



**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
MA-1022 CÁLCULO PARA CIENCIAS ECONÓMICAS II**

**CARTA AL ESTUDIANTADO
III CICLO DE ESTUDIO DEL 2024**

Modalidad: Presencial
Tipo de curso: teórico
Ciclo: III

—

Créditos¹: 4
Requisitos: MA-1021 Cálculo
para Ciencias Económicas I
Correquisitos: ninguno

Docente	Grupos a cargo	Sede	Horario de Consulta
Taylor Jiménez	901	RF	M: 18:00-20:50
David Vallejos	902	RF	L y M: 11-12, K y J: 10-12 y 15-17
Priscilla Ángulo	901	SO	L y J: 11:00-12:00 y 15:00-16:00
Geraldine Rodríguez	G31	RG	—
Virgilio Benavides	001	SP	M: 7:00-12:00
Andrés Herrera	001	SC	V:17:00-20:00
Cinthy Arce	001	ST	L:11-12 y 13-14 V: 11-12 y 13-14

¹Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el [Reglamento de Régimen Académico Estudiantil](#) (Artículo 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.



BIENVENIDA

Estimado o estimada estudiante: Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-1022, Cálculo para Ciencias Económicas II. En este documento encontrará información valiosa sobre aspectos esenciales del curso que usted debe conocer para tener un desempeño adecuado en él: descripción y características del curso, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, cronograma y referencias bibliográficas propuestas. Es su responsabilidad leer y estar al tanto de toda la información que aquí se le suministra. También se detallan los aspectos del horario de cada docente del curso. El conocimiento de estos aspectos le ayudará a tener una mejor organización de su tiempo para la ejecución de las actividades a ser trabajadas a lo largo del ciclo lectivo, por lo que se le invita a leer con detalle el documento, ya que es la guía de orientaciones a seguir en el curso. Para el mejor aprovechamiento de este curso, la persona estudiante debe contar con un manejo ágil de los temas y contenidos de un primer curso de cálculo. El coordinador del curso es el profesor Kevin Gómez Guillén y, de ser necesario, lo puede contactar a través del siguiente correo electrónico: kevin.gomezguillen@ucr.ac.cr. Se recomienda estar en constante comunicación con su docente. Además, a la medida de lo posible, procure establecer un grupo de estudio con personas que están en el curso. Cualquier cambio que deba realizarse a partir de alguna directriz que se establezca en la universidad se informará oportunamente.

I. DESCRIPCIÓN DEL CURSO

Este curso busca incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación, a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en dos contenidos generales: álgebra lineal y cálculo diferencial en varias variables. En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica durante el desarrollo de las lecciones, utilizar adecuadamente sus conocimientos previos y aprovechar al máximo el trabajo extraclase asignado. Debe resolver los ejercicios planteados luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

II. OBJETIVOS

Objetivos generales

1. Aplicar conceptos, representaciones y procedimientos propios del álgebra lineal y del cálculo diferencial en varias variables, en un contexto de solución de ejercicios y problemas.
2. Desarrollar habilidades que le permitan resolver problemas o situaciones concretas, relacionados con su formación profesional.



3. Valorar la importancia del álgebra lineal y del cálculo diferencial en varias variables en el desarrollo de modelos aplicados en diferentes disciplinas.

Objetivos específicos

Al finalizar este curso, se espera que la persona estudiante sea capaz de:

1. Resolver operaciones que involucren matrices.
2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante diferentes algoritmos.
3. Clasificar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales a partir de los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada.
4. Resolver ecuaciones cuya incógnita sea una matriz.
5. Relacionar el cálculo de la inversa de una matriz con el producto de matrices elementales.
6. Calcular determinantes.
7. Aplicar las propiedades básicas del determinante en la simplificación de expresiones.
8. Aplicar las propiedades básicas del álgebra matricial en problemas relacionados con el modelo de Leontief.
9. Interpretar geoméricamente conceptos vectoriales.
10. Utilizar diferentes notaciones para representar una recta y un plano.
11. Calcular la distancia entre puntos, rectas y planos.
12. Interpretar el concepto de función real de varias variables reales.
13. Clasificar superficies cuadráticas dada su ecuación o gráfica.
14. Aplicar el concepto de derivada parcial en problemas de análisis marginal.
15. Aplicar el concepto de derivada direccional y vector gradiente en problemas de tasas relacionadas.
16. Determinar una ecuación para el plano tangente y la recta normal a una superficie.
17. Aplicar la regla de la cadena y el teorema de la función implícita en el cálculo de derivadas parciales.



18. Determinar los extremos de funciones de varias variables mediante el criterio del segundo diferencial o el Hessiano.
19. Calcular los extremos absolutos de funciones de varias variables en regiones compactas.
20. Determinar los extremos de funciones de varias variables con restricción de igualdad, mediante multiplicadores de Lagrange.
21. Clasificar los extremos de funciones de varias variables con restricción de igualdad, mediante el método del Hessiano Orlado.
22. Resolver problemas de optimización de funciones de varias variables con restricción de igualdad.

III. CONTENIDOS

Bloque temático 1: Álgebra Lineal

1. Contenido 1: matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Matriz, vector fila y vector columna. Tipos de matrices. Igualdad de matrices. Multiplicación de una matriz por un escalar, suma y producto de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz y matrices elementales. Ecuación lineal y sistema de ecuaciones lineales. Solución y conjunto solución de un sistema. Matriz de coeficientes del sistema y matriz aumentada. Operaciones elementales de las filas de un sistema. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Método de reducción Gaussiana y Gauss-Jordan. Matrices equivalentes y rango de una matriz. Caracterización del conjunto solución de un sistema con componentes alfa-númericos. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Inversa de una matriz y propiedades básicas de las matrices invertibles. Relación entre matrices invertibles y sistemas de ecuaciones lineales. Transposición de matrices y sus propiedades elementales. Modelo de insumo producto de Leontief.

2. Contenido 2: Determinantes.

Definición de determinante y sus propiedades básicas. Cálculo de determinantes. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Matriz adjunta y su relación con el cálculo de la inversa.

3. Contenido 3: Geometría vectorial en el espacio tridimensional.

Interpretación geométrica de un vector. Distancia entre dos puntos. Álgebra de vectores. Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario, dirección



de un vector, ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales. Producto punto y producto cruz. Proyecciones ortogonales. Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta. Ecuación vectorial, paramétrica y normal de un plano. Distancias entre: un punto y una recta, dos rectas, un punto y una recta, un punto y un plano y dos planos.

Bloque temático 2: Cálculo Diferencial en varias variables.

1. Contenido 1: Derivación de funciones de varias variables.

Funciones de varias variables y su representación geométrica. Superficies cuadráticas sin términos cruzados. Derivadas parciales hasta de segundo orden y su aplicación en análisis marginal. Derivadas direccionales y vector gradiente. Plano tangente y recta normal a una superficie. Regla de la cadena. Teorema de la función implícita.

2. Contenido 2: Optimización de funciones de dos y tres variables.

Máximos y mínimos (locales y globales), punto crítico y punto silla. Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Criterio de la segunda derivada para clasificar extremos locales de funciones. Clasificación de puntos críticos mediante los criterios del diferencial de segundo orden o el Hessiano. Máximos y mínimos en regiones compactas. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano Orlado. Problemas de optimización en varias variables con restricción de igualdad.

IV. METODOLOGÍA

Según las Resoluciones VD-R-9374-2016, VD-11489-2020 y VD-16-2022 este es un curso que se va a desarrollar en todas las sedes de manera presencial. Los grupos cuya modalidad es presencial desarrollarán ambas sesiones en el lugar de la sede o recinto correspondiente, inclusive los espacios de consulta si así se indicara.

En cualquier modalidad el autoaprendizaje es fundamental, así como el trabajo independiente del estudiantado, haciendo uso eficiente y eficaz de las horas de consulta de cada docente de la cátedra y de los recursos tecnológicos a su disposición.

El papel del docente será de acompañamiento y de guía en todas las actividades, mientras que la persona estudiante debe asumir un papel activo, responsabilizándose de la organización de su trabajo y de la adquisición de las diferentes competencias según su propio ritmo. Se busca con ello que la persona estudiante sea capaz de lograr aprendizajes significativos de manera independiente, que ejecute estrategias cognitivas de exploración y descubrimiento, así como de planificación y regulación de su propia actividad.



El estudiantado dispondrá de notas de diferentes docentes, videos explicativos, presentaciones, guías de trabajo y prácticas formativas, así como prácticas en línea; todo este material estará disponible en el sitio de la Cátedra en [Mediación Virtual](#) disponible para consulta y utilización durante todo el Ciclo Lectivo. Es un uso del entorno en modalidad bajo virtual.

V. ACTIVIDADES Y CRONOGRAMA

A continuación, se proporciona el cronograma de las distintas actividades del curso, así como los contenidos que se recomiendan sean desarrollados para cada semana.

Semana	Fechas	Actividad o Contenido
1	06/01 al 10/01	Matriz, vector fila y vector columna. Tipos de matrices. Igualdad de matrices. Multiplicación de una matriz por un escalar, suma y producto de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz y matrices elementales. Ecuación lineal y sistema de ecuaciones lineales. Solución y conjunto solución de un sistema. Matriz de coeficientes del sistema y matriz aumentada. Operaciones elementales de las filas de un sistema. Forma escalonada y forma escalonada reducida.
2	13/01 al 17/01	Reducción Gaussiana. Método de Gauss-Jordan. Matrices equivalentes y rango de una matriz. Caracterización del conjunto solución de un sistema. Sistemas homogéneos y no homogéneos con coeficientes alfa numéricos. Transposición de matrices y sus propiedades elementales. Inversa de una matriz y propiedades básicas de las matrices invertibles. Relación entre matrices invertibles y sistemas de ecuaciones lineales.

Continúa en la próxima página



Continúa de la página anterior

Semana	Fechas	Actividad
3	20/01 al 24/01	Modelo de insumo producto de Leontief. Definición de determinante y sus propiedades básicas. Cálculo de determinantes. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Matriz adjunta y su relación con el cálculo de la inversa. Hasta aquí los contenidos del I examen. Interpretación geométrica de un vector. Distancia entre dos puntos. Álgebra de vectores. Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario, dirección de un vector, ángulo entre vectores. Vectores paralelos y ortogonales.
4	27/01 al 31/01	Producto punto y producto cruz. Proyecciones ortogonales. Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta. Ecuación vectorial, paramétrica y normal de un plano. Distancias entre: un punto y una recta, dos rectas, un punto y un plano, dos planos y recta y un plano. Repaso para el parcial.
5	03/02 al 07/02	Funciones de varias variables y su representación geométrica. Superficies cuadráticas sin términos mixtos. Derivadas parciales. Derivadas direccionales y vector gradiente. Plano tangente y recta normal a una superficie. Regla de la cadena.
6	10/02 al 14/02	Regla de la cadena. Teorema de la función implícita. Máximos y mínimos (locales y globales), punto crítico y punto silla. Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Criterio de la segunda derivada para clasificar extremos locales de funciones.
7	17/02 al 21/02	Clasificación de puntos críticos mediante los criterios del diferencial de segundo orden o el Hessiano. Máximos y mínimos en regiones compactas. Hasta aquí los contenidos del II examen. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano Orlado. Análisis Marginal. Repaso II Examen Parcial
8	24/02 al 28/02	II Actividad de aprendizaje. Entrega de notas. Repaso para ampliación.
9	03/03 al 07/03	Ampliación del curso.

Feriatos

- Sin feriados para las fechas.



VI. EVALUACIÓN

El estudiantado será evaluado, según su desempeño, en las siguientes asignaciones:

Rubro	Ponderación	Observaciones
Exámenes parciales	70 %	Consisten en dos exámenes parciales que se realizan de manera individual y en modalidad presencial. Las fechas de las evaluaciones se detallan en el cronograma.
Actividades de aprendizaje	20 %	Consiste en dos actividades que pueden consistir en exámenes cortos, sesiones de trabajo colaborativo o una combinación de ellos, las mismas pueden realizarse de forma individual o grupal, según acuerdo de la cátedra.
Pruebas cortas	10 %	Se realizarán dos exámenes cortos (5% cada una) de cátedra en las fechas ya establecidas en el cronograma. Las pruebas se podrán realizar en clase o en mediación virtual (con un único intento, iniciando el viernes de la semana establecida a las 7:00 am y finalizando el sábado de la misma semana a las 11:59 pm), la modalidad será notificada con anticipación.

Detalles importantes

De las actividades de aprendizaje:

Contenidos a evaluar en la primera actividad de aprendizaje:

Modelo de insumo producto de Leontief. Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta. Ecuación vectorial, paramétrica y normal de un plano. Distancias entre: un punto y una recta, dos rectas, un punto y un plano, dos planos



y recta y plano.

Estos son los contenidos a evaluar en la segunda actividad de aprendizaje:

Máximos y mínimos en regiones compactas. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano Orlado. Problemas de optimización en varias variables con restricción de igualdad. Análisis Marginal.

De los exámenes:

El primer examen estará basado en los contenidos del primer bloque temático de Álgebra Lineal. El segundo examen estará basado en el bloque temático del Cálculo Diferencial en varias variables. Una semana antes de cada examen se compartirá un simulacro de examen donde vendrá la indicación de los objetivos específicos para evaluar en el examen.

El profesor o profesora puede convocar a la persona estudiante a que aclare mediante una reunión los resultados obtenidos en cualquiera de las evaluaciones que se realizarán en el curso de modo que si la persona estudiante no es capaz de justificar su procedimiento entonces será inválido.

Si una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una reposición de la evaluación está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del *Reglamento de Régimen Académico Estudiantil* de la Universidad de Costa Rica², el cual se cita a continuación:

Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación

²Este reglamento se puede consultar en la página web

cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf



de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

La nota final del curso N_{final} se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento N_{aprov} , expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso N_{final} es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que $N_{final} = 6,0$ o que $N_{final} = 6,5$, en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota igual o superior a 7,0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7,0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7,0, se reportará como nota de final 6,0 o 6,5, según haya sido el caso.

6.1. Calendario de pruebas

Las fechas y horas de las evaluaciones son provisionales y cualquier cambio se confirmará oportunamente en el entorno virtual del curso.

Semana	Actividad	Modalidad
Semana 3	I Prueba Corta: última clase de la semana	Presencial
Semana 4	I Examen Parcial Viernes 31 de enero 9:00	Presencial
Semana 5	Reposición I Examen parcial Viernes 07 de febrero 09:00	Presencial
Semana 5	I Actividad de aprendizaje: última clase de la semana	Presencial
Semana 6	II Prueba Corta última clase de la semana	Presencial
Semana 7	II Examen Parcial Viernes 21 de febrero 9:00	Presencial
Semana 8	Reposición II Examen Parcial Viernes 09:00	Presencial
Semana 8	II Actividad de aprendizaje: Segunda Clase	Presencial
Semana 9	Ampliación: Miércoles 5 de marzo 9:00	Presencial

Cuadro 3: Calendario de actividades

Para las personas estudiantes inscritas en el mecanismo de **Suficiencia**, el examen **Fecha por definir**. Este examen será presencial.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Anton, H. Introducción al álgebra lineal. Segunda edición. Editorial LIMUSA, México. 2002.



- [2] Colman, B. Algebra Lineal con aplicaciones y MatLab. Prentice Hall, México, 1999.
- [3] Noble, B. Algebra lineal aplicada. Prentice Hall, México, 1989.
- [4] Hill, R. Algebra lineal elemental con aplicaciones. Prentice Hall, México, 1997.
- [5] Gerber, H. Algebra lineal. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1990.
- [6] Lipschutz, S. Algebra lineal. Mc Graw-Hill, México, 1968.
- [7] Camacho Catalina, Notas del curso MA1022.
- [8] Apostol, Tom: Calculus. Segunda Edición, Vol. I y II. Editorial Reverté, España, 1982.
- [9] Piza Volio, Eduardo: Introducción al Análisis Real en una variable. Editorial UCR, 2006.
- [10] Piskunov, N.: Cálculo Diferencial e Integral Tomo I y II. Editorial MIR, Moscú, 1978.
- [11] Stewart, J.: Cálculo Multivariable. Cuarta Edición, Thompson Learning, México DF.
- [12] J. Marsden y A. Tromba: Cálculo Vectorial. Tercera Edición. Adison Wesley, 1988.
- [13] Hammond, P., Sydsaeter, K.S.: Matemática para el análisis económico. Prentice Hall, Madrid (1996).
- [14] Lang, Serge: Cálculo. Addison-Wesley Iberoamericana, E.U.A. (1990).



En caso de que necesite reforzar conocimientos de un bloque de formación correspondiente al Precálculo, se muestra un código QR para que acceda a la plataforma disponible por medio del proyecto de los MOOCs.



VIII. RÉGIMEN DISCIPLINARIO

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el *Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes* de la Universidad de Costa Rica³. Esta normativa establece como faltas muy graves:

Artículo 4c. Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

Artículo 4k. Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

Artículo 5c. Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

También, se le recomienda que revise las siguientes infografías:

³Este reglamento se puede consultar en la página web cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf



Anexos

A. DISCRIMINACIÓN



Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas denunciantes o testigos sufrirán perjuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la CICDI para buscar apoyo.



2511-1294



comision.contradiscriminacion@ucr.ac.cr





B. HOSTIGAMIENTO SEXUAL



Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Invitaciones a citas, almuerzos, cine u otros
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898

comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr

Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909

defensoriahs@ucr.ac.cr

