

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SEDE DE OCCIDENTE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES  
SECCION DE MATEMATICA

Curso GEOMETRIA ANALITICA MA0421

PROGRAMA

Entrada:

La geometría analítica es un arte, una disciplina y un campo de la matemática que abarca una organización de procesos con los números, con su operatoria, ordenación, completitud, medidas, conjuntos, relaciones, funciones, estructuras algebraicas, en su relación estrecha con la ciencia de los dibujos, de las figuras, dicho de otra forma es la integración de la aritmética, el álgebra, la trigonometría, el análisis, la topología, el cálculo con la geometría.

La base de la geometría analítica empieza cuando se ve todo como números o al menos se representan todas las cosas mediante números, los objetos y sus propiedades, este ejercicio comienza con las asociaciones básicas de que a cada punto de una recta se asocia un único número real y viceversa. Luego a cada punto de un plano se asocia un par de números reales y viceversa. A cada punto del espacio se le asocia una terna de números reales y viceversa. Este desarrollo se continua, para espacios con más de tres aspectos distintos o independientes o bien que tienen más dimensiones y por eso las coordinaciones tienen cuartetos, quintetos, sextetos, heptetos, sucesivamente enétiplos de números reales o complejos o la clase de números que se ajusten al estudio que se desee hacer. Este proceso es abierto, tanto en el sentido de los productos cartesianos de dos conjuntos, tres, cuatro, cinco, sucesivamente hasta este ene, o más allá hasta tantas veces como los números naturales o cualquier parte de los números reales, así que este campo de la matemática es bello creadoramente.

El desarrollo de la geometría analítica se dio mediante el esfuerzo de muchas personas en el transcurso del tiempo y el espacio, así los griegos Euclides, Pitágoras, Thales, Arquímedes, sientan unas bases, unos conocimientos, unos métodos, los cuales son retomados con nuevos ojos, con nuevos pensamientos, con nuevos símbolos, con nuevos problemas, con nuevas necesidades y así las curvas o las figuras en el plano son vistas mediante pares ordenados, sus propiedades o relaciones mediante fórmulas dadas en ecuaciones o desigualdades y así Descartes escribe y dibuja el inicio de su geometría analítica, con sus limitaciones y su idea original o con su plan que hasta ese momento podía realizar y logra más verdad, más libertad, más formas de ver las cosas mediante símbolos y sus propiedades o relaciones. Este proceso no se detiene y continua Newton y Leibniz, con el cálculo, donde aportan y resuelven el problema de la tangente en cualquier punto de una curva y el área de regiones de curvas menos sencillas.

Hoy en día hay voluminosos libros que contienen muchas aplicaciones y donde se puede estudiar muchas propiedades geométricas traducidas al lenguaje algebraico o del análisis, permitiendo de esta manera explicaciones sencillas correctas.

En el mundo de hoy, toda persona se maneja o vive en muchas dimensiones o espacios de muchas dimensiones, esa es la forma compleja del mundo de hoy, de esto la importancia que la educación forme mentes con instrumentos teóricos de muchas coordenadas y por esto la importancia de aprender vectores, matrices o funciones de varias variables y que nuestro pensamiento se vuelva original, más creador y libre.

A estudiar espacios de cualquier dimensión y a conocer las infinitas dimensiones de la tierra y el universo, de la sociedad y la mente humana.

#### Objetivos:

1. Que el estudiante de enseñanza de la matemática adquiera los conocimientos y destrezas necesarias en la utilización de coordenadas, así como la interpretación geométrica de las relaciones entre ellas.
2. Que el estudiante amplie su acervo cognoscitivo, trascendiendo de la bidimensión a la explicación de fenómenos en el espacio tridimensional o en cualquier espacio, la realidad nos ofrece infinitas dimensiones, por eso hoy se conoce la potencia de cualquier conjunto o su producto finito o infinito de cualquier conjunto o de muchos conjuntos.
3. Que el estudiante reconozca la relación unificadora de diversas ramas de las matemáticas que proporciona la geometría y en especial la relación entre la geometría analítica, la geometría euclídea, el álgebra, el análisis y la topología.
4. Que el estudiante asuma una actitud crítica y creativa hacia la enseñanza de las matemáticas, con dos condiciones, una disciplina de trabajo y observando la vida.

#### Objetivos particulares:

1. El estudiante utilizará sistemas de coordenadas para generalizar nociones de la geometría elemental, para crear nuevas teorías, nuevos conjuntos, nuevas relaciones, estructuras, sistemas u organizaciones y para resolver nuevos problemas.
2. El estudiante utilizará métodos algebraicos para resolver problemas reales y muy en especial geométricos.
3. El estudiante utilizará los métodos de la geometría analítica para obtener representaciones geométricas de las ecuaciones y de las relaciones funcionales.

4. El estudiante determinará la ecuación del lugar geométrico del conjunto de puntos que cumplen cierta condición dada.
5. El estudiante utilizará la ecuación de la recta, plano y las secciones cónicas, para resolver diferentes problemas.
6. El estudiante utilizará vectores o matrices para el estudio de curvas y superficies en el espacio.

## CONTENIDOS

### Capítulo I

#### SISTEMAS DE COORDENADAS POLARES Y LA RECTA

1. Motivación histórica sobre los orígenes de la geometría analítica y su necesidad.
2. Coordenadas cartesianas en el plano y coordenadas polares.
3. Distancia entre dos puntos en el plano en coordenadas cartesianas y polares.
4. La recta en el plano en coordenadas cartesianas y polares.
5. Distancia de un punto a una recta. Intersección de dos rectas.
6. Rectas paralelas y perpendiculares. Angulos entre rectas.
7. Area de un triángulo.
8. Aplicaciones: Construcción de curvas en coordenadas polares, analíticamente y via computadora.

### Capítulo II

#### SECCIONES CONICAS

1. La circunferencia o círculo, ecuación general de la circunferencia, rectas tangentes a una circunferencia, teoremas y problemas de lugares geométricos relativos a la circunferencia. Traslación, reflexión y rotación de ejes coordenados. Simplificación de ecuaciones por transformación de coordenadas.
2. La parábola: ecuación de la parábola vértice en  $(h,k)$  y eje paralelo a un eje coordenado. Ecuación de la tangente a una parábola; la función cuadrática y aplicaciones.
3. La elipse: ecuación de la elipse de un centro  $(h,k)$  y ejes paralelos a los coordenados. Propiedades de la elipse.
4. La hipérbola: asíntotas a la hipérbola; hipérbola equilátera; hipérbolas conjugadas, propiedades de la hipérbola.

5. Ecuación general de segundo grado en dos variables.
6. Las cónicas en coordenadas polares.
7. Diferencia entre la antigua y la actual forma de estudiar las cónicas.
8. Aplicaciones: (Construcción de antenas parabólicas, hornos solares, órbitas planetarias, las leyes de Kepler.)

### Capítulo III

#### ECUACIONES PARAMETRICAS

1. Obtención de la ecuación rectangular de una curva a partir de su representación paramétrica.
2. Gráfica de una curva a partir de su representación paramétrica.
3. Representación paramétrica de las cónicas.
4. Resolución de problemas de lugares geométricos por el método paramétrico.
5. Aplicaciones: Circunferencias deslizando interiormente y exteriormente sobre circunferencias.

### Capítulo IV

#### TRAZADO DE CURVAS Y EL CALCULO DIFERENCIAL

1. La utilización de las derivadas de una función para dibujar su gráfica.
2. El trazado de curvas polinómicas, potencias, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas e hiperbólicas.
3. El uso del papel log-log.

### Capítulo V

#### VECTORES EN EL PLANO Y EL ESPACIO TRIDIMENSIONAL

1. Noción física de vectores. Dirección y magnitud de un vector.
2. Operaciones con vectores.
3. Producto escalar y producto vectorial.
4. Problemas geométricos.
5. La necesidad de pasar de  $R(2)$  a  $R(3)$  y así sucesivamente.
6. Rectas en  $R(3)$

7. Planos en  $R(4)$
8. La utilidad de  $R(n)$ ,  $n > 3$  (teoría de la relatividad)

## Capítulo VI

### SUPERFICIES Y CURVAS EN $R(3)$

1. Superficies cilíndricas.
2. Superficies de revolución.
3. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas.
4. Superficies cuadráticas: ecuación general de segundo grado con tre variables.
5. Aplicaciones: área, volumen, centro geométrico.
6. Curvas en  $R(3)$
7. Intersecciones de superficies. La necesidad de generalizar la integral simple para calcular el volumen de la región limitada por superficies.

### BIBLIOGRAFIA:

1. Larson Roland E., Hostetler Robert P., CALCULO Y GEOMETRIA ANALITICA, Mc GRAW-HILL, 1992.
2. Apostol Tom M., CALCULUS, volúmenes 1 y 2, editorial REVERTE, 1984.
3. Simmons George F., TOPOLOGY AND MODERN ANALYSIS, McGRAW-HILL, 1963.
4. Alfaro Sagot Bernardo, CURSO MODERNO DE MATEMATICAS PARA LA ENSEÑANZA MEDIA, editorial BAS, 1965.
5. Kletenik D., PROBLEMAS DE GEOMETRIA ANALITICA, editorial MIR, 1979.
6. Varilly Joseph, ELEMENTOS DE GEOMETRIA PLANA, editorial de la Universidad de Costa Rica, 1988.
7. Artin E., ALGEBRA GEOMETRICA, editorial LIMUSA, 1992.
8. Sainz Miguel Angel, MATEMATICAS, editorial CRITICA, 1987.
9. Efímov N. V., GEOMETRIA SUPERIOR, editorial MIR, 1984.
10. Britton Jack R., Kriegh R. Ben, Rutland Leon W., MATEMATICAS UNIVERSITARIAS, Centro Regional de Ayuda Técnica (AID), 1969.
11. Moise Edwin E., ELEMENTARY GEOMETRY from an advanced standpoint, ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, INC., 1964.

12. Anderson Jonathan, Durston Berry H., Poole Millicent, REDACCION DE TESIS Y TRABAJOS ESCOLARES, DIANA, 1972.

13. Compilación de I. Grattan-Guinness, DEL CALCULO A LA TEORIA DE CONJUNTOS, 1630-1910, Una introducción histórica, ALIANZA UNIVERSIDAD, 1980.

14. Courant Richard, Robbins Herbert, ¿QUE ES LA MATEMATICA? AGUILAR, 1967.

15. Kindle, Joseph H., GEOMETRIA ANALITICA, MCGRAW-HILL, 1973.

CRONOGRAMA:

- Cap1. (2 semanas)
- Cap2. (3 semanas)
- Cap3. (2 semanas)
- Cap4. (2 semanas)
- Cap5. (2 semanas)
- Cap6. (3 semanas)

Exámenes o trabajos:

- 1. 26 de marzo (25%).
- 2. 30 de abril (25%).
- 3. 28 de mayo (25%).
- 4. 18 de junio (25%).

OBSERVACIONES:

Prof. Luis Gerardo Araya Aguilar. 21-2-94.