



**MA-1005 ECUACIONES DIFERENCIALES
CARTA AL ESTUDIANTADO
II CICLO 2024**

Modalidad: Presencial
Tipo de curso: teórico-práctico
Ciclo: IV

Créditos¹: 4
Requisitos: MA1002/1004
Correquisitos: Ninguno

I. Introducción

La cátedra de MA-1005 le da la bienvenida al curso correspondiente al segundo ciclo lectivo del 2024. En este documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, programa, evaluación y bibliografía. Es su derecho y su deber, estar informado sobre lo que se espera aprenda en este curso y sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Es conveniente leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de las matemáticas requiere del dominio de los conceptos y de gran cantidad de práctica.

II. Descripción del curso

El curso de Ecuaciones Diferenciales (MA-1005), trata sobre algunos aspectos elementales de las ecuaciones diferenciales. El curso abarcará temas incluidos en los principales textos sobre ecuaciones diferenciales: métodos elementales de resolución, sistemas de ecuaciones lineales, transformada de Laplace, soluciones de ecuaciones por medio de series de potencias y elementos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Este es un curso donde convergen la mayoría de los conceptos aprendidos en cursos anteriores (MA- 1001, MA-1002 y MA-1004): derivación, integración (propia e impropia), series de potencias y álgebra lineal. A lo largo el curso, será necesario el uso de estos conceptos en la comprensión de los nuevos conceptos y la resolución de ejercicios.

El curso requiere de gran cantidad de práctica y dedicación de su parte, así como el repaso de conceptos, definiciones y teoremas vistos en cursos previos. El curso es de **cuatro créditos**, esto significa que las cinco horas lectivas por semana que usted recibe como estudiante del curso, deben ser complementadas con al menos **siete horas adicionales por semana** de trabajo independiente. El material didáctico de la Cátedra y las referencias incluidas en este documento, contienen toda

¹Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

la teoría necesaria para el curso, además de ejercicios adecuados a los objetivos. El material es una referencia, se pueden utilizar textos complementarios como los que se proporcionan en la bibliografía.

De su parte se espera una participación activa en las clases, las horas de consulta y el trabajo individual, siendo la resolución de ejercicios una de las prioridades en el trabajo diario.

1. Objetivos

1.1. Objetivo general

Desarrollar habilidades analíticas y operacionales para la resolución de problemas aplicados a diversas disciplinas, mediante las herramientas de la teoría clásica de las ecuaciones diferenciales.

1.2. Objetivos específicos

Al finalizar el curso el estudiante debe ser capaz de:

1. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (lineales o no) por los métodos clásicos.
2. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, de cualquier orden, con coeficientes constantes
3. Utilizar series de potencias para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias.
4. Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias por medio de operadores diferenciales y mediante valores y vectores propios (según corresponda).
5. Calcular la transformada de Laplace y la transformada inversa de Laplace de ciertas funciones, así como aplicar las propiedades de dichas transformadas a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones integro-diferenciales.
6. Aplicar el método de separación de variables a la resolución de ciertos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

2. Contenidos

Capítulo I: Ecuaciones de Primer Orden

1. Definición de ecuación diferencial. Clasificación según el tipo (ordinaria o parcial), orden y linealidad.
2. Conceptos de: solución de una ecuación diferencial, familia paramétrica de soluciones, soluciones dadas de forma explícita e implícita.
3. Problemas de valores iniciales (o problemas de Cauchy). Teorema de existencia y unicidad de soluciones.
4. Ecuaciones diferenciales de variables separables.

5. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.
6. Cambios de variable. Reducción a ecuaciones separables: sustituciones, ecuaciones homogéneas. Reducción a ecuaciones lineales: ecuaciones de Bernoulli y Riccati.
7. Ecuaciones exactas. Determinación de factores integrantes que solamente dependen de x o de y . Hallar factores integrantes cuando se conoce su forma en términos de parámetros desconocidos.

Capítulo II. Ecuaciones diferenciales lineales

1. Definición de ecuación diferencial lineal de cualquier orden.
2. Problemas de valores iniciales. Existencia y unicidad de soluciones. Problemas con valores en la frontera de segundo orden.
3. Principio de superposición. Independencia lineal. Wronskiano. Conjunto fundamental de soluciones. Solución general de una ecuación homogénea. Solución de una ecuación no homogénea, dada una solución particular.
4. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de coeficientes constantes. Método del polinomio característico. Soluciones reales para raíces complejas.
5. Reducción de orden a partir de una solución particular (para ecuaciones diferenciales de segundo orden).
6. Método de coeficientes indeterminados: método del anulador.
7. Método de variación de parámetros (en ecuaciones de segundo y tercer orden).

Capítulo III: Soluciones en series de potencias

1. Definición de función analítica. Criterio para funciones racionales con base en la continuidad.
2. Definición de punto ordinario y singular. Existencia de soluciones analíticas en torno a puntos ordinarios. Determinación de los coeficientes en la solución en forma de serie de potencias. Determinación de dos soluciones linealmente independientes.
3. Definición de punto singular regular e irregular. Método de Frobenius: Existencia de soluciones en torno a puntos singulares regulares. Ecuación indicial. Determinación de los coeficientes en la solución. Determinación de dos soluciones linealmente independientes cuando las raíces indiciales difieren por un número no entero.

Capítulo IV: Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales

1. Definición de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales (de cualquier orden) usando operadores diferenciales.
2. Método de reducción gaussiana usando operadores diferenciales para sistemas que se reducen a un sistema de orden 2.

3. Sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden:
 - a) Planteamiento en su forma matricial normal. Problema de valores iniciales. Existencia y unicidad de soluciones.
 - b) Principio de superposición. Independencia lineal. Wronskiano. Conjunto fundamental de soluciones. Solución general de un sistema homogéneo. Solución de un sistema no homogéneo, dada una solución particular.
 - c) Soluciones a sistemas homogéneos de coeficientes constantes usando valores y vectores propios. Soluciones para valores propios diferentes. Soluciones para valores propios repetidos (caso en que la multiplicidad geométrica y algebraica coinciden, y el caso en que la multiplicidad geométrica es 1). Soluciones reales para valores propios complejos (caso en que la multiplicidad algebraica es 1).
 - d) Matriz fundamental. Variación de parámetros tanto en sistemas de coeficientes constantes como no constantes.

Capítulo V: La transformada de Laplace

1. Definición de la transformada de Laplace. Linealidad de la transformada de Laplace.
2. Transformada de Laplace de algunas funciones elementales utilizando la definición.
3. Definición de la transformada inversa de Laplace. Linealidad.
4. Primer teorema de traslación (traslación en s) y su forma inversa.
5. Función escalón unitario o de Heaviside. Segundo teorema de traslación (traslación en t) y su forma inversa.
6. Derivada e integral de una transformada de Laplace.
7. Transformada de Laplace de una derivada.
8. Definición de la convolución de dos funciones. Transformada de una convolución y su forma inversa. Transformada de una integral y su forma inversa.
9. Función impulso unitario. Función Delta de Dirac. Transformadas de Laplace de la función Delta de Dirac.
10. Transformada de una función periódica.
11. Función Gamma, $\Gamma(\alpha)$ para $\alpha > 0$. Propiedades de la función Gamma. Cálculo de $\Gamma(n/2)$, con $n > 0$ entero. Transformada de Laplace de $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > -1$.
12. Ecuaciones diferenciales e integro-diferenciales. Solución usando la transformada de Laplace.
13. Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales mediante la transformada de Laplace

Capítulo VI: Series de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales

1. Series de Fourier para funciones definidas en el intervalo $(-\rho, \rho)$.
2. Series de Fourier de funciones pares e impares: series de cosenos y senos.
3. Desarrollo en semi-intervalos: series de cosenos y de senos para funciones definidas en $(0, p)$.
4. Definición de ecuación en derivadas parciales.
5. Método de separación de variables para ecuaciones en derivadas parciales.
6. Solución de Ecuaciones en Derivadas Parciales utilizando series de Fourier.

3. Metodología

Este curso se va a desarrollar de forma Presencial.

Es importante que antes y después de las sesiones de clases, usted estudie los elementos teóricos necesarios, para ello puede utilizar los recursos disponibles en el entorno virtual de la cátedra, así como las indicaciones de su docente.

En las sesiones de clases se combinarán exposiciones del docente y de los estudiantes, tanto en la formalización de la teoría conceptual como en la resolución de problemas. También se promoverá el Aprendizaje Autónomo como forma de potenciar la capacidad del estudiante de aprender por sí mismo, a través de la realización de actividades de aprendizaje que complementen las que realiza habitualmente en la clase.

El estudiantado dispondrá de material didáctico elaborado por diferentes profesores, presentaciones, guías de trabajo y listas de ejercicios para cada uno de los temas; todo este material estará disponible en el sitio de la Cátedra en Mediación Virtual

<https://mv2.mediacionvirtual.ucr.ac.cr/course/view.php?id=15998>

disponible para consulta y utilización durante todo el Ciclo Lectivo.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad emitan restricciones para el desarrollo de la práctica docente, las sesiones presenciales que hayan sido previstas se trasladarán a la modalidad virtual, según las indicaciones oportunas de parte de la cátedra.

Según las Resoluciones VD-R-9374-2016 y VD-11489-2020, este es un curso de modalidad **presencial**. Esto significa que las lecciones y las evaluaciones se llevan a cabo en forma presencial, aunque parte de las horas de consulta y el trabajo independiente se podría realizar en forma virtual.

La persona estudiante debe asumir su responsabilidad participando activamente en el proceso de su aprendizaje desde el inicio del curso, con el aporte de ideas y la resolución de ejercicios. Además, se considera importante que evacue sus dudas durante las sesiones de consulta y realice los ejercicios que su docente asigne como trabajo complementario.

4. Evaluación

Se realizarán dos pruebas parciales (35 % cada una) y dos pruebas cortas en clase (15 % cada una). Tanto los exámenes parciales como los exámenes cortos se realizan en forma presencial.

De acuerdo con la regla de redondeo del reglamento, se obtiene a partir de la nota de aprovechamiento una nota final. La aprobación del curso se da cuando la nota final es al menos 7,0; la reprobación cuando es menor que 6,0

4.1. Detalle de las evaluaciones

A continuación se presenta el calendario tentativo de evaluaciones. Es importante aclarar que estas fechas son provisionales y su ratificación o variación dependen de la ubicación en el calendario general de exámenes de la Facultad de Ciencias o bien del desarrollo de los contenidos del curso. Los exámenes de reposición, al igual que los parciales, se realizan en forma **presencial** para toda la población estudiantil.

Tentativamente, los temas a evaluar en cada prueba son:

- Primer examen parcial: Capítulos I y II
- Primer examen corto: Capítulo III
- Segundo examen parcial: Capítulos IV y V
- Segundo examen corto: Capítulo VI

Examen parcial I	Sábado 21 de setiembre	08:30
Reposición parcial I	Miércoles 02 de octubre	17:00
Examen parcial II	Sábado 09 de noviembre	08:30
Reposición parcial II	Miércoles 20 de noviembre	17:00
Examen de ampliación	Viernes 06 de diciembre	08:30

4.2. Sobre el examen de ampliación:

El estudiante que obtenga una calificación final de 6,0 o 6,5 tiene derecho a realizar una prueba de ampliación. Es decir, al examen de ampliación se presentarán aquellas personas que tengan el derecho respectivo, según el artículo 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. En este examen se evaluará **todos los contenidos del curso**. El estudiante que obtenga en la prueba de ampliación una nota de 7,0 o superior, tendrá una nota final de 7,0. En caso contrario, mantendrá su nota final previamente asignada.

4.3. Ausencias a las evaluaciones

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad (con comprobante médico), haber presentado dos exámenes el mismo día, choque de exámenes (con constancia), la muerte de un pariente hasta segundo grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito), situaciones de fuerza mayor o caso fortuito y con el visto bueno del órgano responsable, la persona estudiante tendrá derecho a reponer todas las pruebas que estén debidamente justificadas según lo establecido en la reglamentación vigente.

En cualquier caso, la persona estudiante debe dirigirse a la plataforma <http://emate.ucr.ac.cr> para descargar una boleta de solicitud de reposición, la cual debe llenar con **todos los datos** que se le solicita. Debe anexar los documentos que prueban el motivo de su ausencia. Dichos documentos deben ser entregados a su docente en el plazo respectivo.

Si la persona estudiante no se presenta a la realización de la prueba en la fecha y hora establecida por olvido o desconocimiento, no se le aplicará una reposición de la prueba corta o prueba parcial.

4.4. Calificación de pruebas

La persona estudiante tiene derecho a reclamar ante su docente lo que considere mal evaluado, en un plazo de tres días hábiles desde el recibo de la prueba corregida. Al docente le corresponde atender la petición en un plazo no mayor a cinco días hábiles.

La persona docente puede convocar al estudiante a que aclare, mediante una reunión, los resultados obtenidos en cualquiera de las evaluaciones que se realizarán en el curso, de modo que si el estudiante no es capaz de justificar su procedimiento, no se considerará como válido.

5. Del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil:

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente “punto veinticinco” (.25) o “ punto setenta y cinco” (.75) , deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7.0) es la mínima para aprobar el curso

6. Reglamento de orden y disciplina de los estudiantes

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica, el cual se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf. Esta normativa establece como faltas muy graves:

- **Artículo 4c.** Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

- **Artículo 4k.** Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares. Asimismo, es una falta grave:
- **Artículo 5c.** Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

Nota importante

En caso de existir alguna queja o malestar, sea con respecto al curso, al material o a la persona docente, debe seguirse el debido proceso y presentar la queja a tiempo y ante quien corresponda. La primera instancia es con la persona docente, la siguiente instancia es la coordinación. Siempre se estará anuente a escuchar cualquier queja y a realizar el mejor esfuerzo para resolver el problema. En todos los casos se seguirá la normativa del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil:

http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

y del Reglamento de Régimen Disciplinario del Personal Académico:

http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_disciplinario_docente.pdf

7. Cronograma tentativo

Semanas	Fechas	Contenidos
1 – 3	12/08 – 28/08	Cap. 1. Ecuaciones de primer orden
3 – 5	28/08 – 14/09	Cap. 2. Ecuaciones lineales
6 – 8	16/09 – 02/10	Cap. 3: Solución por series de potencias Primer parcial: Sábado 21 de setiembre
8 – 10	02/10 - 19/10	Cap. 4: Sistemas lineales Primer examen corto: Semana 8 o 9
11 – 13	21/10 - 09/11	Cap. 5: Transformada de Laplace Segundo parcial: Sábado 09 de noviembre
14 – 16	11/11 - 30/11	Cap. 6: Ecuaciones en derivadas parciales Segundo examen corto: Semana 16
17	02/12 - 07/12	Examen de ampliación: 06 de diciembre

8. Información de Docentes

- Docente: Christian Fonseca Mora

Correo electrónico: `christianandres.fonseca@ucr.ac.cr`

Grupo: 01

Horas de consulta: L:10:00-11:00, J:9:00-10:30

Casillero: 36, Edificio FM (Finca 1)

Teléfono de oficina: 2511-6627

Oficina: 323. Edificio de Matemática (Finca 2).

- Docente: Daniel Álvarez Ramírez

Correo electrónico: `daniel.alvarezramirez@ucr.ac.cr`

Grupo: 2 y 11

Horas de consulta: Lunes 1:00pm - 3:30pm y Viernes 9:30am - 12:00pm

Oficina : 250 de Escuela Computación e Informática (ECCI)

- Docente: Eduardo Salas Jiménez

Correo electrónico: `eduardo.salasjimenez@ucr.ac.cr`

Grupos: 03 y 05.

Horas de consulta: ***

Casillero: 90

Teléfono de oficina: ***

Oficina : 417FM

- Docente: Josué Padilla Torres

Correo electrónico: `josue.padilla@ucr.ac.cr`

Grupos: 04 y 07

Horas de consulta: L 10:00 - 12:00; K 10:00 - 12:00; M 10:30 - 12:00; J 10:00 - 12:00

Casillero: 121

Teléfono de oficina: ***

Oficina : 257 ECCI

- Docente: Gerardo Acosta Campos

Correo electrónico: `gerardo.acosta@ucr.ac.cr`

Grupo: 6 y 9

Horas de consulta: K: 8:00-10:00 ; M 9:00-12:00 J:15:00-16:30; V: 8:00-9:00

Casillero: 75

Teléfono de oficina:

Oficina : 417 FM

– Docente: Moisés Solano Córdoba

Correo electrónico: `moises.solano@ucr.ac.cr`

Grupo: 08

Horas de consulta: K: 9:00 a 10:00 am. M: 8:30 a 9:00 am. J: 10:00 a 11:00 am.

Casillero: 65

Teléfono de oficina: *

Oficina : IF 255 (antiguo edificio informática)

– Docente: Santiago Cambronerero

Correo electrónico: `santiago.cambronerero@ucr.ac.cr`

Grupo: 10

Horas de consulta: L 9:00 a 10:30, V 15:00 a 16:00

Casillero: 11

Teléfono de oficina: 2511-3459

Oficina : 329. Edificio de Matemática (Finca 2).

– Docente: Fernando Cubillo Cascante

Correo electrónico: `fernando.cubillo@ucr.ac.cr`

Grupo: 01

Horas de consulta: Martes 13:00 a 16:00

Casillero: 23

Teléfono de oficina: 88418298

Oficina : 88418298

– Docente: Kevin Moradel Bautista

Correo electrónico: `kevin.moradel@ucr.ac.cr`

Grupo: 02 en Sede Interuniversitaria de Alajuela

Horas de consulta: Martes de 9am a 12pm, miércoles de 9am a 12pm y jueves de 8:30am a 10am

Casillero: Sin

Teléfono de oficina: Sin

Oficina : C24

En cuanto a notación, nivel de profundidad con que se tratan los temas y el orden en que son cubiertos, el curso seguirá la referencia [8] en el siguiente orden de capítulos: 1, 2, 4, 6, 8, 7, 11, 12. Sin embargo, ante cualquier discrepancia prevalecerá, para efectos de evaluación, la temática descrita en este documento. También es importante aclarar que cada docente usará los ejemplos y asignará los ejercicios que considere pertinentes, ya sea de esta o de otras fuentes.

Referencias

- [1] Braun M. Differential equations and their applications, 4th edn. Springer, Heidelberg, 1993.
- [2] Broman, A. Introduction to Partial Differential Equations: From Fourier Series to Boundary-value Problems. Addison-Wesley Publishing Company Inc., BLU, 1970.
- [3] Edwards, C. & Penney, D. Ecuaciones Diferenciales. Pearson Educación, México, 2001.
- [4] Farlow, S. Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. Wiley, New York, 1993.
- [5] Figueroa, G. Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago, 2010.
- [6] Sinha, A. Applied Differential Equations. Alpha Science International LTD., Oxford, 2010.
- [7] Spiegel, M. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas. Prentice-Hall Hispanoamérica, S.A., México, 1987.
- [8] Zill, D. Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera. Cengage Learning 2018.
- [9] Zill, D. & Cullen, M. Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera. Thompsom Learning., México, 2002.