

Universidad de Costa Rica  
Sede de Occidente, Recinto de San Ramón  
Departamento de Ciencias Naturales  
Programa del curso  
MA0610 Introducción a la variable compleja  
II Ciclo 2024

### Datos Generales

---

**Nombre de Curso:** Introducción a la variable compleja

**Sigla:** MA0610

**Tipo de Curso:** Teórico. Bajo virtual

**Número de Créditos:** 5 créditos

**Número de horas semanales presenciales:** 5 horas

**Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante:** 10 horas

**Requisitos:** MA0552 introducción a la topología

**Horario del curso:** Lunes de 14:00 a 15:50. Jueves de 13:00 a 15:50.

### Datos del Profesor

---

**Nombre:** Héctor Barrantes González.

**Correo Electrónico:** hector.barrantes@ucr.ac.cr

**Horas Consulta:** Lunes de 13:00 a 14. Miércoles de 13:00 a 17:00. Sábado de 9:00 a 12:00

---

## Descripción del Curso:

Reciba la más cordial bienvenida al curso Ma-0610 Introducción a la Variable Compleja, dirigido a estudiantes del programa de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Este curso le ofrece un primer acercamiento con el campo de los números complejos y generaliza algunos resultados estudiados en los cursos del análisis real. Para este curso es

indispensable su disposición en términos de asistencia al curso, estudio individual fuera de horario lectivo y participación en clase.

En este curso se pretende abarcar los tópicos básicos del análisis complejo y mostrar el papel central que tiene en la intersección de varias áreas de la matemática como análisis real, álgebra, geometría y ecuaciones en derivadas parciales, así como en otras áreas

del saber, como la física (electromagnetismo, mecánica cuántica), ingeniería eléctrica (procesamiento de señales, teoría de control), entre otros. Este curso tiene relación con otros tópicos encontrados en la carrera: 1. Se estudia la estructura algebraica de  $\mathbb{C}$  como cuerpo y se demuestra que es algebraicamente cerrado. 2. Se profundizan y extienden las técnicas de geometría analítica mediante el uso de los números complejos para la resolución de problemas. 3. Se establece la correspondencia mediante la proyección estereográfica entre el plano extendido y la esfera de Riemann, lo que se puede considerar como el inicio de la geometría diferencial compleja. 4. Se identifican algunos conceptos topológicos sobre  $\mathbb{R}^2$  con sus correspondientes sobre  $\mathbb{C}$ , tales como convergencia y límites, conjuntos abiertos, cerrados, compactos, acotados, conexos y simplemente conexos. 5. Se extienden las nociones analíticas de convergencia, continuidad, diferenciabilidad, series de potencias, espacios de funciones, entre otros, a funciones definidas en el plano complejo. 6. Se estudia integrales de línea y se explota la forma particular de las funciones diferenciables (teorema de Green) para concluir la invarianza bajo homotopías de estas integrales

## Objetivos Específicos:

Con este curso se contribuirá a que el estudiante

1. Comprender, representar y utilizar los números complejos.
2. Operar con números complejos y su álgebra.
3. Reconocer y esbozar conjuntos en el plano complejo.
4. Definir formalmente el concepto de continuidad de una función de variable compleja.
5. Aplicar las condiciones necesarias y suficientes para que una función sea analítica.
6. Representar y analizar las funciones de variable compleja con naturalidad.
7. Manejar con soltura las funciones exponencial, logaritmo, trigonométricas e hiperbólicas complejas.

8. Resolver integrales de funciones complejas de variable compleja.
9. Aplicar la fórmula integral de Cauchy a integrales complejas.
10. Analizar series de funciones complejas de variable compleja.
11. Analizar las singularidades aisladas mediante series.
12. Resolver problemas que involucren integración de contornos.

## Contenidos del Curso:

1. **Los números complejos** Números complejos y su algebra. Representación cartesiana y polar de un número complejo. Conjuntos en el plano complejo. Ecuaciones complejas. La formula de Moivre. Raíces de números complejos. Ecuación de la recta y del círculo en  $\mathbb{C}$ . La esfera de Riemann.
2. **Funciones de Variable Compleja**  
Series de potencias. Función exponencial y logaritmica. Concepto de límite en variable compleja. Propiedades algebraicas. Funciones continuas. Derivada de una función compleja Ecuaciones de Cauchy Riemann. Transformaciones de Möbius
3. **Funciones Holomorfas** Integrales de Línea. Teorema de Cauchy. El teorema de Cauchy, las desigualdades de Cauchy, serie de Taylor de una función holomorfa. Series de Laurent. Clasificación de singularidades. Teorema de Riemann y sus consecuencias.
4. **Integración Compleja Integrales de contorno.** Teorema del residuo. Teorema fundamental del cálculo. Cálculo de integrales indefinidas. Integrales de valor principal. Sumación de series. Productorias infinitas, factorización de Weierstass de una función entera . La función gamma y su continuación meromorfa. La función zeta de Riemann.
5. **Funciones Armónicas y aplicaciones conformes.** La propiedad del promedio de una función armónica, La fórmula integral de Poisson. El principio de reflexión de Schwarz. Equivalencia conforme de regiones en  $\mathbb{C}$ , automorfismos de regiones y lema de Schwarz.

## Metodología:

Las clases son teórico prácticas con la exposición de los diferentes temas por parte del docente, y ejercicios de práctica para que sean realizados por el grupo de estudiantes, ya sea en clase o extra-clase. El estudiante deberá estudiar y practicar de forma constante, esto con el fin de mantener un aprendizaje significativo a medida que se avance.

Se realizarán sesiones presenciales los lunes y jueves. Estas consistirán en sesiones magistrales donde se discutirá la teoría y ejemplos; en el semestre habrá al menos dos sesiones de ejercicios y dos exámenes que se llevarán a cabo presencialmente (las fechas de estas sesiones y los detalles se indican en la evaluación).

Este curso es bajo virtual. Se utilizará la plataforma institucional Mediación Virtual para colocar los documentos y vídeos del curso. Además se usará para realizar tareas, exámenes y foros.

## Cronograma

Las fechas propuestas a continuación son provisionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
1 -2	Capítulo 1
4 - 6	Capítulo 2
7 - 9	Capítulo 3
10-13	Capítulo 4
14-16	Capítulo 5

## Evaluación

1. Se realizarán dos exámenes parciales, cuyos porcentajes respectivos se detallan en la siguiente tabla.

Descripción	Porcentaje	Fecha	Hora
I Examen Parcial	30 %	Jueves 10 de octubre de 2024	1 pm
II Examen Parcial	30 %	Jueves 28 de noviembre de 2024	1 pm
Reposición I		Miércoles 6 de octubre de 2024	1 pm
Reposición II examen parcial		Miércoles 4 de diciembre de 2024	9 am
Examen de Ampliación		Jueves 12 de diciembre de 2024	9 am

2. Se realizarán al menos dos sesiones de ejercicios (que podrán abarcar más de una clase) y dos exámenes parciales que se llevarán a cabo presencialmente (las fechas de estas sesiones y los detalles se indican en la evaluación).

Las rúbricas de evaluación de las exposiciones se brindarán a los estudiantes oportunamente.

Descripción	Porcentaje	Semana
Sesión de ejercicios I	15 %	30/09- 5/10
Sesión de ejercicios I	15 %	21/11-26/11

3. La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los rubros anteriores.
4. Sobre las fechas de los exámenes, se advierte que las mismas son provisionales, su ratificación o variación queda sujeta a posibles cambios que el profesor junto con los y las estudiantes, consideren pertinentes.
5. **Sobre los exámenes de reposición:**
- a) No hay reposición de la reposición.
  - b) La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

## Bibliografía:

1. Ahlfors, Lars V. (1979). *Complex Analysis*. 3era edición, McGraw Hill Book Company, Inc, USA.
2. Apostol, T. M. (1977). *Análisis Matemático*. 2da Edición, Editorial Reverté, S.A., España.

3. Churchill, Ruel V. (1984). *Complex Variables and Applications*. 4° Edición, McGraw Hill Book Company, USA.
4. Colwell, Peter. (1976). *Introducción a las Variables Complejas*. México: Editorial Trillas.
5. Bak, Joseph. (1996). *Complex Analysis*. Segunda Edición, Springer-Verlag, New York.
6. Derrick, William R. *Variable Compleja con Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1984.
7. Lang, Serge. (1985). *Complex Analysis*. Segunda Edición, Springer-Verlag, New York.
8. Marsden y Hoffman. (1996). *Análisis básico de Variable compleja*. Editorial Trillas.
9. Spiegel, Murray R. (1964). *Complex Variables*. Series Schaum, McGraw Hill Book Company, USA.
10. Soares, Marcio. (2016). *Cálculo em uma Variável Complexa*. Coleção Matemática Universitária, Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
11. Stalkern, John. (1998). *Complex Analysis: Fundamentals of the Classical Theory of Functions*. Modern Birkhäuser Classics.
12. Fisher, Stephen D. (1986). *Complex Variables*. Editorial Dover.
13. Varilly, Joseph. (2012). *Notas del Curso MA0702: Variable Compleja*. Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica.
14. Zill, Dennis y Shanahan, Patric. (2009) *A First Course in complex Analysis with Applications*. Second Editions. Jones and Bartlett Publishers LLC.



Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

### SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

### DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

### CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898

[comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr](mailto:comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr)

Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909

[defensoriahs@ucr.ac.cr](mailto:defensoriahs@ucr.ac.cr)





#### DISCRIMINACION:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

#### DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.



2511-6345



facultad.ciencias@ucr.ac.cr

