizar algoritmos, lo cual es esencial en el desarrollo de software avanzado. Al concluir el curso de álgebra lineal, se espera que los estudiantes de informática sean capaces de manejar conceptos como vectores, matrices, espacios vectoriales y transformaciones lineales. Deberían ser competentes en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, comprensión de la diagonalización de matrices y aplicación de estos conocimientos en problemas prácticos de computación, como análisis de datos y programación de algoritmos eficientes.

## Objetivos generales:

1. Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
2. Proporcionar al estudiante conocimientos y habilidades básicas del álgebra lineal, los cuales serán instrumentos necesarios en el aprendizaje y aplicación de otros conocimientos vinculados a las empresas.
3. Contribuir al desarrollo del estudiante, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y aplicar éstos a su disciplina de estudio.

## Objetivos específicos:

1. Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales y expresar, en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
2. Conocer el álgebra de matrices y el cálculo de determinantes, así como sus propiedades, para aplicarlo adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.
3. Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada.
4. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.



5. Conocer la estructura de espacio vectorial y espacios vectoriales relacionados con matrices y polinomios.
6. Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita de su geometría y poder generalizar los conceptos de recta y plano.
7. Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en  $R^3$ .
8. Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial y obtener una base ortogonal a partir de una base dada.
9. Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
10. Determinar si una función de  $R^n$  en  $R^m$  es una transformación lineal y representar una transformación de este tipo mediante una matriz.
11. Determinar transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita.
12. Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
13. Representar una transformación lineal mediante una matriz, asociada a cualquier par de bases dadas de su dominio y de su codominio respectivamente.
14. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
15. Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.
16. Determinar si una matriz o una transformación lineal, es diagonalizable o no.

## Contenidos:

### 1. Sistemas de ecuaciones lineales

Sistemas ecuaciones lineales homogéneos y no homogéneos. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas consistentes, inconsistentes, con solución única y con infinitas soluciones. Factorización L.U. de una matriz.

### 2. Matrices

Concepto de matriz. Matrices especiales: cuadrada, diagonal, identidad, triangular superior y triangular inferior, simétrica, antisimétrica, vector fila y columna. Álgebra de matrices: suma y multiplicación de matrices, y multiplicación por escalar. Propiedades básicas del álgebra de matrices.

### 3. Matrices invertibles

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades. Ecuaciones con matrices.

### 4. Determinantes

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Menores y cofactores de una matriz  $n \times n$ . Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

### 5. Geometría vectorial

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en  $R^3$  y sus propiedades. Aplicaciones al cálculo de áreas. Proyecciones ortogonales en  $R^2$  y  $R^3$ .

### 6. Rectas y planos

Descripción de una recta en  $R^3$ . Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en  $R^3$ . Planos en  $R^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en  $R^3$ . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos planos. Distancia entre un punto y un plano.



### 7. Espacios vectoriales

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases ordenadas y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

### 8. Ortogonalidad y proyecciones

Conjuntos de vectores, bases y subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio vectorial. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt.

### 9. Transformaciones lineales

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Espacio nulo y espacio imagen de una matriz. Composición de transformaciones lineales. Matriz de cambio de base. Rotaciones. Transformaciones lineales invertibles.

### 10. Valores y vectores propios: Diagonalización

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Multiplicidad algebraica y geométrica. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de una transformación lineal. Diagonalización de transformaciones lineales. Transformaciones lineales ortogonalmente diagonalizables.

## Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución semanal de los contenidos del curso, cada docente está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial. Se realizarán ajustes según el avance del curso.

Semana	Fecha	Actividad
1	12 al 17 de agosto	Capítulo 1: Sistemas de ecuaciones lineales.
2	19 al 24 de agosto	Capítulo 1: Sistemas de ecuaciones lineales.
3	26 al 31 de agosto	Capítulo 2: Matrices
4	2 al 7 de septiembre	Capítulo 3: Matrices invertibles
5	9 al 14 de septiembre	Capítulo 4: Determinantes
6	16 al 21 de septiembre	Capítulo 5: Geometría Vectorial.
7	23 al 28 de septiembre	Capítulo 5: Geometría Vectorial.
8	30 set al 5 de octubre	Parcial I (21 de septiembre)
9	7 al 12 de octubre	Capítulo 6: Rectas y planos
10	14 al 19 de octubre	Capítulo 6: Rectas y planos.
11	21 al 26 de octubre	Capítulo 7: Espacios vectoriales
12	28 oct al 2 de noviembre	Capítulo 7: Espacios vectoriales
13	4 al 9 de noviembre	Capítulo 7: Espacios vectoriales.
14	11 al 16 de noviembre	Capítulo 8: Ortogonalidad y proyecciones (1a Parte)
15	18 al 23 de noviembre	Capítulo 8: Ortogonalidad y proyecciones.
16	25 al 30 de noviembre	Parcial II (26 de octubre)
17	2 al 7 de diciembre	Capítulo 8: Ortogonalidad y proyecciones.
		Capítulo 9: Transformaciones lineales.
		Capítulo 10: Valores y vectores propios, diagonalización.
		Capítulo 10: Valores y vectores propios, diagonalización.
		Repaso Parcial III: Temas 8 (2a parte), 9 y 10.
		Parcial III (30 de noviembre).
		Examen de ampliación (5 de diciembre).



## Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales con un valor de 30 % de la nota final de aprovechamiento (NFA) cada uno y un proyecto programado con un valor 10 %.

### Reporte de la nota final de aprovechamiento:

1. Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota final de aprovechamiento NFA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la media unidad más cercana, según el reglamento vigente:  
*Si NFA es mayor que 6,75 el estudiante gana el curso con NFA redondeada a 7.0. Si  $5,75 < NFA < 6,75$ , el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 ó 6,5, la más cercana a NFA. Si  $NFA < 5,75$  el estudiante reprueba el curso.*
2. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.
3. El examen de ampliación estará dividido en tres secciones correspondientes a los contenidos de cada examen parcial. Los estudiantes que por su nota de aprovechamiento tengan derecho a realizar el examen de ampliación repondrán la sección o secciones en las que su nota en el examen parcial correspondiente fue inferior a 7.0.

## Calendario de exámenes

Las fechas de las pruebas parciales son las siguientes (estas fechas pueden ser modificadas por el docente con previa notificación al estudiantado):

Examen	Día	Hora
Parcial I	Sábado 21 de septiembre	8:00
Parcial II	Sábado 26 de octubre	8:00
Parcial III	Sábado 30 de noviembre	8:00
Ampliación	Jueves 05 de diciembre	8:00

## Consideraciones importantes

**Uso de Calculadora:** En los exámenes se permitirá solamente el uso de calculadoras científicas básicas o de menor potencia. Es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables.

**Disposiciones para la realización de las evaluaciones:** Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual y sin la utilización de materiales de apoyo. Además, tome en cuenta que:

1. Se realizará un total de tres exámenes parciales de forma presencial.
2. Debe presentarse puntualmente a la aplicación de los exámenes parciales. No se permite el ingreso de estudiantes a realizar la prueba después de 30 minutos de haberse iniciado la misma, como tampoco se podrá abandonar el recinto de examen en ese periodo de tiempo (salvo casos de fuerza mayor).
3. Para la realización de las evaluaciones, debe portar un cuaderno de examen completamente limpio, bien sea fotocopiado o de elaboración propia. No se permitirá realizar la prueba sin cuaderno de examen.
4. No puede utilizar hojas extra, cuadernos o libros durante la realización de las pruebas.
5. Para el desarrollo de los exámenes no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares, tabletas, ni aparatos electrónicos similares o que incorporan inteligencia artificial.
6. Debe llevar todos los materiales que necesite, tales como bolígrafo, lápiz, borrador, tajador y regla, puesto que no se permite el préstamo de ningún tipo de instrumento durante la realización de la prueba.
7. En caso de detectarse un intento de fraude, se aplicará lo dispuesto en el Reglamento de Orden y Disciplina de los estudiantes de la Universidad de Costa Rica.
8. La duración, objetivos y otros detalles de los exámenes parciales, no especificados en este documento, se darán a conocer oportunamente.



**Exámenes de reposición:** Si por motivos justificados una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la reposición de la evaluación está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica (Disponible en [https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx\\_ucruniversitycouncildatabases/normative/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/regimen_academico_estudiantil.pdf)) el cual se cita a continuación:

*Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si esta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito <sup>1</sup>. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.*

## Metodología y recursos

En las clases se utiliza la técnica expositiva con posibilidad de involucrar a los estudiantes y si es posible, usar recursos tecnológicos. Las clases se deben complementar con trabajo individual por parte de cada estudiante para la resolución de ejercicios y asimilación de la materia. Se utilizarán la plataforma institucional Mediación Virtual en donde deben buscar el entorno [II - S - 2024 - OSR - ÁLGEBRA LINEAL - 001](#), en ese sitio se publicarán anuncios pertinentes al curso, y además, se pueden encontrar documentos útiles como prácticas, exámenes de semestres anteriores, la carta al estudiantado, notas de clase, etc. Para ingresar a esta plataforma, se debe usar la información del correo institucional.

## Bibliografía

- Axler, S. (2024). Linear algebra done right. (Fourth edition) Springer International Publishing.
- Hager, W. W. (2022). Applied numerical linear algebra. Society for Industrial & Applied Mathematics.
- Sánchez, J. (2020). Álgebra lineal fundamental. Teoría y ejercicios (Primera edición). Editorial UCR.
- Barrantes, Hugo. (2012). Elementos de álgebra lineal (Segunda Edición). Editorial EUNED.
- Fonseca Mora, Christian. (2012). Ejercicios de Álgebra Lineal. Universidad de Costa Rica-Facultad de Ciencias-Escuela de Matemática.
- Grossman, Stanley I. (2007). Álgebra lineal (Sexta edición). Editorial McGraw Hill.
- Nakos, G. Joyner y D. (1999). Álgebra lineal (con aplicaciones). Editorial Thomson, edición.
- Hoffman. (1989). Algebra Lineal. Prentice Hall & IBD.

### Recomendados para estudio autónomo:

- Strang Gilbert. (2016). Introduction to linear algebra. 6th edition. Wellesley-Cambridge Press.
- Strang Gilbert. (2005) Linear algebra and its applications. 4th edition. Brooks/Cole.

<sup>1</sup>En caso de que la fecha y hora de un examen coincidan con pruebas o giras de otro curso, previamente programados, el estudiante deberá aportar la respectiva boleta firmada por el profesor con quien realiza la prueba o la gira.