



---

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente  
Departamento de Ciencias Naturales  
Programa del curso  
**Principios de Análisis II**  
II Ciclo, 2024

## Datos Generales

---

**Nombre del curso:** Principios de Análisis II

**Sigla:** MA-0551

**Tipo de curso:** Teórico

**Modalidad:** Bajo virtual

**Número de créditos:** 5

**Número de horas semanales presenciales:** 5 horas

**Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante:** 10 horas

**Requisitos:** MA0540 Principios de Análisis I

**Horario del curso:** Lunes de las 14:00 hs a las 15:50 hs, Jueves de las 13:00 hs a las 15:50 hs.

## Datos del Profesor:

---

**Nombre:** Mario Andrés Álvarez Guadamuz

**Correo Electrónico:** [mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr](mailto:mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr)

**Horario de Consulta:** Lunes de las 13:00 hs a las 14:00 hs y Martes de las 8:00 hs a las 10:00 hs.

## Descripción del curso

---

Este curso está dirigido a estudiantes de cuarto año de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, de la Sede Occidente, y que cuentan con conocimientos básicos de análisis en varias variables y álgebra lineal. El objetivo principal de este curso es introducir al estudiantado en los conceptos y los resultados clásicos de integración múltiple para que desarrollen habilidades y destrezas en el análisis y cálculo integral a nivel vectorial. En el presente documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, contenidos, metodología, evaluación, y bibliografía principalmente. Es su derecho y su deber, estar informado(a) sobre lo que se espera que aprenda en este curso, así como sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Se le sugiere leer con detenimiento este programa y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de la Matemática requiere del dominio de los conceptos propios de la materia, así como de gran cantidad de práctica. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos en el abordaje de



diversos ejercicios dentro del contexto correspondiente. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, se espera una actitud positiva y proactiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. De parte de la persona docente, en calidad de facilitadora del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos y metodología, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante el presente ciclo lectivo.

## Objetivo General

Proporcionar una formación matemática intermedia en integración múltiple para desarrollar destreza matemática en el análisis y cálculo integral vectorial..

## Objetivos específicos

Durante este curso el estudiante será capaz de:

1. Comprender el concepto y las propiedades de las curvas en  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = 2, 3$ , para su aplicación en el cálculo de integrales de línea.
2. Comprender el concepto y las propiedades de las superficies en  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = 2, 3$ , para su aplicación en el cálculo de integrales de superficies.
3. Comprender y aplicar correctamente las propiedades básicas del cálculo integral en dos y tres dimensiones, directamente o mediante una transformación de coordenadas.
4. Calcular la integral de campos escalares sobre regiones acotadas del plano y del espacio, tanto directamente, como utilizando cambios de variables.
5. Calcular integrales de línea y de superficie, y aplicarlas a la resolución de problemas relacionados con los teoremas clásicos del análisis vectorial (teorema de Green, de Stokes y de la divergencia de Gauss).

## Contenidos del curso

- o CAPÍTULO I: PRELIMINARES (2.5 Semanas)
  - (a) Secciones Cónicas y Superficies Cuadráticas
  - (b) Curvas en el espacio: Parametrización, curvas regulares, longitud de una curva, curvatura y torsión, plano osculador, normal y rectificante.
  - (c) Funciones de varias variables: Conjuntos de nivel, curvas de nivel, y representación de campos vectoriales.
  - (d) Operadores diferenciales: Gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano.



○ CAPÍTULO II: INTEGRACIÓN MÚLTIPLE

(A) **Integrales dobles** (3.5 Semanas)

- (a) Funciones escalonadas, integración doble, y teorema de Fubini.
- (b) Integrales dobles extendidas a regiones más generales; aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes.
- (c) Cambio del orden de integración en integrales dobles.
- (d) Cambio de variables en integrales dobles: Cambios de variables lineales, y coordenadas polares.

(B) **Integrales triples** (3 Semanas)

- (a) Definición de Integral triple, y cálculo de volúmenes mediante integrales triples.
- (b) Cambio del orden de integración en integrales triples.
- (c) Cambio de variables en integrales triples: Cambios de variables lineales, coordenadas cilíndricas, y coordenadas esféricas.

○ CAPÍTULO III: ANÁLISIS VECTORIAL

(A) **Integrales de línea** (4 Semanas)

- (a) Definición de integral de línea para campos escalares (definición respectiva para campos vectoriales), y propiedades fundamentales.
- (b) Conexidad de conjuntos e independencia del camino.
- (c) Existencia y unicidad de funciones potenciales.
- (d) Campos conservativos: condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial se conservativo; método para construir funciones potenciales.
- (e) Teorema fundamental para integrales de línea.
- (f) Teorema de Green, en versión clásica y para regiones múltiplemente conexas.

(B) **Integrales de Superficie** (3 Semanas)

- (a) Parametrización y área de una superficie.
- (b) Definición de integral de superficie para campos escalares.
- (c) Definición de integral de superficie para campos vectoriales.
- (d) Teorema de Stokes.
- (e) Teorema de la divergencia, de Gauss.



## Metodología

Las clases del presente curso serán presenciales. Se contemplará una participación expositiva por parte de la persona docente, dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Se presentarán suficientes ejemplos, principalmente para dirigir el estudio y consolidar el manejo de los conceptos por parte del estudiantado. Además, se atenderán de manera activa y constante las interrogantes que tenga el estudiantado, respecto a la materia. Adicionalmente y de forma complementaria se emplearán los siguientes recursos:

- **Listas de ejercicios:** A lo largo del curso se asignarán constantemente listas ejercicios con el objetivo de que el estudiantado alcance madurez en el manejo de los conceptos matemáticos, logre una adecuada articulación de los teoremas vistos en clase, y desarrolle fluidez en el razonamiento para poder abordar ejercicios de naturaleza similar que se le presentarán en las pruebas parciales.
- **Tareas:** Estas tareas se desarrollarán, a priori, en parejas (de manera colaborativa). Cada tarea consistirá en dos ejercicios que la persona docente le asignará a cada pareja de estudiantes, y cuya solución deberán trabajar en conjunto. Dentro de esta asignación, cada persona estudiante tendrá asignado uno de los dos ejercicios para el cual debe elaborar un video donde explique con detalle la solución correspondiente. Para tal efecto, tendrá que seguir las instrucciones que su docente le comunicará previamente.
- **Entorno virtual:** Para este curso tendremos a disposición el entorno virtual: [II - S - 2024- OSR – PRINCIPIOS DE ANÁLISIS II – 001](#), mediante el cual se asignarán las listas de ejercicios y se recibirán las soluciones de las tareas asignadas. Además, este entorno será el medio para atender eventualmente clases virtuales si se presentaran situaciones que limiten el uso del salón de clases.
- **Exámenes Parciales:** Durante el presente curso se realizaran dos exámenes parciales, de manera presencial, dentro del horario de clase. Estos exámenes parciales buscan medir la madurez del estudiantado, referente al dominio y la aplicación de los conceptos, teoremas, y el tipo de razonamiento desarrollado a lo largo del curso. Cada examen parcial consistirá en preguntas de desarrollo que el docente le asignará en documento .pdf impreso, y que cada persona estudiante deberá resolver de manera individual bajo las instrucciones que se detallen en el encabezado de cada prueba.



## Evaluación

Durante el desarrollo del curso se realizarán tres exámenes parciales y tres tareas (cada una de ellas con el mismo peso porcentual), cuyos porcentajes respectivos se detallan en la siguiente tabla.

Descripción	Porcentaje
1 <sup>er</sup> Examen Parcial	25%
2 <sup>do</sup> Examen Parcial	30%
3 <sup>er</sup> Examen Parcial	30%
Tareas	15%
Total	100%

### Consideraciones sobre la metodología y la evaluación:

- **Sobre las listas de ejercicios:** A lo largo del curso se asignarán constantemente listas ejercicios con el objetivo de que el y la estudiante alcancen madurez en el manejo de los conceptos matemáticos, logren una adecuada articulación de los teoremas vistos en clase, y desarrollen fluidez en el razonamiento para poder abordar **nuevos ejercicios** que se le presentarán en las pruebas parciales.
- **Sobre las Tareas:** Estas tareas se desarrollaran (de manera colaborativa) en parejas. Cada tarea consistirá en dos ejercicios que el profesor le asignará a cada pareja de estudiantes, y cuya solución deberán trabajar en conjunto. Dentro de esta asignación, cada estudiante tendrá asignado uno de los dos ejercicios para el cual debe elaborar un **video** donde explique **con detalle** la solución correspondiente. Para tal efecto, tendrá que **seguir las instrucciones que su docente le comunicará previamente**. Los aspectos que se evaluarán se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Fluidez y precisión en la <b>expresión oral</b> y <b>escrita</b>
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #1



• **Sobre los exámenes parciales:**

- Los temas por evaluar en cada examen parcial quedan a criterio del docente.
- Puesto que es un curso teórico, los exámenes parciales contemplarán principalmente análisis y solución de problemas relacionados con los tópicos del cursol. Esto significa que los y las estudiantes deberán enfrentarse tanto a ejercicios para los que hay procedimientos matemáticos, como a ejercicios en los que deberán hacer demostraciones, las cuales requieren una comprensión más profunda de los contenidos que se evaluán.
- Los exámenes parciales se realizarán de manera presencial dentro del horario de clase. Cada examen parcial consistirá en preguntas de desarrollo que el docente le asignará en documento .pdf impreso, y que deberá resolver de manera individual bajo las instrucciones que se detallan en el encabezado de cada prueba. Los aspectos a evaluar en cada prueba se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Uso correcto de la escritura matemática
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #2

- **Sobre la nota de aprovechamiento (NA) y nota final del curso (NF):** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales y los porcentajes obtenidos en las tres tareas del curso. La nota final del curso NF se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento del Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento NA, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso NF es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que  $NF = 6,0$  o que  $NF = 6,5$ ; en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota igual o superior a 7,0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7,0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7,0, se reportará como nota de final 6,0 o 6,5 según haya sido el caso.
- **Sobre los exámenes de reposición:** Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso. No hay reposición de la reposición de ningún parcial.



## Cronograma de contenidos del curso

Semana	Actividad	Observación
Semana 1	Capítulo I: (a) y (b)	Lectura del programa del curso
Semana 2	Capítulo I: (b) y (c)	
Semana 3	Capítulo I: (d) y Capítulo II (A): (a)	
Semana 4	Capítulo II (A): (a)	Asignación de la Tarea #1
Semana 5	Capítulo II (A): (b) y (c)	
Semana 6	Capítulo II (A): (d)	Hata aquí el I parcial
Semana 7	Capítulo II (B): (a) y (b)	
Semana 8	Capítulo II (B): (b) y (c)	
Semana 9	Capítulo II (B): (c)	Asignación de la Tarea #2
Semana 10	Capítulo III (A): (a) y (b)	Hata aquí el II parcial
Semana 11	Capítulo III (A): (c)	
Semana 12	Capítulo III (A): (d) y (e)	
Semana 13	Capítulo III (A): (f)	
Semana 14	Capítulo III (B): (a) y (b)	Asignación de la Tarea #3
Semana 15	Capítulo III (B): (c) y (d)	
Semana 16	Capítulo III (B): (e)	Hata aquí el III parcial
Semana 17	Evaluaciones finales	

Se advierte que el cronograma puede sufrir cambios según lo considere el docente, o bien debido a normativas o situaciones que afecten a la universidad.

### Fechas Importantes

1 <sup>era</sup> Tarea	Jueves 05 de Septiembre a las 14:00 hs.
I Parcial	Jueves 26 de Septiembre a las 14:00 hs.
2 <sup>da</sup> Tarea	Jueves 10 de Octubre a las 14:00 hs.
II Parcial	Jueves 24 de Octubre a las 14:00 hs.
3 <sup>era</sup> Tarea	Jueves 14 de Noviembre a las 14:00 hs.
III Parcial	Jueves 05 de Diciembre a las 14:00 hs.
Reposición I, II y III parcial	Miércoles 11 de Diciembre a las 8:00 hs.
Ampliación	Miércoles 18 de Diciembre a las 8:00 hs.

## Bibliografía

- [1] APOSTOL, TOM. *Análisis Matemático*. Barcelona: Segunda Edición, Editorial Reverté. 1986.
- [2] APOSTOL, TOM. *Calculus*. Barcelona: Editorial Reverté, 1997.
- [3] BARTLE, ROBERT G. *Introducción al Análisis Matemático*. México D.F: Editorial Limusa, 1992.



- [4] BUCK, C. *Advanced Calculus*. McGraw Hill, México, 1978.
- [5] FLEMING, WENDELL H. *Functions of Several Variables*. Primera Edición, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Estados Unidos, 1965.
- [6] GONZÁLEZ, CARMEN MARÍA. *Análisis Real*. Costa Rica: Editorial UNED, 1999.
- [7] GHORPADE, S; LIMAYE, B. *A Course in Multivariable Calculus and Analysis*. Springer, USA, 2010.
- [8] LANG, SERGE. *Calculus of Several Variables*. Tercera Edición, Springer-Verlag, New York, 1987.
- [9] MARSDEN, JERROLD; TROMBA J. ANTHONY. *Cálculo vectorial*. Cuarta edición, México, Editorial Prentice Hall, 1998.
- [10] MENA, BALTASAR. *Introducción al cálculo vectorial*. México, Editorial Thomson, 2003.
- [11] PITA, CLAUDIO RUIZ. *Cálculo vectorial*. México: Editorial Prentice Hall, 1995.
- [12] WADE, WILLIAM R. *An Introduction to Analysis*. PEARSON: Prentice Hall, 3rd edition, 2004.

# ¿QUÉ ES HOSTIGAMIENTO SEXUAL?

Es cualquier conducta sexualizada, **indeseada** por quien la recibe que causa efectos perjudiciales. No es necesario que sea repetida.

La UCR cuenta con un **Reglamento contra el Hostigamiento Sexual**, por medio del cual se puede denunciar a personal docente y administrativo, personas de la comunidad estudiantil y también a quienes tienen otras relaciones con la institución, como servicios profesionales, convenios, intercambios, etc.

## ¿Cuáles son algunos ejemplos?

**No verbales:** miradas intrusivas, sonidos, silbidos, gestos, etc.

**Verbales:** "piropos", invitaciones insistentes a salir.

**Escritos:** correos, chats, fotografías, imágenes, dibujos o mensajes sexualizados.

**Físicos:** acercamientos corporales, toqueteos, abrazos, besos.

**Amenazas** o promesas a cambio de favores sexuales.



## ¿CÓMO SE ME PROTEGE MIENTRAS DURA EL PROCESO?

Se pueden solicitar medidas cautelares o de protección para que la persona denunciante esté **segura** durante el procedimiento. Por ejemplo, se puede solicitar que la persona hostigadora no se le acerque o le contacte, o incluso que lo pasen de grupo si comparten clase.

La Universidad tiene la obligación de proteger a las personas denunciantes y **evitar cualquier forma de revictimización**.

## ¿CÓMO PUEDO DENUNCIAR?

La denuncia se interpone **únicamente** en la Comisión contra Hostigamiento Sexual, de forma física o digital.

La Defensoría contra Hostigamiento Sexual puede darte asesoría legal y acompañamiento emocional previamente así como apoyo en la redacción de la denuncia.

Este es un espacio **seguro, confidencial y gratuito**.

Contás con **hasta 8 años** para denunciar, los cuales se cuentan a partir del último hecho de acoso sexual, o desde que cesó la causa que no permitía denunciar.



REGLAMENTO



## CONTACTOS

Comisión contra Hostigamiento Sexual:  
[comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr](mailto:comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr) / 2511-4898

Defensoría contra Hostigamiento Sexual:  
[defensoriahs@ucr.ac.cr](mailto:defensoriahs@ucr.ac.cr) / 2511-1909  
Ig: @ucrlibredeacososexual